

Вариант 213

ID: 14022

№ 1.

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только семь букв: П, Р, О, С, Т, А, Я; для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано.

Буквы П, О, Р, А имеют коды 110, 01, 001 и 111 соответственно.

Укажите наименьшую возможную длину закодированной последовательности для слова РОССТАТ.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

№ 2.

По каналу связи передаются шифрованные сообщения, которые содержат только десять букв: А, В, С, D, Е, F, G, H, I, J. Для передачи используется неравномерный двоичный код. У девяти букв известны кодовые слова.

Буква	Кодовое слово	Буква	Кодовое слово
А	0000	F	0110
В	0001	G	0111
С	0010	H	10
D	0011	I	11
Е	0100	J	?

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы J, при котором код будет удовлетворять условию Фано. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

№ 3.

По каналу связи передаются сообщения из букв слова ИНФАСОТКА. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Для букв И, Н, Ф, А используются кодовые слова 00, 1010, 1011, 100, соответственно. Какое количество двоичных знаков потребуется для кодирования слова АНТИКАТОНИСТ, если известно, что оно закодировано минимально возможным количеством двоичных знаков?

Примечание: под условием Фано понимается такой метод кодирования, при котором ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова. Такой способ кодирования позволяет получить однозначно декодируемый код.

№ 4.

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей только из букв А, Б, В, Г, решили использовать неравномерный двоичный код, который удовлетворяет условию Фано. Для букв А и Б использовали соответственно кодовые слова 11, 101.

Найдите наименьшую возможную длину кодовой последовательности для слова БАГ.

Примечание: Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

№ 5.

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только восемь букв: А, Б, В, Г, Д, Е, Ж и З. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Кодовые слова для некоторых букв известны.

Буква	Кодовое слово
А	100
Б	01
В	000
Г	001

Какое наименьшее количество двоичных знаков требуется для кодирования четырёх оставшихся букв? В ответе запишите суммарную длину кодовых слов для букв: Д, Е, Ж, З.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

№ 6.

Для кодирования некоторой последовательности букв Маша решила использовать неравномерный двоичный код, который удовлетворяет условию Фано. Однако, Маша допустила одну или несколько ошибок. Получилось так:

Буква	Кодовое слово	Буква	Кодовое слово
А	010	Д	111
Б	011	Е	1001
В	10	Ж	1101
Г	101	М	100

Определите, какие кодовые слова противоречат условию Фано. Если таких слов несколько, укажите кодовое слово с наименьшим числовым значением.

Примечание:

Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

№ 7.

По каналу связи передаются шифрованные сообщения, которые содержат пять букв: А, Б, В, Г, Д. Для передачи используется неравномерный двоичный код. Буквы А, Б, В и Г закодированы как 001, 010, 101 и 11 соответственно.

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы Д, при котором код будет удовлетворять условию Фано. Если таких кодов несколько, укажите код с **наибольшим** числовым значением.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это позволяет однозначно расшифровать закодированные сообщения.

№ 8.

По каналу связи передаются сообщения из букв П, А, Р, Л, Е, Ь. Для передачи используется двоичный код, который удовлетворяет условию Фано. Кодовое слово известно только для одной буквы: Л — 0. Какое минимально возможное количество двоичных знаков требуется, чтобы закодировать слово ПАРАЛЛЕЛЬ?

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это даёт возможность однозначно расшифровать закодированное сообщение.

№ 9.

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только восемь букв: А, Б, В, Г, Д, Е, Ж и З. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано.

Кодовые слова для некоторых букв известны.

Буква	Кодовое слово
А	00
Б	1000
В	010
Г	1001
Д	011
Е	111

Какое **наименьшее** количество двоичных знаков требуется для кодирования двух оставшихся букв?

В ответе запишите суммарную длину кодовых слов для букв Ж, З.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

№ 10.

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только пять букв: В, Р, Е, М, Я. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Кодовые слова для некоторых букв известны: В — 101, М — 01. Какова минимальная общая длина кодовых слов для всех пяти букв?

Примечание: Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

№ 11.

У Лены есть доступ к Интернету по высокоскоростному одностороннему радиоканалу, обеспечивающему скорость получения им информации 2^{23} бит в секунду. У Вари нет скоростного доступа в Интернет, но есть возможность получать информацию от Лены по низкоскоростному телефонному каналу со средней скоростью 2^{11} бит в секунду. Варя договорилась с Леной, что Лена будет скачивать для неё данные объемом 20 Мбайт по высокоскоростному каналу и ретранслировать их Вале по низкоскоростному каналу. Компьютер Лены может начать ретрансляцию данных не раньше, чем будут получены первый 1 Мбайт этих данных.

