

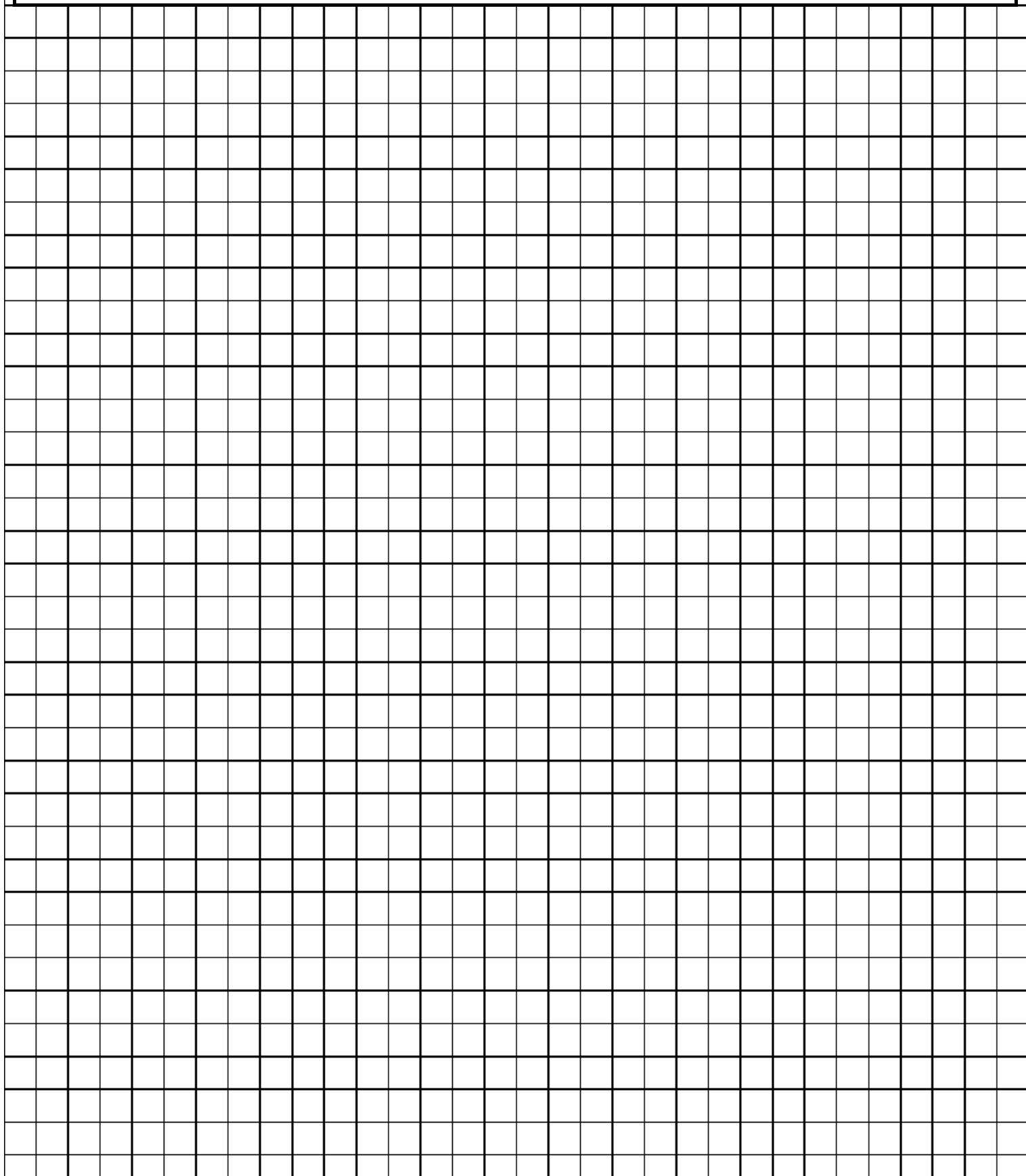
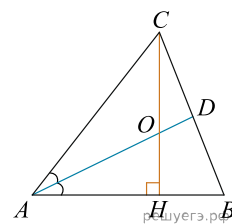
Вариант 102

№ 1.

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC$, высота AH равна 7, $CH = 24$. Найдите $\sin ACB$.

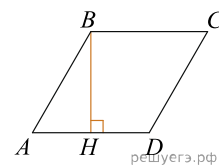
№ 2.

В треугольнике ABC CH — высота, AD — биссектриса, O — точка пересечения прямых CH и AD , угол BAD равен 26° . Найдите угол AOC . Ответ дайте в градусах.



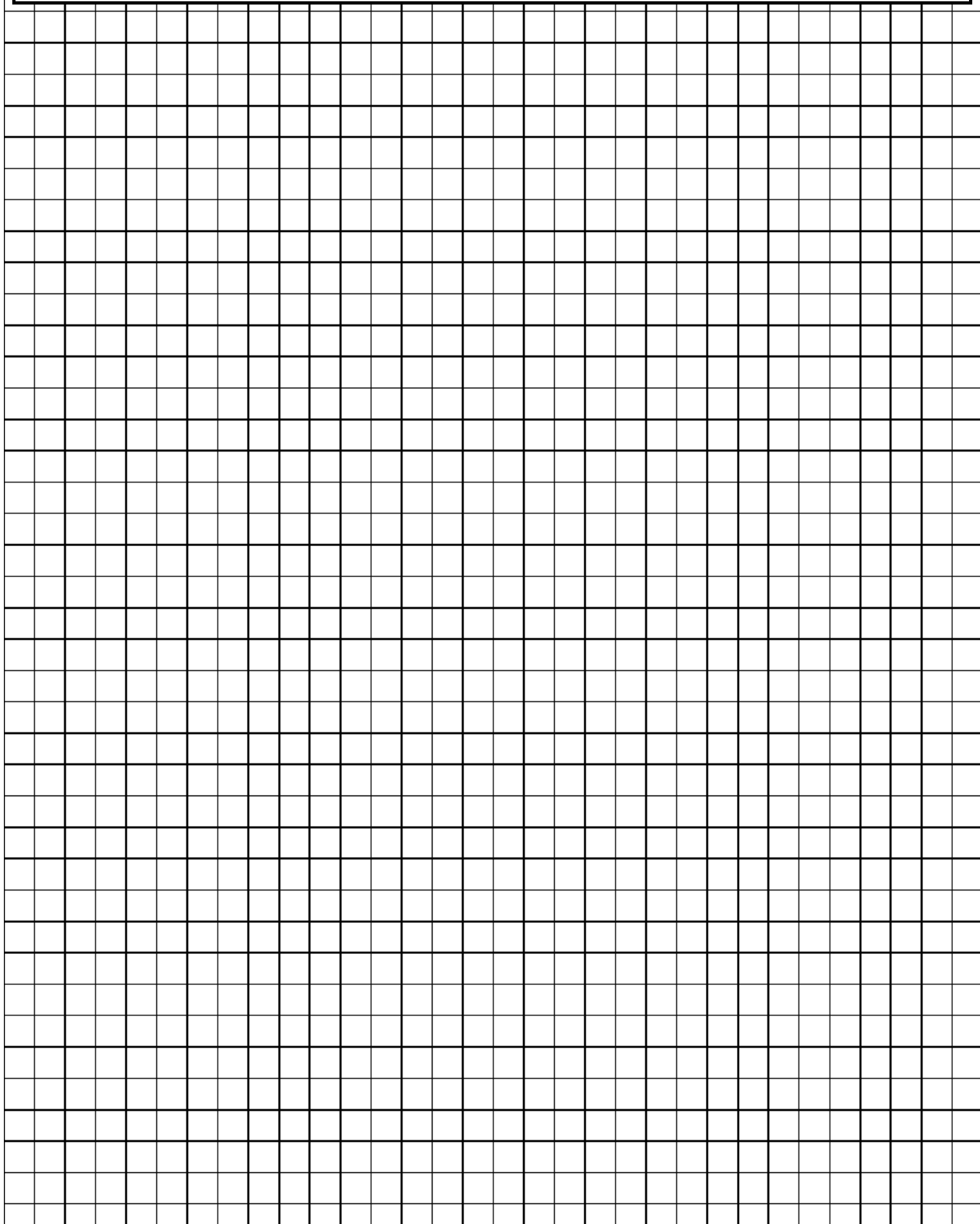
№ 3.

