

Вариант 387

ID: 46359

1.

Элементами множеств A , P и Q являются целые числа, причём

$$P = \{12, 23, 34, 45, 56\} \text{ и } Q = \{23, 35, 56, 68, 89\}.$$

Известно, что выражение

$$(x \in P) \vee (x \in Q) \vee (x \notin A)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите максимальное возможное количество целых чисел в множестве A .

2.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [15; 40]$ и $Q = [21; 63]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

3.

Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи).

Определите наименьшее натуральное число A , такое что выражение

$$((x \& 17 \neq 0) \rightarrow ((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 58 \neq 0))) \rightarrow ((x \& 8 = 0) \wedge (x \& A \neq 0) \wedge (x \& 58 = 0))$$

тождественно ложно (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной x).

4.

Обозначим $\text{ДЕЛ}(x, d)$ утверждение «Натуральное число x делится без остатка на натуральное число d ». Укажите максимальное число A , при котором выражение

$$\text{ДЕЛ}(x, 10) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 26) \wedge (x \geq 300) \rightarrow (A \leq x)$$

тождественно истинно.

5.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 12) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 14))$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

6.

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x > 10) \vee (A < (x \cdot y)) \vee (y < 5)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых натуральных числах x и y ?

7.

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа a логическое выражение

$$(2y > 5x) \vee (xy < a) \vee (x \geq 22)$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1) при любых целых неотрицательных x и y ?

8.

Обозначим через $m|n$ поразрядную дизъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .
Так, например, $12|6 = 1100_2|0110_2 = 1110_2 = 14$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x|42 > 64) \wedge (x|34 \leq 102)) \rightarrow \neg(x|A < 70)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом неотрицательном целом значении переменной x ?

9.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\} \text{ и } Q = \{4, 9, 14, 19, 24, 29, 34, 39, 44, 49\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (\neg(x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наибольшую возможную сумму элементов множества A .

10.

Обозначим через $m\&n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .
Так, например,

$$13\&7 = 1101_2\&0111_2 = 0101_2 = 5.$$

Определите наименьшее натуральное число A , такое что выражение

$$(((X \& 28 \neq 0) \vee (X \& A = 0)) \rightarrow (X \& 28 \neq 0)) \vee (X \& A \neq 0) \vee (X \& 39 = 0)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X).

11.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{1, 3, 4, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21\} \text{ и } Q = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \vee ((x \notin A) \rightarrow (x \notin Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наименьшее возможное произведение элементов множества A .

12.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [13; 19]$ и $Q = [17; 23]$. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg(\neg(x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \rightarrow ((x \in A) \rightarrow (\neg(x \in Q) \rightarrow (x \in P)))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

13.

Элементами множеств P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{3, 4, 5, 8, 12\} \text{ и } Q = \{3, 6, 8, 9, 35\}.$$

Известно, что выражение

$$(x \in P) \wedge (x \in Q)$$

может быть истинным или ложным в зависимости от значения x .

Определите количество значений x , при которых значение выражения будет истинно.

14.

Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи).

$M = 33$, $K = 78$, чему равно $M \& K$?

Ответ укажите в десятичной системе счисления.

15.

Обозначим через $ДЕЛ(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A логическое выражение

$$(\neg ДЕЛ(x, 100) \wedge ДЕЛ(x, 4)) \vee ДЕЛ(x, 400) \vee \neg ДЕЛ(x, A)$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

16.

Укажите наименьшее целое значение A , при котором выражение

$$(x < 9) \rightarrow ((5y < x) \rightarrow (2xy < A))$$

тождественно истинно при любых целых положительных x и y .

17.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [1; 9999]$ и $Q = [3648; 6287]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \vee (x \in A) \vee (x > 4200)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

18.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{12, 14, 19, 20, 25\} \text{ и } Q = \{13, 18, 19, 20, 30\}.$$

Известно, что выражение

$$\neg((x \in P) \equiv (x \in A)) \rightarrow ((x \in Q) \equiv (x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наибольшее возможное значение произведения элементов множества A .