Каков минимально возможный промежуток времени (в секундах) с момента начала скачивания Леной данных до полного их получения Варей?

В ответе укажите только число, слово «секунд» или букву «с» добавлять не нужно.

№ 12.

Виталий делает снимки интересных мест и событий цифровой камерой своего смартфона. Каждая фотография представляет собой растровое изображение размером 1024×768 пикселей и с палитрой из 2^{23} цветов. В конце дня Виталий отправляет снимки друзьям с помощью приложения-мессенджера. Для экономии трафика приложение сжимает снимки, используя размер 800×600 пикселей и глубину цвета 22 бита.

Сколько Кбайт трафика экономится таким образом при передаче 100 фотографий?

В ответе укажите целую часть полученного числа.

№ 13.

Документ (без упаковки) можно передать по каналу связи с одного компьютера на другой за 120 секунд. Если предварительно упаковать документ архиватором, передать упакованный документ, а потом распаковать на компьютере получателя, то общее время передачи (включая упаковку и распаковку) будет на 20 секунд меньше. Размер упакованного документа составляет 15% от размера исходного документа. Сколько всего времени ушло на упаковку и распаковку данных, если считать, что время передачи файла пропорционально его размеру? Ответ запишите в секундах без указания единиц измерения.

№ 14.

Для хранения произвольного растрового изображения размером 1280 на 1024 пикселей отведено 800 Кбайт памяти без учёта размера заголовка файла. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. К коду цвета каждого пикселя дописывается 1 бит четности. Полученные таким образом коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

№ 15.

Цветное растровое изображение размером 1200 на 1800 пикселей, в котором цвет каждого пикселя кодируется 2 байтами, было передано по каналу связи ровно за 6 минут.

Определите пропускную способность канала связи в бит/с. В ответе запишите только число.

№ 16.

Охранная система дома включает видеокамеру, которая фиксирует изображение с разрешением 640 × 480 пикселей и частотой 24 кадра в секунду. Также записывается аудио в формате моно с частотой 24 кГц и глубиной кодирования 8 бит. Каждый час камера формирует файл объемом менее 25 Гбайт.

Определите максимальное количество цветов в палитре, используемое в изображении.

№ 17.

Музыкальный фрагмент был оцифрован в формате стерео и записан в виде файла без использования сжатия данных. Получившийся файл был передан в город А по каналу связи за 120 секунд. Затем тот же музыкальный фрагмент был оцифрован повторно в формате моно с разрешением в 3 раза ниже и частотой дискретизации в 4 раза выше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Полученный файл был передан в город Б; пропускная способность канала связи с городом Б в 2 раза выше, чем канала связи с городом А.

Сколько секунд длилась передача файла в город Б?

№ 18.

Лена записывает голосовое сообщение для своей подруги. Перед отправкой сообщение оцифровывается в формате стерео с частотой дискретизации 32 000 Гц и глубиной кодирования 16 бит. Определите наименьшее количество Кбайт, необходимое для сохранения сообщения в памяти (без учёта заголовка), если его длительность — 2 минуты 27 секунд.

В ответе укажите только число.

№ 19.

Автоматическая камера производит растровые изображения размером 320×480 пикселей. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Объем файла с изображением не может превышать 40 Кбайт без учета размера заголовка.

Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

№ 20.

Голосовое сообщение длительностью 180 секунд было закодировано в формате квадрато с разрешением 16 бит и частотой дискретизации 48000 измерений в секунду и передано по каналу связи. Производилось сжатие данных. После сжатия размер аудиофайла уменьшился на 50%. Пропускная способность канала связи равна 4800 бит/с. Определите, сколько минут потребуется для передачи голосового сообщения. В ответе запишите только целое число.

№ 21.

При регистрации в компьютерной системе каждому объекту присваивается идентификатор, состоящий из 55 символов и содержащий символы из 127-символьного набора букв. В базе данных для хранения каждого идентификатора отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используется посимвольное кодирование идентификаторов, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит.

Определите минимальный объём памяти (в Мбайт), необходимый для хранения 71 902 идентификаторов. В ответе запишите только целую часть полученного числа.

№ 22.

В карточке пользователя хранятся следующие данные: идентификационный номер (число от 1 до 2000), электронный адрес и ФИО. Электронный адрес имеет вид адрес_пользователя@адрес_домена и хранится в одном поле: 30 символов отводится под адрес пользователя, 10 символов — под адрес домена; знак @ является фиксированным разделителем и не кодируется. Каждый символ в поле электронного адреса является либо строчной латинской буквой, либо десятичной цифрой, либо знаком точка или нижнее подчёркивание. Для хранения ФИО используется поле длиной 60 символов, в котором каждый символ может быть строчной или заглавной буквой русского алфавита, пробелом или знаком «дефис». Каждый символ в каждом поле кодируется с помощью одинакового и минимально возможного количества бит, поля кодируются отдельно. Также каждое поле записывается с помощью минимального целого количества байт.