Найдите высоту ромба, сторона которого равна $\sqrt{3}$, а острый угол равен 60° .



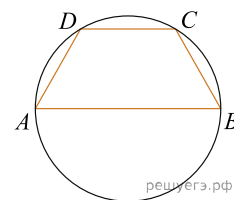
№ 4.

В треугольнике ABC CH — высота, AD — биссектриса, O — точка пересечения прямых CH и AD , угол BAD равен 66° . Найдите угол AOC . Ответ дайте в градусах.



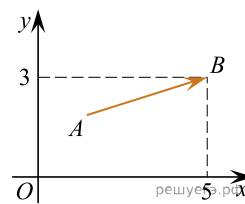
№ 5.

Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен 60° , большее основание равно 12. Найдите радиус описанной окружности этой трапеции.



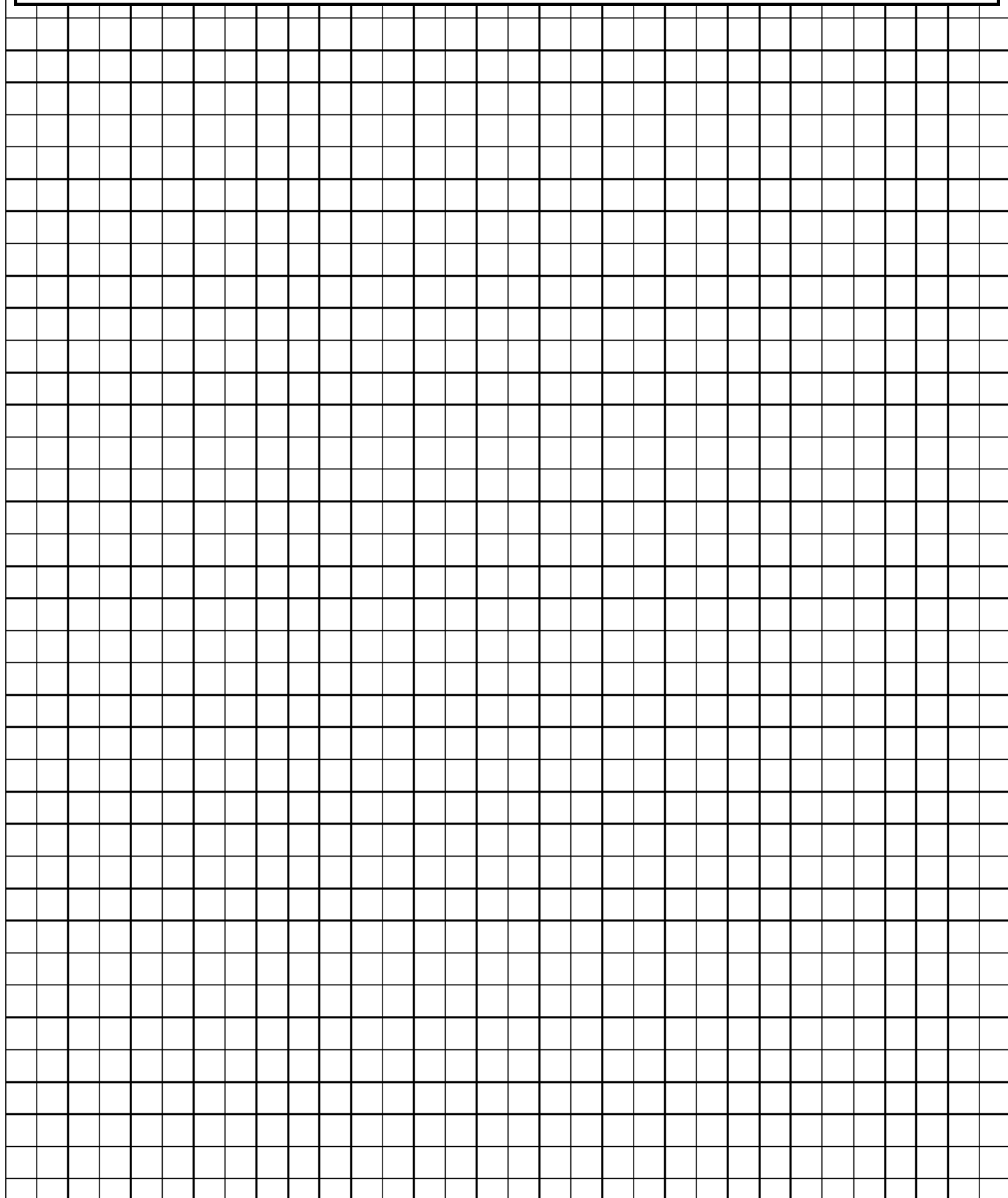
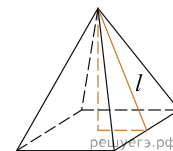
№ 6.

