

Вариант 251

ID: 14072

1.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа. Множество P содержит только числа, кратные 5, а множество Q — только числа, кратные 3.

Известно, что выражение

$$(x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow ((x \in Q) \wedge (x \in A)))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x .

Определите наибольшее возможное натуральное число, которому должны быть кратны элементы множества A .

2.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например,

$$13 \& 7 = 1101_2 \& 0111_2 = 0101_2 = 5.$$

Определите наименьшее натуральное число A , такое что выражение

$$(((X \& 28 \neq 0) \vee (X \& A = 0)) \rightarrow (X \& 28 \neq 0)) \vee (X \& A \neq 0) \vee (X \& 39 = 0)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X).

3.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$P = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$ и $Q = \{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29\}$.

Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow \neg(x \in P)) \wedge (\neg(x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наибольшее возможное количество элементов множества A .

4.

На числовой прямой даны два промежутка: $P = [23; 45)$ и $Q = [34; 56]$. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \notin A) \vee ((x \notin P) \wedge (x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

5.

Обозначим через $ДЕЛ(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A логическое выражение

$$(\neg ДЕЛ(x, 100) \wedge ДЕЛ(x, 4)) \vee ДЕЛ(x, 400) \vee \neg ДЕЛ(x, A)$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

6.

Элементами множеств A , P , Q и R являются 8-битовые цепочки, причём

P — множество всех 8-битовых цепочек с чётным количеством единиц,

Q — множество всех 8-битовых цепочек, начинающихся на 10,

R — множество всех 8-битовых цепочек, оканчивающихся на 101.

Известно, что выражение

$$\neg(x \in R) \rightarrow ((x \in P) \vee (\neg(x \in A) \wedge (x \in Q)) \rightarrow ((x \in A) \vee (\neg(x \in Q) \wedge (x \in P))))$$

истинно при любой 8-битовой цепочке x .

Сколько элементов содержит минимальное множество A , при котором это условие выполняется?

7.

"Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{2, 5, 10, 15, 17, 20, 22, 25\}.$$

$$Q = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 20, 25\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \in P) \equiv ((x \in A) \wedge (x \in Q))) \rightarrow ((x \in Q) \equiv ((x \in A) \wedge (x \in P)))$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наименьшую возможную сумму элементов множества A ."

8.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [23; 37]$ и $Q = [41; 73]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg((\neg(x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \rightarrow (x \in A))$$

ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x .

9.

Обозначим через $m \mid n$ поразрядную дизъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например,

$$12 \mid 6 = 1100_2 \mid 0110_2 = 1110_2 = 14.$$

Определите наибольшее натуральное число A , такое что выражение

$$((x \mid 50 > 70) \wedge (x \mid 17 \leq 108)) \rightarrow ((x \mid 108 > 17) \wedge (x \mid a < 108))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

10.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \text{ и } Q = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \wedge ((x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наибольшее возможное количество элементов множества A .

11.

На числовой прямой даны два отрезка: $P=[19; 142]$ и $Q=[75; 185]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$\neg((x \in Q) \rightarrow ((\neg(x \in A) \wedge (x \in P)) \rightarrow \neg(x \in Q)))$ ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x .

12.

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A логическое выражение

$$(2x - y \geq A) \wedge (y \geq 17) \wedge (78 \geq x)$$

тождественно ложно (т. е. принимает значение 0) при любых целых неотрицательных x и y ?

13.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .
Так, например,

$$14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4.$$

Для какого наибольшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& A \neq 0) \rightarrow (((x \& 17 = 0) \wedge (x \& 5 = 0)) \rightarrow (x \& 3 \neq 0))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

14.

Укажите наименьшее целое значение A , при котором выражение

$$(2x + 3y \neq 150) \vee (x < A) \vee (y < A)$$

истинно для любых целых неотрицательных значений x и y .

15.

На числовой прямой дан отрезок $P = [5; 40]$; Q — множество всех натуральных делителей числа 135, отличных от единицы и от самого числа 135; A — множество всех натуральных делителей некоторого натурального числа y , отличных от единицы и от самого числа y (число y таково, что множество A непустое). Укажите наибольшее возможное значение числа y , для которого выражение

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \wedge (x \in A)$$

ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x .

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	Тип 15	15
2	Тип 15	35
3	Тип 15	7
4	Тип 15	11
5	Тип 15	16
6	Тип 15	56
7	Тип 15	46
8	Тип 15	50
9	Тип 15	95
10	Тип 15	8
11	Тип 15	67
12	Тип 15	140
13	Тип 15	23
14	Тип 15	31
15	Тип 15	1369