

Вариант 260

ID: 14081

1.

Элементами множеств A , P и Q являются целые числа, причём

$$P = \{-42, -10, -8, 2, 16\} \text{ и } Q = \{-10, -4, 2, 15, 23\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите **наибольшую** возможную **сумму** элементов множества A .

2.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\} \text{ и } Q = \{15, 18, 21, 24, 27, 30\}.$$

Известно, что выражение

$$\neg((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \wedge (x \notin A)$$

ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x .

Определите **наименьшую** возможную **сумму** элементов множества A .

3.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$((\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 45)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 162)) \wedge (A > 200)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

4.

Обозначим через $ДЕЛ(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A выражение

$$\neg ДЕЛ(x, A) \rightarrow (\neg ДЕЛ(x, 48) \vee \neg ДЕЛ(x, 35))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

5.

Обозначим как $ДЕЛ(x, A)$ утверждение, что натуральное число x делится на A без остатка.

Для приведённого ниже выражения укажите значение для $x = 30$, $x = 60$, $x = 90$, если 1 — это истина, а 0 — ложь. В ответе укажите 3 числа без пробелов.

$$(ДЕЛ(x, 30) \wedge \neg ДЕЛ(x, 45))$$

6.

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [5; 17]$, $Q = [10; 21]$ и $R = [12; 30]$. Укажите значение логического выражения при $x = 30$, $x = 9$, $x = 4$, если 1 означает истину, а 0 — ложь. В ответе запишите три числа без пробелов.

$$\neg(x \in Q) \wedge \neg(x \in P) \vee (x \in R)$$

7.

Обозначим через $ДЕЛ(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m »; и пусть на числовой прямой дан отрезок $B = [70; 80]$.

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$ДЕЛ(x, A) \vee ((x \in B) \rightarrow \neg ДЕЛ(x, 18))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

8.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например,

$$13 \& 7 = 1101_2 \& 0111_2 = 0101_2 = 5.$$

Определите наибольшее натуральное число A из интервала $[4, 92]$ такое, что выражение

$$((x \& 46 \neq 0) \rightarrow ((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 70 \neq 0))) \rightarrow ((x \& 6 = 0) \wedge (x \& A \neq 0) \wedge (x \& 70 = 0))$$

тождественно ложно (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной x).

9.

Обозначим через $ДЕЛ(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m »; и пусть на числовой прямой дан отрезок $B = [70; 80]$.

Для какого количества различных натуральных значений числа A формула

$$ДЕЛ(x, 12) \wedge (x \in B) \wedge \neg ДЕЛ(x, A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной x ?

10.

Найдите минимальное значение A , при котором выражение

$$(x \& 103 = 0) \wedge (x \& 94 \neq 0) \rightarrow (x \& A \neq 0)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении x .

11.

Элементами множеств A , P , Q и R являются натуральные числа, причём

$$\begin{aligned}P &= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}, \\Q &= \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}, \\R &= \{12, 24, 36, 48, 60\}.\end{aligned}$$

Известно, что выражение

$$(x \notin A) \rightarrow (((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in R))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите **наименьшее** возможное **произведение** элементов множества A .

12.

Определите наибольшее натуральное число A , такое что выражение

$$(x \wedge A \neq 0) \rightarrow ((x \wedge 28 = 0) \rightarrow ((x \wedge 53 \neq 0) \wedge (x \wedge 20 = 0)))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X).

13.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{14, 16, 18, 20, 22, 24\} \text{ и } Q = \{16, 19, 22, 25, 28\}.$$

Известно, что выражение

$$(x \notin P) \vee ((x \notin Q) \rightarrow (x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите **наименьшее** возможное значение **произведения** элементов множества A .

14.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10; 23]$ и $Q = [12; 30]$. Укажите **наименьшую** возможную **длину** такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg(x \in P) \vee (x \in A) \vee \neg(x \in Q)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

15.

На числовой прямой дан отрезок $B = [20; 47]$.

Пусть A – множество чисел a , для которых формула

$$(x \& 45 \neq 0) \rightarrow ((x \& 21 = 0) \rightarrow (x \& a \neq 0))$$

тождественно истинна при всех натуральных значениях переменной x .