Вектор $\vec{AB}$ с концом в точке $B(5; 3)$ имеет координаты $(3; 1)$. Найдите абсциссу точки A .



№ 7.

Найдите площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 и высота равна 4.

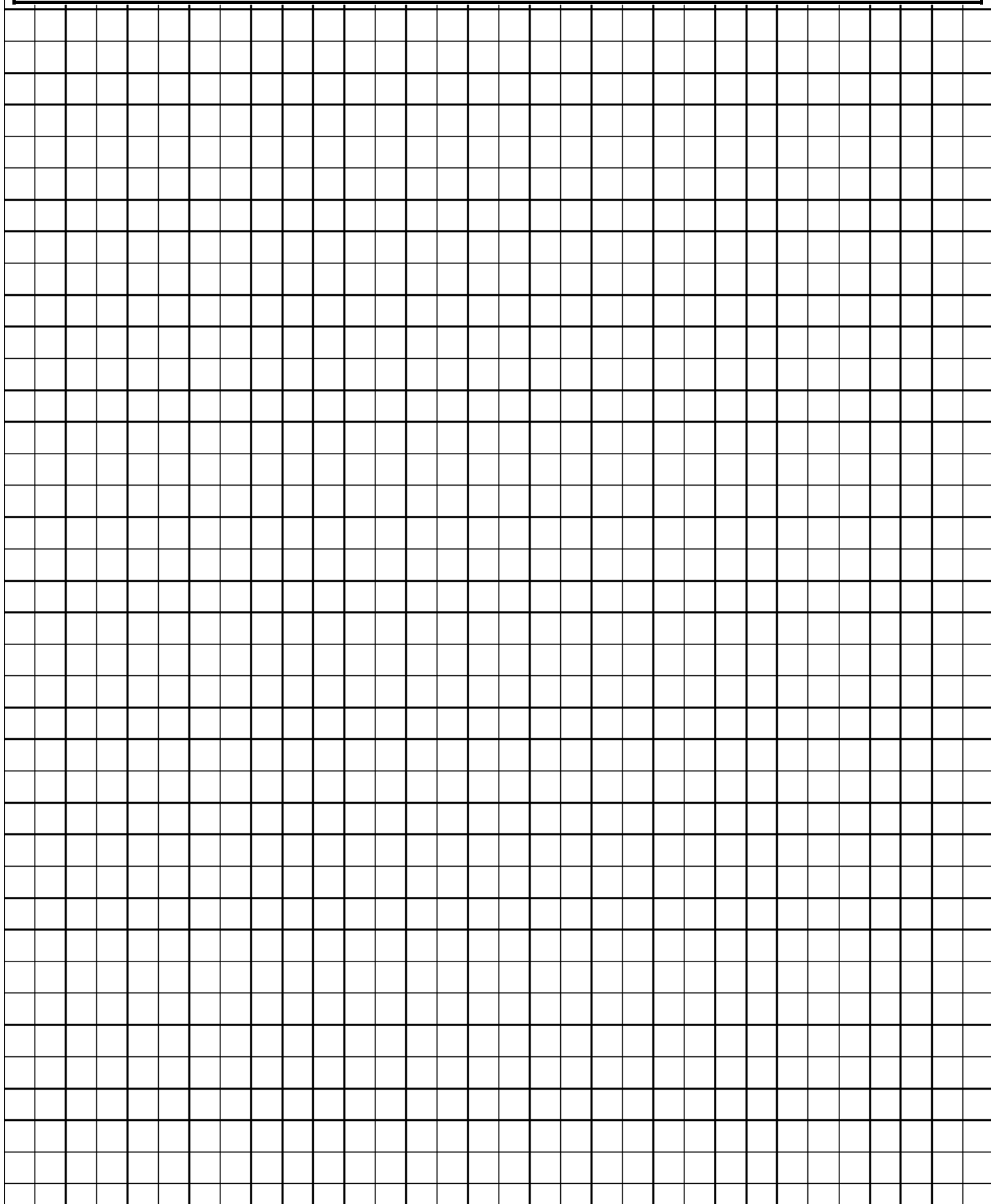


No 8.

Игральную кость бросают два раза. Найдите вероятность того, что выпавшие значения совпадают. Ответ округлите до сотых.

№ 9.

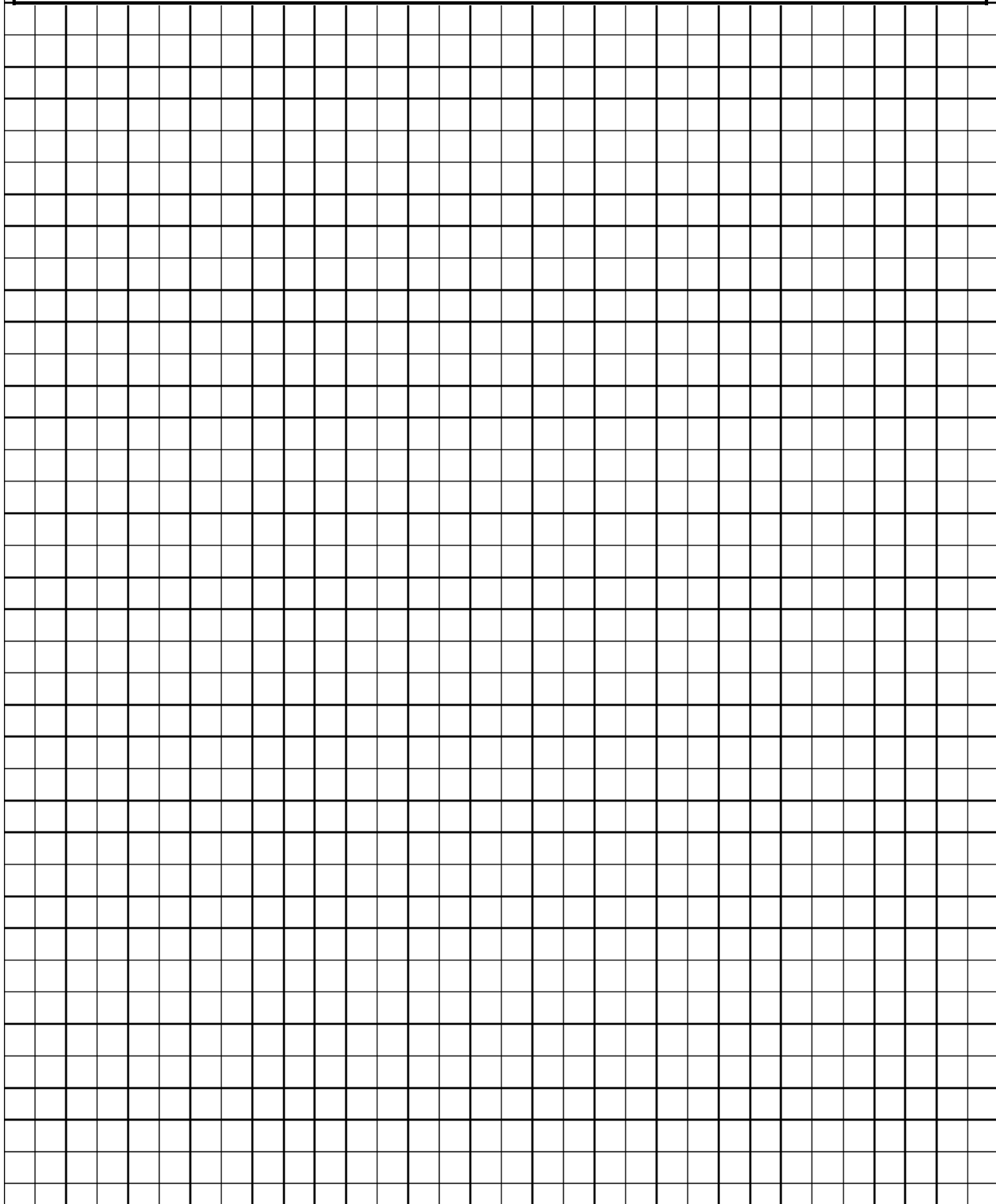
Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.