19.

На числовой прямой даны два отрезка: $P=[117;158]$ и $Q=[129;180]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

20.

На числовой прямой даны три отрезка: $P=[10;150]$, $Q=[160;250]$ и $R=[240;300]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

21.

На числовой прямой даны два отрезка: $P=[25;64]$ и $Q=[40;115]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

22.

На числовой прямой даны два отрезка: $P=[3;87]$ и $Q=[50;72]$. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$((x \in P) \wedge \neg((x \in A) \equiv (x \in Q))) \vee \neg((x \in Q) \vee (x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

23.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\neg(\text{ДЕЛ}(x, 3) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 5)) \vee (A \geq 42 - x)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

24.

Укажите наименьшее целое значение A , при котором выражение

$$(2x + 3y \neq 150) \vee (x < A) \wedge (y < A)$$

истинно для любых целых неотрицательных значений x и y .

25.

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x + 2y < A) \vee (y > x) \vee (x > 60)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y .

26.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m »; и пусть на числовой прямой дан отрезок $B = [142; 252]$.

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 15)) \vee \neg(x + A \in B)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

27.

Для какого наименьшего целого значения параметра A выражение

$$(x > 39) \vee (y > 26) \vee (2x + 4y < A)$$

является тождественно истинным, то есть принимает значение 1 при любых целых положительных значениях переменных x и y ?

28.

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x > 78) \vee (A > x)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом целом неотрицательном x ?

29.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например,

$$14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4.$$

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x \& 42 \neq 0) \wedge (x \& 34 = 0)) \rightarrow \neg(x \& A = 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом неотрицательном целом значении переменной x ?

30.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\} \text{ и } Q = \{15, 18, 21, 24, 27, 30\}.$$

Известно, что выражение

$$\neg((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \wedge (x \notin A)$$

ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x .

Определите наименьшую возможную сумму элементов множества A .

31.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например,

$$14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4.$$

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 29 = 0) \vee ((x \& 11 = 0) \rightarrow \neg(x \& A = 0))$$

истинна при всех целых значениях переменной $x \in [15; 30]$?

32.

На числовой прямой дан отрезок $P = [10; 20]$; Q — множество всех натуральных делителей числа 187, отличных от единицы и от самого числа 187; A — множество всех натуральных делителей некоторого натурального числа y , отличных от единицы и от самого числа y (число y таково, что множество A непустое). Укажите наибольшее возможное значение числа y , для которого выражение

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \wedge \neg(x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

33.

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [5; 17]$, $Q = [10; 21]$ и $R = [12; 30]$. Укажите значение логического выражения при $x = 30$, $x = 9$, $x = 4$, если 1 означает истину, а 0 — ложь. В ответе запишите три числа без пробелов.

$$\neg(x \in Q) \wedge \neg(x \in P) \vee (x \in R)$$

34.

На числовой прямой дан отрезок: $P = [5; 22]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in P) \wedge \neg(x \in A)$$

ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x .

35.

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\neg((x + 5 < A) \rightarrow (y > A)) \vee (x \cdot y \geq 76)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1) при любых натуральных значениях переменных x и y ?

36.

Обозначим через $ДЕЛ(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A выражение

$$\neg ДЕЛ(x, A) \rightarrow (\neg ДЕЛ(x, 48) \vee \neg ДЕЛ(x, 35))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

37.

Сколько существует целых значений A , при которых формула

$$((x < A) \rightarrow (x \cdot x \leq 169)) \wedge ((y \cdot y < 16) \rightarrow (y \leq A))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных x и y)?

38.

Обозначим через $ДЕЛ(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение

$$(\neg ДЕЛ(x, A) \wedge ДЕЛ(x, 24)) \rightarrow (\neg ДЕЛ(x, 16) \vee \neg ДЕЛ(x, 24))$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

39.

Определите наибольшее натуральное число A , такое что выражение

$$(x \& A \neq 0) \rightarrow ((x \& 28 = 0) \rightarrow ((x \& 53 \neq 0) \wedge (x \& 20 = 0)))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x).