Сколько байт необходимо выделить для хранения информации о 30 пользователях?

Примечание: в латинском алфавите 26 букв.

№ 23.

На предприятии каждой изготовленной детали присваивают серийный номер, состоящий из 378 символов и содержащий десятичные цифры, заглавные латинские буквы и символы из 1597-символьного специального алфавита.

В базе данных для хранения каждого серийного номера отведено одинаковое и минимально возможное число байт. При этом используется посимвольное кодирование серийных номеров, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным числом бит. Известно, что для хранения серийных номеров отведено не более 154 Мбайт памяти. Определите максимальное количество номеров деталей, которое возможно сохранить в базе данных.

В ответе запишите только целое число.

№ 24.

При регистрации на сайте каждому пользователю присваивается идентификатор, состоящий из K символов основной информации, содержащий символы из русского алфавита (32 буквы) в верхнем регистре и десятичные цифры, а также дополнительной служебной информации, которая кодируется одним из 1024 возможных вариантов. Основная информация кодируется посимвольно, все символы основной информации кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит. Служебная информация кодируется как номер варианта минимальным возможным количеством бит. В базе данных для хранения каждого идентификатора (основная + служебная информация) отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт.

Какое максимальное количество символов основной информации о пользователе можно сохранить, если для хранения 1000 идентификаторов было использовано 2000 Кбайт.

№ 25.

При регистрации в компьютерной системе каждому объекту присваивается идентификатор, состоящий из 42 символов и содержащий только символы из специального алфавита. В базе данных для хранения каждого идентификатора отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используется посимвольное кодирование идентификаторов, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит.

Для хранения 4000 идентификаторов выделен объем памяти 800 Кбайт. Определите наибольшее возможное количество символов в алфавите.

В ответе запишите только целое число — количество символов в алфавите.

№ 26.

При регистрации в системе каждому пользователю выдается карточка, содержащая два поля — идентификационный номер и дополнительную информацию. Идентификационный номер состоит из 20 символов, причем четные символы — заглавные латинские буквы, нечетные символы — десятичные цифры. Для кодирования каждой буквы и для хранения каждой цифры используется одинаковое и минимально возможное количество бит, одинаковое для каждого символа из группы букв или из группы цифр. Каждый такой номер записывается в память с помощью минимального целого количества байт. Для хранения дополнительной информации также отводится целое количество байт, одинаковое для каждого пользователя.

Сколько байт отводится на хранение дополнительной информации, если известно, что для хранения информации о 20 пользователях нужно 600 байт?

Примечание: в латинском алфавите 26 букв.

№ 27.

При регистрации на авиарейс данные о пассажире кодируются так: - первое поле — имя и фамилия латинскими буквами в верхнем регистре без разделителей, 30 символов - второе поле — пол, символ 0 (м) или 1 (ж) - третье поле — дата рождения, десятичные цифры без разделителей, 8 символов

При этом все символы (всех полей сразу) кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Каждое поле кодируется минимальным целым количеством байт.

На самолете «Боинг» может поместиться 568 пассажиров. Сколько Кбайт потребуется, чтобы сохранить данные обо всех пассажирах?

В ответе запишите только целое число — нужное количество Кбайт.

№ 28.

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдается пароль, состоящий из 42 символов и содержащий только символы Н, Е, Й, Р, О, С, Т, Ъ, 0, 2, 4. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, под них выделено определенное целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о 320 пользователях потребовалось 10 Кбайт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число — количество байт.

№ 29.

При регистрации в компьютерной системе каждому объекту присваивается идентификатор из 116 символов. Ими могут быть только шестнадцатеричные цифры и символы из 2035-символьного специального алфавита. В базе данных для хранения каждого идентификатора отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используется посимвольное кодирование идентификаторов, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит.

Определите объём памяти (в Мбайт), необходимый для хранения 65 536 идентификаторов.

В ответе запишите только целое число — количество Мбайт.

№ 30.

На предприятии каждой изготовленной детали присваивают серийный номер, содержащий десятичные цифры, 52 латинские буквы (с учётом регистра) и символы из 458-символьного специального алфавита. В базе данных для хранения каждого серийного номера отведено одинаковое и минимально возможное число байт. При этом используется посимвольное кодирование серийных номеров, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным числом бит. Известно, что для хранения 862 серийных номеров отведено не более 276 Кбайт памяти.