№ 10.

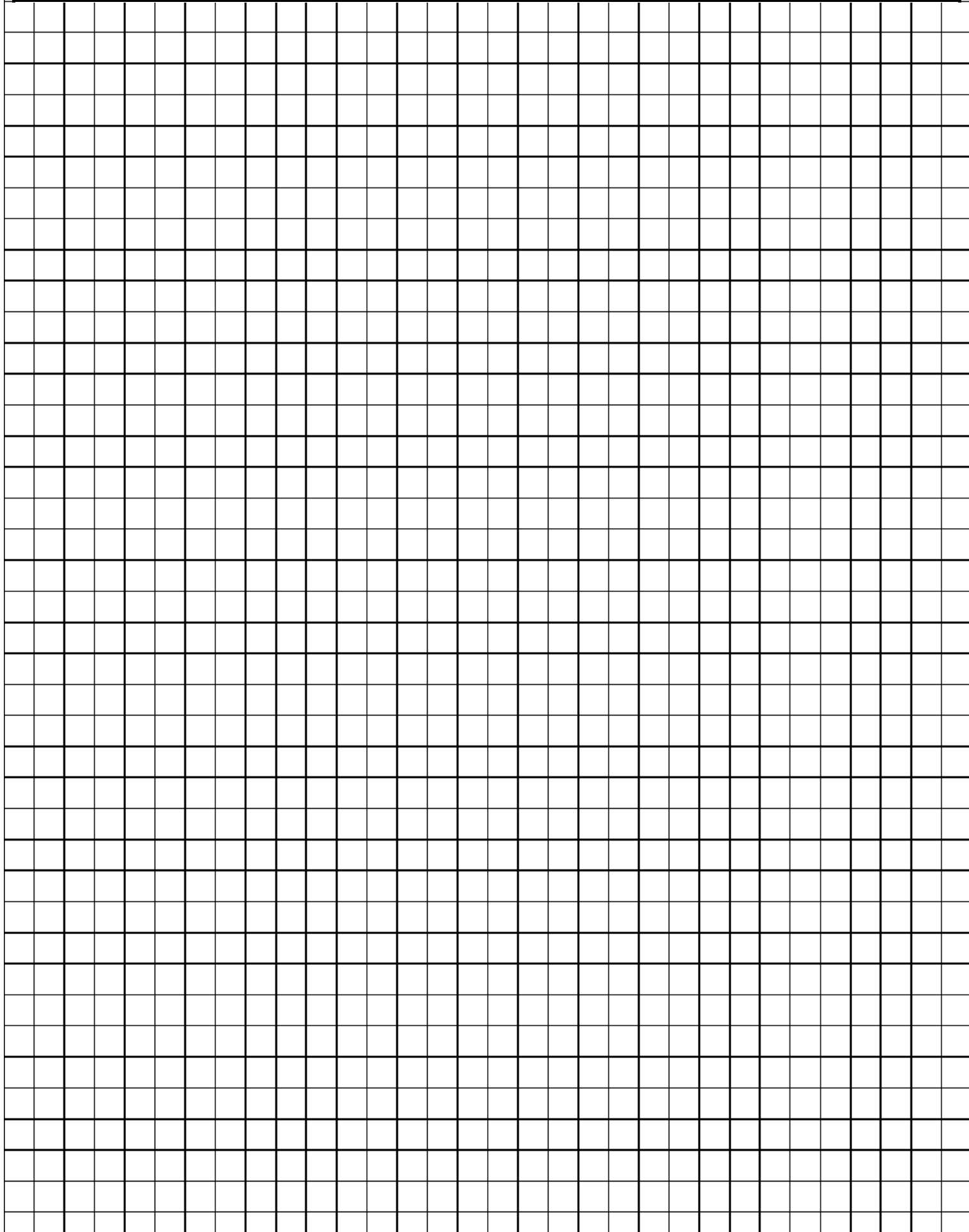
Найдите корень уравнения

$$\frac{1}{10x+6} = 1.$$



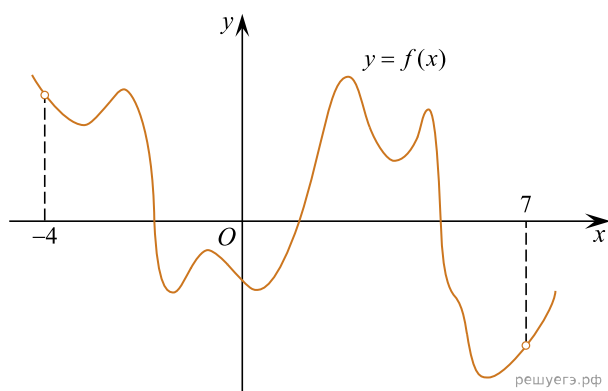
№ 11.