40.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{14, 16, 18, 20, 22, 24\} \text{ и } Q = \{16, 19, 22, 25, 28\}.$$

Известно, что выражение

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества A .

41.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$((\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 45)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 162)) \wedge (A > 200)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

42.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наименьшего натурального числа A выражение

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 25) \vee \text{ДЕЛ}(x, 16))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

43.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Например, $\text{ДЕЛ}(21, 3) = \text{ИСТИНА}$, потому что 21 делится на 3 нацело. $\text{ДЕЛ}(20, 7) = \text{ЛОЖЬ}$, так как 20 не делится на 7 нацело.

Найдите минимальное значение A , для которого приведённое выражение истинно, то есть принимает значение 1 для любого неотрицательного целого значения x .

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 5) \vee \text{ДЕЛ}(x, 35)$$

44.

На числовой прямой даны два промежутка: $P = [23; 45)$ и $Q = [34; 56]$. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \notin A) \vee ((x \notin P) \wedge (x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

45.

Обозначим как $\text{ДЕЛ}(x, A)$ утверждение, что натуральное число x делится на A без остатка.

Для приведенного ниже выражения укажите минимальное натуральное A , при котором выражение будет истинно для любого натурального x .

$$(\text{ДЕЛ}(x, 30) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 45)) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, A)$$

46.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [20; 67]$ и $Q = [33; 98]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg (x \in A)) \rightarrow \neg (x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

47.

Элементами множеств P , Q и R являются натуральные числа, причём

$$P = \{1, 2, 4, 12, 13\}.$$

$$Q = \{1, 4, 9, 13, 35, 81\}.$$

$$R = \{2, 10, 13, 15, 35\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \notin P) \wedge (x \notin Q)) \vee (x \in R)$$

может быть истинным или ложным в зависимости от значения x .

Определите количество значений x , при которых значение выражения будет ложно.

48.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Например, $\text{ДЕЛ}(21, 3) = \text{ИСТИНА}$, потому что 21 делится на 3 нацело. $\text{ДЕЛ}(20, 7) = \text{ЛОЖЬ}$, так как 20 не делится на 7 нацело.

Найдите минимальное значение A , для которого приведённое выражение истинно, то есть принимает значение 1 для любого натурального значения x .

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 2205) \vee \text{ДЕЛ}(x, 2800)$$

49.

Обозначим через $m|n$ поразрядную дизъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например,

$$12|6 = 1100_2|0110_2 = 1110_2 = 14.$$

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x|42 > 64) \wedge (x|34 \leq 102)) \rightarrow \neg(x|A < 70)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1) при любом неотрицательном целом значении переменной x ?

50.

На числовой прямой даны три отрезка: $P=[10;27]$, $Q=[20;40]$ и $R=[32;50]$. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg(x \in A) \vee ((x \in Q) \wedge ((x \in P) \vee (x \in R)))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

51.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10\} \text{ и } Q = \{3, 5, 7, 8, 30\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \notin Q) \rightarrow (x \notin A)) \wedge ((x \in P) \rightarrow (x \notin A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наибольшее возможное количество элементов множества A .

52.

"Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{2, 5, 10, 15, 17, 20, 22, 25\}.$$

$$Q = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 20, 25\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \in P) \equiv ((x \in A) \wedge (x \in Q))) \rightarrow ((x \in Q) \equiv ((x \in A) \wedge (x \in P)))$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наименьшую возможную сумму элементов множества A ."

53.

На числовой прямой даны отрезки: $P = [7; 16]$, $Q = [25; 32]$. Укажите наименьшую длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \vee (\neg(x \in Q) \rightarrow (x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

54.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10; 23]$ и $Q = [12; 30]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg(x \in P) \vee (x \in A) \vee \neg(x \in Q)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

55.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например,

$$14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4.$$

Для какого наибольшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 52 = 4) \rightarrow ((x \& 26 = 2) \rightarrow (x \& A = 6))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

56.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [23; 37]$ и $Q = [41; 73]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg((\neg(x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \rightarrow (x \in A))$$

ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x .

