

Вариант 269

ID: 14091

1.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \geq 11) \vee (3 \cdot x < y) \vee (x \cdot y < A)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любых неотрицательных целых x и y ?

2.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например,

$$13 \& 7 = 1101_2 \& 0111_2 = 0101_2 = 5.$$

Определите наибольшее натуральное число A из интервала $[4, 92]$ такое, что выражение

$$((x \& 46 \neq 0) \rightarrow ((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 70 \neq 0))) \rightarrow ((x \& 6 = 0) \wedge (x \& A \neq 0) \wedge (x \& 70 = 0))$$

тождественно ложно (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной x).

3.

Обозначим как $ДЕЛ(x, A)$ утверждение, что натуральное число x делится на A без остатка.

Для приведённого ниже выражения укажите минимальное натуральное значение $x > 1$, при котором выражение будет истинным.

$$(ДЕЛ(x, 30) \vee ДЕЛ(15, x))$$

4.

Сколько существует целых значений A , при которых формула

$$((x < A) \rightarrow (x \cdot x \leq 169)) \wedge ((y \cdot y < 16) \rightarrow (y \leq A))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных x и y)?

5.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{1, 3, 4, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21\} \text{ и } Q = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \vee ((x \notin A) \rightarrow (x \notin Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наименьшее возможное произведение элементов множества A .

6.

Элементами множеств A , P и Q являются целые числа, причём

$$P = \{-42, -10, -8, 2, 16\} \text{ и } Q = \{-10, -4, 2, 15, 23\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наибольшую возможную сумму элементов множества A .

7.

На числовой прямой дан отрезок $P = [5; 30]$; Q — множество всех натуральных делителей числа 169, отличных от единицы и от самого числа 169; A — множество всех натуральных делителей некоторого натурального числа y , отличных от единицы и от самого числа y (число y таково, что множество A непустое). Укажите наименьшее возможное значение числа y , для которого выражение

$$(\neg(x \in P) \vee \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in Q)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

8.

Элементами множеств P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{3, 4, 5, 8, 12\} \text{ и } Q = \{3, 6, 8, 9, 35\}.$$

Известно, что выражение

$$(x \in P) \wedge (x \in Q)$$

может быть истинным или ложным в зависимости от значения x .

Определите количество значений x , при которых значение выражения будет истинно.

9.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 12) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 5)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, A)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

10.

Для какого наименьшего целого числа A формула

$$(-(x-2)^2 + 3 < y) \vee ((x-1)^2 + y^2 < 7) \vee (5x + A > y)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любых положительных x и y ?

11.

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A логическое выражение

$$(2x + y \neq 110) \vee (x < y) \vee (A < x)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любых целых неотрицательных x и y ?

12.

На числовой прямой дан отрезок: $P = [10; 21]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg(x \in P) \vee (x \in A)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

13.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [23; 37]$ и $Q = [41; 73]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg((\neg(x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \rightarrow (x \in A))$$

ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x .

14.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например,

$$13 \& 7 = 1101_2 \& 0111_2 = 0101_2 = 5.$$

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа B формула

$$((x \& 500 \neq 0) \wedge (x \& 200 = 0)) \rightarrow \neg(x \& B = 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1) при любом неотрицательном целом значении переменной x ?

15.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$((\text{ДЕЛ}(x, 36) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 42)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, A)) \wedge (A \cdot (A - 25) < 25 \cdot (A + 200))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

16.

Операция $m \& n$ называется поразрядной конъюнкцией неотрицательных целых чисел m и n . Операция $m | n$ называется поразрядной дизъюнкцией неотрицательных целых чисел m и n . Например:

$$35 \& 23 = 100011_2 \& 010111_2 = 000011_2 = 3$$

$$35 | 23 = 100011_2 | 010111_2 = 110111_2 = 55$$

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\neg((x | 41 = 0) \vee (x \& 128 \neq 0)) \wedge (x \& A = 0) \wedge ((x | A = 0) \vee (x \& A = 0))$$

истинна при всех положительных целых двузначных значениях переменной x ?

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	Тип 15	301
2	Тип 15	70
3	Тип 15	3
4	Тип 15	12
5	Тип 15	8505
6	Тип 15	56
7	Тип 15	26
8	Тип 15	2
9	Тип 15	1
10	Тип 15	-4
11	Тип 15	36
12	Тип 15	11
13	Тип 15	50
14	Тип 15	308
15	Тип 15	84
16	Тип 15	128