Найдите значение выражения $x + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ при $x \leq 2$.



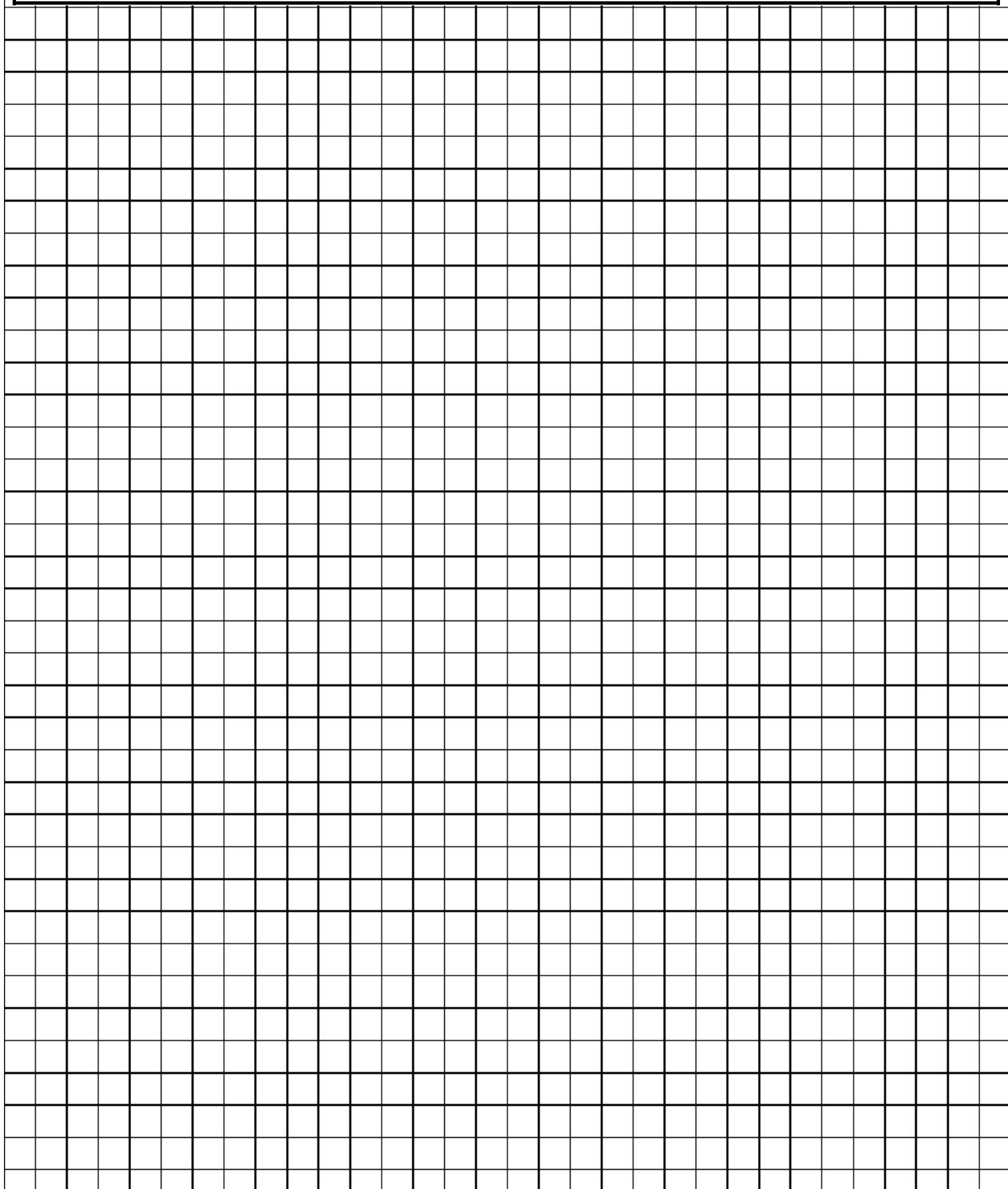
№ 12.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих интервалу $(-4; 7)$.



№ 13.

В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 90 \text{ Ом}$. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями $R_1 \text{ Ом}$ и $R_2 \text{ Ом}$ их общее сопротивление дается формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \text{ (Ом)}$, а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом . Ответ выразите в омах.



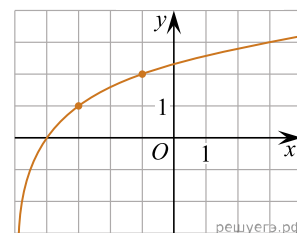
№ 14.

Заказ по изготовлению деталей ученик токаря может выполнить за 18 часов, а токарь— за 12 часов. Ученик начал выполнять такой заказ. Через какое время после начала выполнения заказа учеником нужно начать работу токарю, чтобы в этом заказе деталей, изготовленных учеником, было в два раза больше деталей, изготовленных токарем? Ответ дайте в часах.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

№ 15.