57.

На числовой прямой дан отрезок $P = [52; 90]$; Q — множество всех натуральных делителей числа 159, отличных от единицы и от самого числа 159; A — множество всех натуральных делителей некоторого натурального числа y , отличных от единицы и от самого числа y (число y таково, что множество A непустое). Укажите наименьшее возможное значение числа y , для которого выражение

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \wedge \neg(x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

58.

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(2y + x \neq 70) \vee (x < y) \vee (A < x)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

59.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например,

$$14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4.$$

Для какого наибольшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& A \neq 0) \rightarrow (((x \& 17 = 0) \wedge (x \& 5 = 0)) \rightarrow (x \& 3 \neq 0))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

60.

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A логическое выражение

$$(39 \neq y + 2x) \vee (A < x) \vee (A < y)$$

истинно (т.е. принимает значение 1) при любых целых неотрицательных x и y ?

61.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A , не превышающего 300 логическое выражение

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 35)) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 21) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

62.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$((\text{ДЕЛ}(x, 36) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 42)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, A)) \wedge (A \cdot (A - 25) < 25 \cdot (A + 200))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

63.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [74; 194]$ и $Q = [152; 223]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(\neg(x \in A) \wedge (x \in P)) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

64.

Элементами множеств W , F и M являются натуральные числа.

Новичок хоккейной команды выбирает номера для игровой формы в пределах от 1 до 99. Все числа меньше 22 или больше 70, а также 26 и 40 уже заняты. Самому игроку нравятся двузначные числа, сумма цифр которых больше 5. Если обозначить за W все неподходящие числа, за F — любимые числа, а за M — те числа, которые готов предложить менеджмент команды, то выражение

$$(n \notin W) \rightarrow ((n \notin F) \vee (n \in M))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной n .

Определите, сколько номеров может предложить игроку менеджмент команды.

65.

На числовой прямой даны два отрезка: $P=[101;143]$ и $Q=[144;199]$. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

66.

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x \geq 15) \vee (A > (x \cdot y)) \vee (y > 3)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

67.

На числовой прямой даны два отрезка: $B=[22;40]$ и $C=[32;50]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in B) \equiv (x \in C))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

68.

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A логическое выражение

$$(2x - y \geq A) \wedge (y \geq 17) \wedge (78 \geq x)$$

тождественно ложно (т. е. принимает значение 0) при любых целых неотрицательных x и y ?

69.

Обозначим через $m \mid n$ поразрядную дизъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например,

$$12 \mid 6 = 1100_2 \mid 0110_2 = 1110_2 = 14.$$

Определите наибольшее натуральное число A , такое что выражение

$$((x \mid 50 > 70) \wedge (x \mid 17 \leq 108)) \rightarrow ((x \mid 108 > 17) \wedge (x \mid a < 108))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

70.

Укажите наименьшее целое значение A , при котором выражение

$$(2x + 3y \neq 150) \vee (x < A) \vee (y < A)$$

истинно для любых целых неотрицательных значений x и y .

71.

На числовой прямой дан отрезок: $P = [10; 21]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg(x \in P) \vee (x \in A)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

72.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \geq 11) \vee (3 \cdot x < y) \vee (x \cdot y < A)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любых неотрицательных целых x и y ?

73.

На числовой прямой дан отрезок $P=[3;17]$; Q — множество всех натуральных делителей числа 78, отличных от единицы и от самого числа 78; A — множество всех натуральных делителей некоторого натурального числа y , отличных от единицы и от самого числа y (число y таково, что множество A непустое). Укажите наименьшее возможное значение числа y , для которого выражение

$$((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \vee \neg(x \in A)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

74.

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A логическое выражение

$$(x \cdot y > A) \vee (x > y) \vee (11 > x)$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1) при любых целых неотрицательных x и y ?

75.

