

Вариант 270

ID: 14092

1.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [20; 67]$ и $Q = [33; 98]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

2.

Обозначим через $ДЕЛ(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m »; и пусть на числовой прямой дан отрезок $B = [70; 80]$.

Для какого количества различных натуральных значений числа A формула

$$ДЕЛ(x, 12) \wedge (x \in B) \wedge \neg ДЕЛ(x, A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной x ?

3.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\} \text{ и } Q = \{4, 9, 14, 19, 24, 29, 34, 39, 44, 49\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (\neg(x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наибольшую возможную сумму элементов множества A .

4.

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10; 150]$, $Q = [160; 250]$ и $R = [240; 300]$.
Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

5.

Для какого наибольшего целого числа A выражение

$$((x \geq A) \vee (121 \geq x^2)) \wedge ((y^2 < 49) \vee (A < y))$$

тождественно истинно, т. е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

6.

Определите сколько всего существует натуральных чисел A таких, что выражение

$$(((x \& 108 = 0) \vee (x \& 60 = 0)) \rightarrow (x \& A = 0)) \vee (x \& R = 0)$$

тождественно истинно при любом натуральном A (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x и любом натуральном значении A).

7.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [12; 62]$ и $Q = [52; 92]$. Рассмотрим отрезок $A = [10; X]$. Найдите наименьшее значение X , при котором логическое выражение

$$\neg((x \notin A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

8.

Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи).

$M = 33$, $K = 78$, чему равно $M \& K$?

Ответ укажите в десятичной системе счисления.

9.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например,

$$14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4.$$

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x \& 42 \neq 0) \wedge (x \& 34 = 0)) \rightarrow \neg(x \& A = 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом неотрицательном целом значении переменной x ?

10.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$((\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 375)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 100)) \wedge (A > 10)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

11.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [15; 40]$ и $Q = [21; 63]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow (x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

12.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .
Так, например,

$$13 \& 7 = 1101_2 \& 0111_2 = 0101_2 = 5.$$

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа B формула

$$((x \& 500 \neq 0) \wedge (x \& 200 = 0)) \rightarrow \neg(x \& B = 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1) при любом неотрицательном целом значении переменной x ?

13.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m »; пусть на числовой прямой дан отрезок $B = [70; 90]$.

Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \vee ((x \in B) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 22))$$

истинно (т.е. принимает значение 1) при любом целом положительном значении переменной x ?

14.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 2) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 3)) \vee (x + A \geq 100)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

15.

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\neg((x + 5 < A) \rightarrow (y > A)) \vee (x \cdot y \geq 76)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1) при любых натуральных значениях переменных x и y ?

16.

Обозначим как $\text{ДЕЛ}(x, A)$ утверждение, что натуральное число x делится на A без остатка.

Для приведенного ниже выражения укажите минимальное натуральное A , при котором выражение будет истинно для любого натурального x .

$$(\text{ДЕЛ}(x, 30) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 45)) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, A)$$

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	Тип 15	34
2	Тип 15	12
3	Тип 15	337
4	Тип 15	80
5	Тип 15	6
6	Тип 15	7
7	Тип 15	52
8	Тип 15	0
9	Тип 15	8
10	Тип 15	12
11	Тип 15	23
12	Тип 15	308
13	Тип 15	88
14	Тип 15	94
15	Тип 15	81
16	Тип 15	9