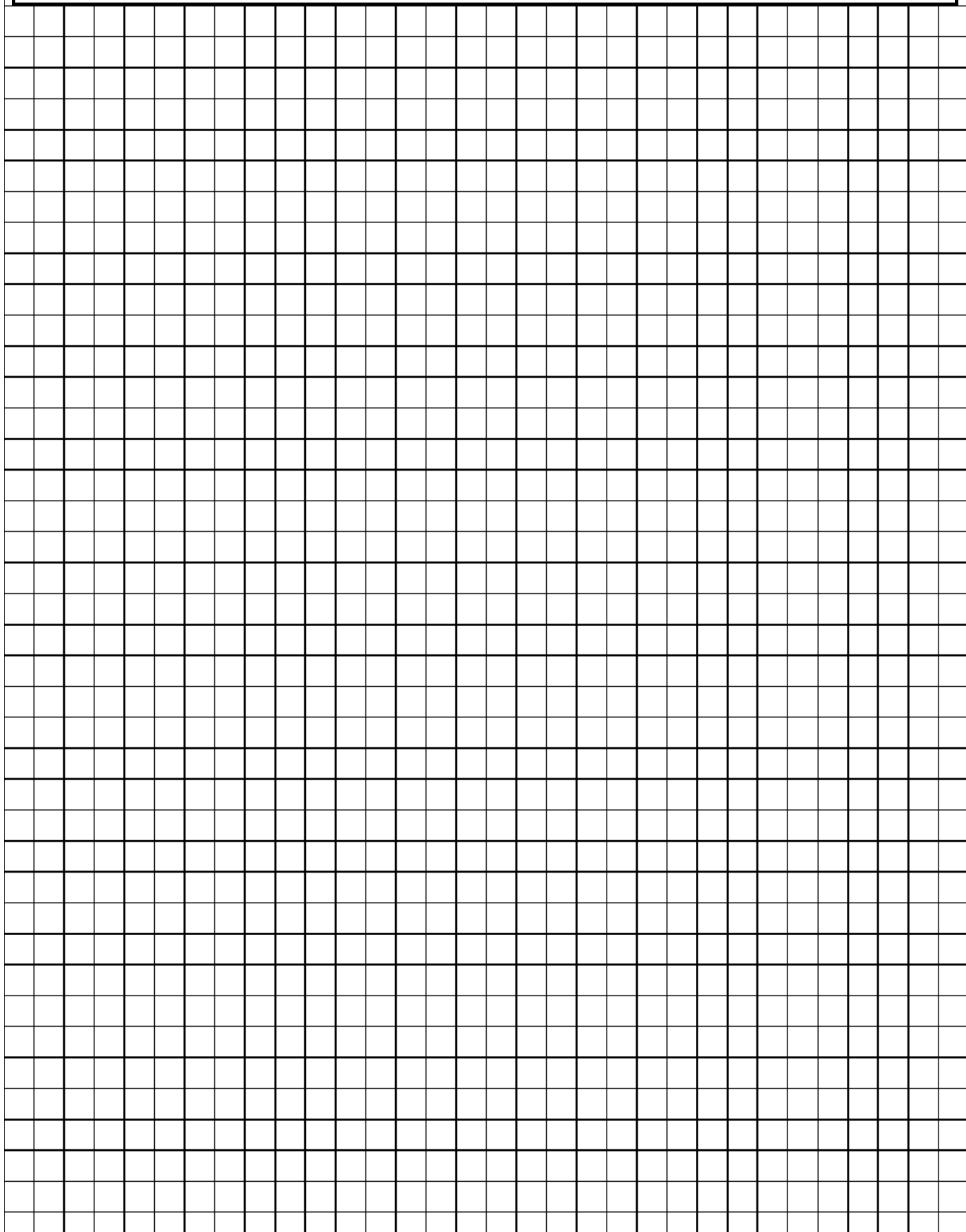
На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x+b)$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 4$.



решуегд.рф

№ 16.

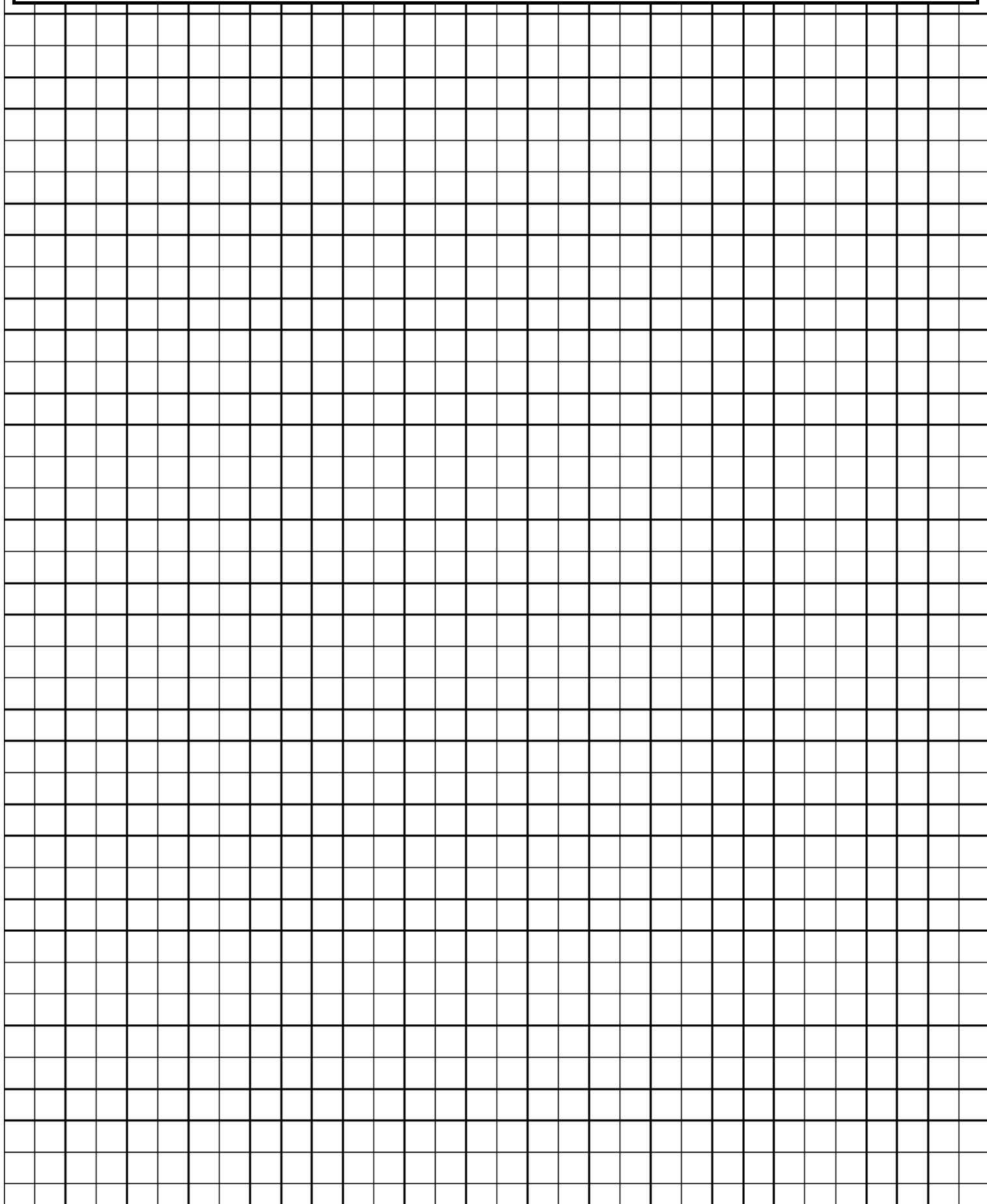
Найдите точку минимума функции $y = (3 - x)e^{3-x}$.



№ 17.

а) Решите уравнение $-\sqrt{2}\sin\left(-\frac{5\pi}{2}+x\right)\cdot\sin x=\cos x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{2}, 6\pi\right]$.