Элементами множеств A , P , Q и R являются натуральные числа, причём

$$P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}.$$

$$Q = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}.$$

$$R = \{12, 24, 36, 48, 60\}.$$

Известно, что выражение

$$(x \notin A) \rightarrow (((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in R))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наименьшее возможное произведение элементов множества A .

76.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .
Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A логическое выражение

$$((x \& 52 \neq 0) \wedge (x \& 48 = 0)) \rightarrow \neg(x \& A = 0)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом неотрицательном целом значении переменной x ?

77.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .
Так, например,

$$13 \& 7 = 1101_2 \& 0111_2 = 0101_2 = 5.$$

Определите наибольшее натуральное число A , при котором выражение

$$(x \& A = 0) \vee ((x \& 44 = 4) \rightarrow (x \& 27 = 10))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x).

78.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m »; и пусть на числовой прямой дан отрезок $B = [70; 80]$.

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \vee ((x \in B) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 18))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

79.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .
Так, например,

$$13 \& 7 = 1101_2 \& 0111_2 = 0101_2 = 5.$$

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа B формула

$$((x \& 500 \neq 0) \wedge (x \& 200 = 0)) \rightarrow \neg(x \& B = 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1) при любом неотрицательном целом значении переменной x ?

80.

На числовой прямой даны два отрезка: $P=[19; 142]$ и $Q=[75; 185]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$\neg((x \in Q) \rightarrow ((\neg(x \in A) \wedge (x \in P)) \rightarrow \neg(x \in Q)))$ ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x .

81.

На числовой прямой даны два отрезка: $P=[64; 95]$ и $Q=[72; 106]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$((x \in Q) \wedge (x \notin A)) \rightarrow ((x \notin P) \rightarrow (x \notin Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

82.

Обозначим через $ДЕЛ(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A выражение

$$ДЕЛ(x, 128) \rightarrow (\neg ДЕЛ(x, A) \rightarrow \neg ДЕЛ(x, 80))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

83.

Элементами множеств P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{15, 18, 24, 33, 41\} \text{ и } Q = \{3, 9, 18, 35, 41\}.$$

Известно, что выражение

$$(x \notin P) \wedge (x \notin Q)$$

может быть истинным или ложным в зависимости от значения x .

Определите количество значений x , при которых значение выражения будет ложно.

84.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 2) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 3)) \vee (x + A \geq 100)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

85.

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x \geq 8) \vee (A < (x * y)) \vee (y \leq 7)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых натуральных числах x и y ?

86.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 12) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 5)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, A)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

87.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [12; 62]$ и $Q = [52; 92]$. Рассмотрим отрезок $A = [10; X]$. Найдите наименьшее значение X , при котором логическое выражение

$$\neg((x \notin A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

88.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{14, 16, 18, 20, 22, 24\} \text{ и } Q = \{16, 19, 22, 25, 28\}.$$

Известно, что выражение

$$(x \notin P) \vee ((x \notin Q) \rightarrow (x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества A .

89.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m »; и пусть на числовой прямой дан отрезок $B = [70; 80]$.

Для какого количества различных натуральных значений числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(x, 12) \wedge (x \in B) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной x ?

90.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$((\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 36)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 324)) \wedge (A > 100)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

91.

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A логическое выражение $(3y - x > 12) \vee (2x + 6y \geq 72) \vee (x > 24) \vee (x \cdot y < A)$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1) при любых целых неотрицательных x и y ?

92.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например,
 $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 91 = 0) \vee ((x \& 77 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна, т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x ?

93.

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [15; 40]$ и $Q = [21; 63]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow (x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

94.

Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём

$$P = \{18, 20, 22, 26, 27, 30\} \text{ и } Q = \{20, 21, 27, 30\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (x \in A)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наименьшее возможное количество элементов множества A .

95.

Элементами множеств A , P и Q являются целые числа, причём

$$P = \{-42, -10, -8, 2, 16\} \text{ и } Q = \{-10, -4, 2, 15, 23\}.$$

Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наибольшую возможную сумму элементов множества A .