Для какого **наименьшего** натурального числа x формула

$$(x \in A) \rightarrow (x \in B)$$

ложна?

16.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [74; 194]$ и $Q = [152; 223]$. Укажите **наименьшую** возможную **длину** такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(\neg(x \in A) \wedge (x \in P)) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

17.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m »; пусть на числовой прямой дан отрезок $B = [70; 90]$.

Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \vee ((x \in B) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 22))$$

истинно (т.е. принимает значение 1) при любом целом положительном значении переменной x ?

18.

Элементами множеств A , P и Q являются целые числа, причём

$$P = \{12, 23, 34, 45, 56\} \text{ и } Q = \{23, 35, 56, 68, 89\}.$$

Известно, что выражение

$$(x \in P) \vee (x \in Q) \vee (x \notin A)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите **максимальное** возможное **количество** целых чисел в множестве A .

19.

Обозначим как $\text{ДЕЛ}(x, A)$ утверждение, что натуральное число x делится на A без остатка.

Для приведённого ниже выражения укажите минимальное натуральное значение $x > 1$, при котором выражение будет истинным.

$$(\text{ДЕЛ}(x, 30) \vee \text{ДЕЛ}(15, x))$$

20.

На числовой прямой дан отрезок $P = [10; 20]$; Q — множество всех натуральных делителей числа 187, отличных от единицы и от самого числа 187; A — множество всех натуральных делителей некоторого натурального числа y , отличных от единицы и от самого числа y (число y таково, что множество A непустое). Укажите наибольшее возможное значение числа y , для которого выражение

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \wedge \neg(x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

21.

Обозначим $\text{ДЕЛ}(x, d)$ утверждение «Натуральное число x делится без остатка на натуральное число d ». Укажите максимальное число A , при котором выражение

$$\text{ДЕЛ}(x, 10) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 26) \wedge (x \geq 300) \rightarrow (A \leq x)$$

тождественно истинно.

22.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например,

$$14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4.$$

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 29 = 0) \vee ((x \& 11 = 0) \rightarrow \neg(x \& A = 0))$$

истинна при всех целых значениях переменной $x \in [15; 30]$?

23.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 12) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 14))$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

24.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \text{ и } Q = \{2, 4, 8, 10\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \in Q) \rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \in A) \rightarrow (x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите **количество** возможных вариантов множества A .

25.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \text{ и } Q = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \wedge ((x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите **наибольшее** возможное **количество** элементов множества A .

26.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10\} \text{ и } Q = \{3, 5, 7, 8, 30\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \notin Q) \rightarrow (x \notin A)) \wedge ((x \in P) \rightarrow (x \notin A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите **наибольшее** возможное **количество** элементов множества A .

27.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [20; 67]$ и $Q = [33; 98]$. Укажите **наименьшую** возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in P) \rightarrow ((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

28.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [101; 143]$ и $Q = [144; 199]$. Укажите **наибольшую** возможную **длину** такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

29.

На числовой прямой дан отрезок $P = [3; 17]$; Q — множество всех натуральных делителей числа 78, отличных от единицы и от самого числа 78; A — множество всех натуральных делителей некоторого натурального числа u , отличных от единицы и от самого числа u (число u таково, что множество A непустое). Укажите наименьшее возможное значение числа u , для которого выражение

$$((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \vee \neg(x \in A)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

30.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [19; 142]$ и $Q = [75; 185]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$\neg((x \in Q) \rightarrow ((\neg(x \in A) \wedge (x \in P)) \rightarrow \neg(x \in Q)))$ ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x .

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	Тип 15	56
2	Тип 15	45
3	Тип 15	324
4	Тип 15	1680
5	Тип 15	110
6	Тип 15	101
7	Тип 15	72
8	Тип 15	70
9	Тип 15	12
10	Тип 15	24
11	Тип 15	108
12	Тип 15	61
13	Тип 15	120960
14	Тип 15	11
15	Тип 15	56
16	Тип 15	42
17	Тип 15	88
18	Тип 15	8
19	Тип 15	3
20	Тип 15	361
21	Тип 15	390
22	Тип 15	16
23	Тип 15	84
24	Тип 15	64
25	Тип 15	8
26	Тип 15	2
27	Тип 15	34
28	Тип 15	55
29	Тип 15	9
30	Тип 15	67