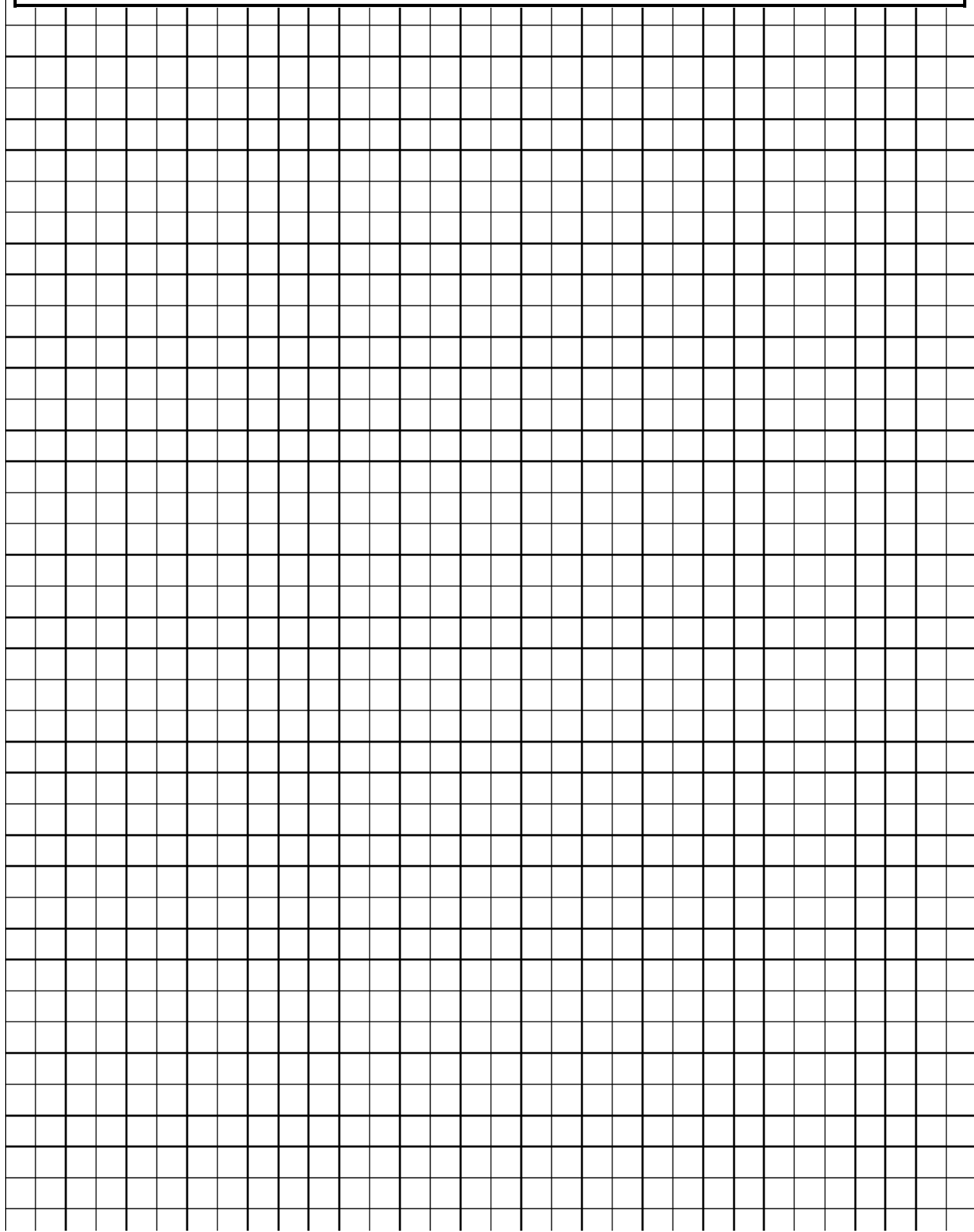
№ 18.

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром, равным 6, на ребре AA_1 взята точка M так, что $\frac{AM}{MA_1} = \frac{1}{2}$. На ребре $D_1 C_1$ взята точка N так, что $\frac{D_1 N}{NC_1} = \frac{1}{2}$.

- а) Докажите, что прямые MB_1 и CN перпендикулярны.
- б) Найдите расстояние от точки M до прямой CN .

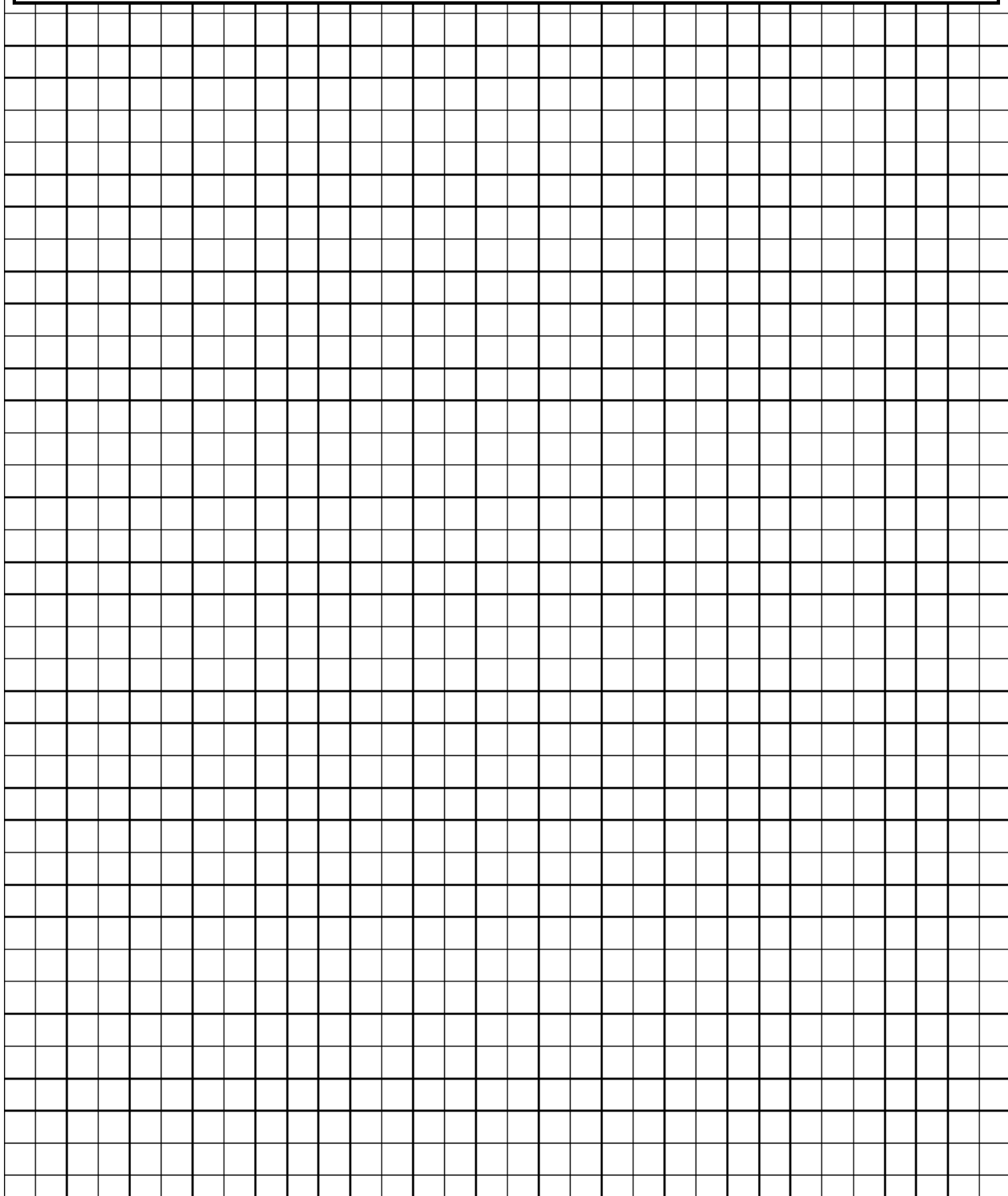
№ 19.