96.

На числовой прямой дан отрезок $B = [20; 47]$.

Пусть A – множество чисел a , для которых формула

$$(x \& 45 \neq 0) \rightarrow ((x \& 21 = 0) \rightarrow (x \& a \neq 0))$$

тождественно истинна при всех натуральных значениях переменной x .

Для какого наименьшего натурального числа x формула

$$(x \in A) \rightarrow (x \in B)$$

ложна?

97.

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например,

$$13 \& 7 = 1101_2 \& 0111_2 = 0101_2 = 5.$$

Определите наибольшее натуральное число A такое, что выражение

$$((x \& 49 \neq 0) \rightarrow ((x \& A \neq 0) \rightarrow (x \& 108 \neq 0))) \rightarrow ((x \& 92 = 0) \wedge (x \& A \neq 0) \wedge (x \& 49 \neq 0))$$

тождественно ложно (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной x).

98.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m »; и пусть на числовой прямой дан отрезок $B = [50; 70]$.

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \vee (\text{ДЕЛ}(x, 23) \rightarrow \neg(x \in B))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

99.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A логическое выражение

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, 26) \wedge \text{ДЕЛ}(x, A)) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 39) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, A))$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

100.

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m »; пусть на числовой прямой дан отрезок $B = [70; 90]$.

Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \vee ((x \in B) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 22))$$

истинно (т.е. принимает значение 1) при любом целом положительном значении переменной x ?

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	Тип 15	8
2	Тип 15	19
3	Тип 15	2
4	Тип 15	390
5	Тип 15	84
6	Тип 15	4
7	Тип 15	1093
8	Тип 15	6
9	Тип 15	337
10	Тип 15	35
11	Тип 15	8505
12	Тип 15	10
13	Тип 15	2
14	Тип 15	0
15	Тип 15	16
16	Тип 15	17
17	Тип 15	3647
18	Тип 15	11203920000
19	Тип 15	29
20	Тип 15	80
21	Тип 15	24
22	Тип 15	47
23	Тип 15	27
24	Тип 15	76
25	Тип 15	181
26	Тип 15	223
27	Тип 15	183
28	Тип 15	79
29	Тип 15	8
30	Тип 15	45
31	Тип 15	16
32	Тип 15	361
33	Тип 15	101
34	Тип 15	17
35	Тип 15	81

36	Тип 15	1680
37	Тип 15	12
38	Тип 15	48
39	Тип 15	61
40	Тип 15	38
41	Тип 15	324
42	Тип 15	16
43	Тип 15	7
44	Тип 15	11
45	Тип 15	9
46	Тип 15	34
47	Тип 15	5
48	Тип 15	400
49	Тип 15	6
50	Тип 15	8
51	Тип 15	2
52	Тип 15	46
53	Тип 15	9
54	Тип 15	11
55	Тип 15	62
56	Тип 15	50
57	Тип 15	3481
58	Тип 15	23
59	Тип 15	23
60	Тип 15	12
61	Тип 15	105
62	Тип 15	84
63	Тип 15	42
64	Тип 15	40
65	Тип 15	55
66	Тип 15	43
67	Тип 15	28
68	Тип 15	140
69	Тип 15	95
70	Тип 15	31
71	Тип 15	11
72	Тип 15	301
73	Тип 15	9
74	Тип 15	120

75	Тип 15	108
76	Тип 15	4
77	Тип 15	40
78	Тип 15	72
79	Тип 15	308
80	Тип 15	67
81	Тип 15	11
82	Тип 15	640
83	Тип 15	8
84	Тип 15	94
85	Тип 15	7
86	Тип 15	1
87	Тип 15	52
88	Тип 15	120960
89	Тип 15	12
90	Тип 15	162
91	Тип 15	103
92	Тип 15	18
93	Тип 15	23
94	Тип 15	3
95	Тип 15	56
96	Тип 15	56
97	Тип 15	76
98	Тип 15	69
99	Тип 15	26
100	Тип 15	88