Определите максимально возможную длину серийного номера. В ответе запишите только целое число.

№ 31.

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \text{ при } n \leq 10;$$
$$F(n) = n//4 + F(n - 10) \text{ при } 10 < n \leq 36.$$

Здесь $//$ обозначает деление нацело. В качестве ответа на задание выведите значение $F(18)$.

№ 32.

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан такими соотношениями:

- $F(n) = n$ при $n \geq 3000$
- $F(n) = F(n + 1) \times n$, если $n < 3000$

Чему равно значение выражения $(F(52) - 2 \times F(53))/F(54)$?

№ 33.

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \text{ при } n \geq 2025;$$

$$F(n) = n \times 2 + F(n + 2), \text{ если } n < 2025.$$

Чему равно значение выражения $F(82) - F(81)$?

№ 34.

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан так:

$$F(n) = n^{(n^2)} \text{ при } n \leq 1\,000;$$

$$F(n) = n + 2F(n - 2) + 6F(n - 6) \text{ при } n > 1\,000.$$

Чему равно значение выражения $F(20\,024) - 2F(20\,022) - 3F(20\,020) + 18F(20\,014)$?

№ 35.

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(0) = 1, F(1) = 3;$$

$$F(n) = F(n - 1) - F(n - 2) + 3n \text{ при } n > 1.$$

Чему равно значение функции $F(40)$? В ответе запишите только целое число.

№ 36.

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1, \text{ если } n < 2$$

$$F(n) = F(n - 2) + F(n - 1), \text{ если } n \geq 2$$

От какого числа была вызвана функция, если в результате получилось число 34?

№ 37.

Пока Алиса закрывает шпионам доступ к внутренним сервисам и базам данных, Боб перенастраивает параметры нейросети.

Известно, что параметров у неё — 9 миллиардов.

При этом, после взлома эти параметры стали выглядеть так: первые два равны 1, а каждое следующее равно разнице предыдущего и предпредыдущего.

Обозначив n -ый параметр как $F(n)$, в виде формул это можно записать так:

$$\begin{aligned} F(n) &= 1 \text{ при } n < 2; \\ F(n) &= F(n-1) - F(n-2). \end{aligned}$$

Боб сначала переписал эти формулы в виде простой рекурсивной функции. По приблизительным оценкам, даже со всеми флопами мира она будет работать, как минимум, до нового 2024 года. По более точным, до нового 10^{2024} -го года.

Боб взгляделся в несколько первых параметров и понял, как легко оптимизировать программу, чтобы она могла мгновенно найти любой из них. Проверьте его вычисления.

В ответе запишите последний параметр, то есть $F(9 \cdot 10^9)$?

№ 38.

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан такими соотношениями:

- $F(n) = 1$ при $n < 3$
- $F(n) = F(n-1) + n - 1$ при $n > 2$ и при этом чётно
- $F(n) = F(n-2) + 2n - 2$, если $n > 2$ и при этом нечётно

Чему равно значение выражения $F(3048) - F(3045)$?

№ 39.

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} F(n) &= n, \text{ если } n > 0 \text{ и кратно двум} \\ F(n) &= F(n-1), \text{ если } n > 0 \text{ и не кратно двум} \end{aligned}$$

Чему равно значение выражения $F(11)$?

№ 40.

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ если } n < 5$$

$$F(n) = 2n \times F(n - 4), \text{ если } n \geq 5$$

Чему равно значение функции $(F(13766) - 9 \times F(13762))/F(13758)$?

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	Тип 4	20
2	Тип 4	0101
3	Тип 4	35
4	Тип 4	6
5	Тип 4	14
6	Тип 4	10
7	Тип 4	100
8	Тип 4	23
9	Тип 4	6
10	Тип 4	12
11	Тип 7	81921
12	Тип 7	91893
13	Тип 7	82
14	Тип 7	16
15	Тип 7	96000
16	Тип 7	256
17	Тип 7	40
18	Тип 7	18375
19	Тип 7	4
20	Тип 7	960
21	Тип 11	3
22	Тип 11	2550
23	Тип 11	310539
24	Тип 11	2729
25	Тип 11	274877906944
26	Тип 11	18
27	Тип 11	17
28	Тип 11	11
29	Тип 11	11
30	Тип 11	261
31	Тип 16	12
32	Тип 16	2650
33	Тип 16	1945
34	Тип 16	-40036
35	Тип 16	126

36	Тип 16	8
37	Тип 16	1
38	Тип 16	9139
39	Тип 16	10
40	Тип 16	757543052