Решите неравенство: $\frac{x^5 - x^2}{x^2} \geq \frac{x^3 - 1}{4x^2}$.



№ 20.

У фермера есть два комбайна. Оба комбайна используются для уборки зерновых, но второй комбайн более современный. В результате, если первый комбайн работает m^2 часов, то за это время он собирает $8m$ зерновых; если второй комбайн работает m^2 часов, то за это время он собирает $15m$ зерновых. За каждый час работы фермер платит каждому комбайнеру 200 рублей. Фермер готов выделять 20000 рублей на оплату труда комбайнеров. Какое наибольшее количество тонн зерновых можно собрать на эти деньги с помощью двух комбайнов?

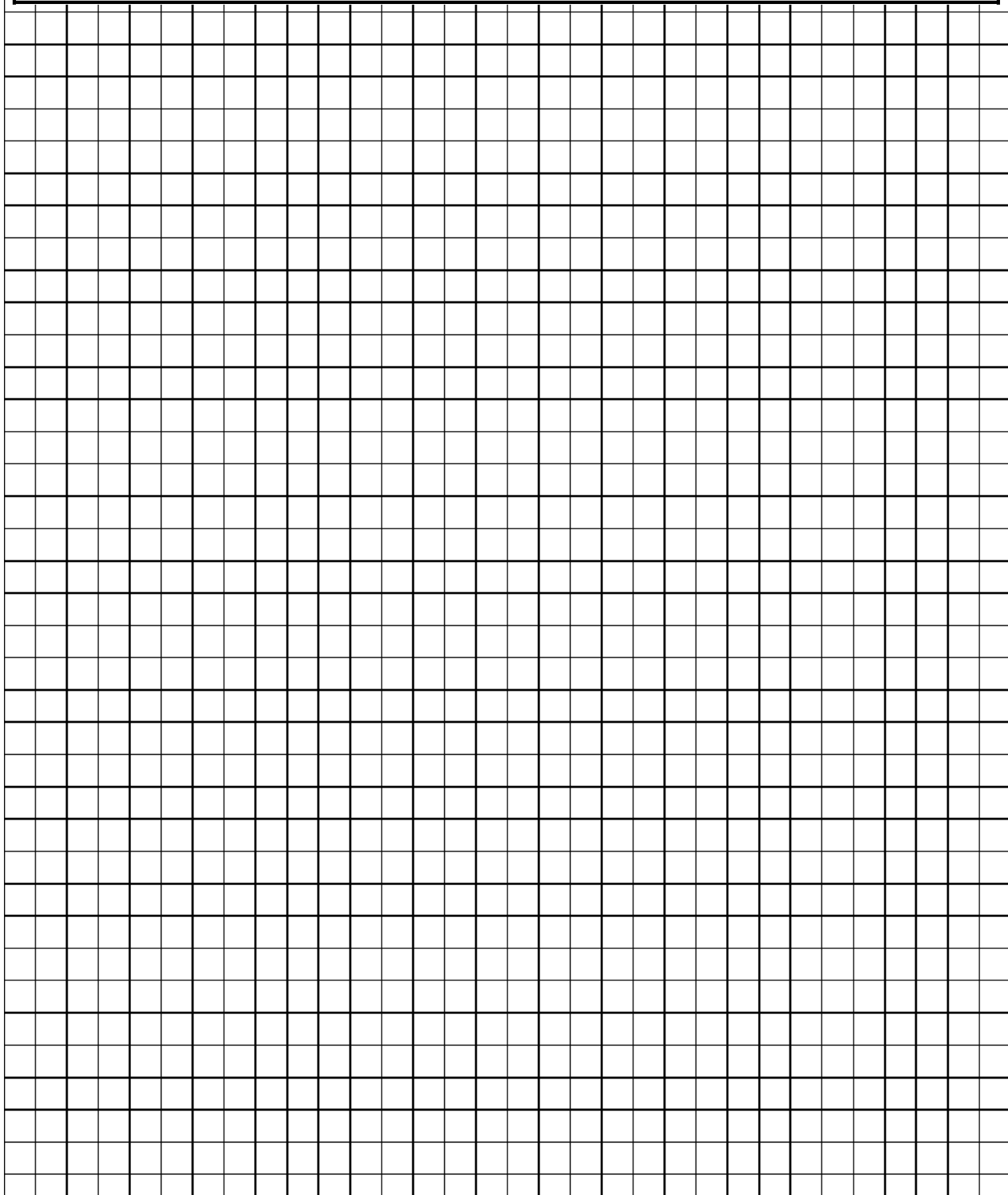


№ 21.

Четырехугольник $ABCD$ с перпендикулярными диагоналями AC и BD вписан в окружность.

а) Докажите, что прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей четырехугольника перпендикулярно стороне BC , делит пополам сторону AD .

б) Найдите стороны четырехугольника $ABCD$, если известно, что $AC=84$ и $BD=77$, а диаметр окружности равен 85.

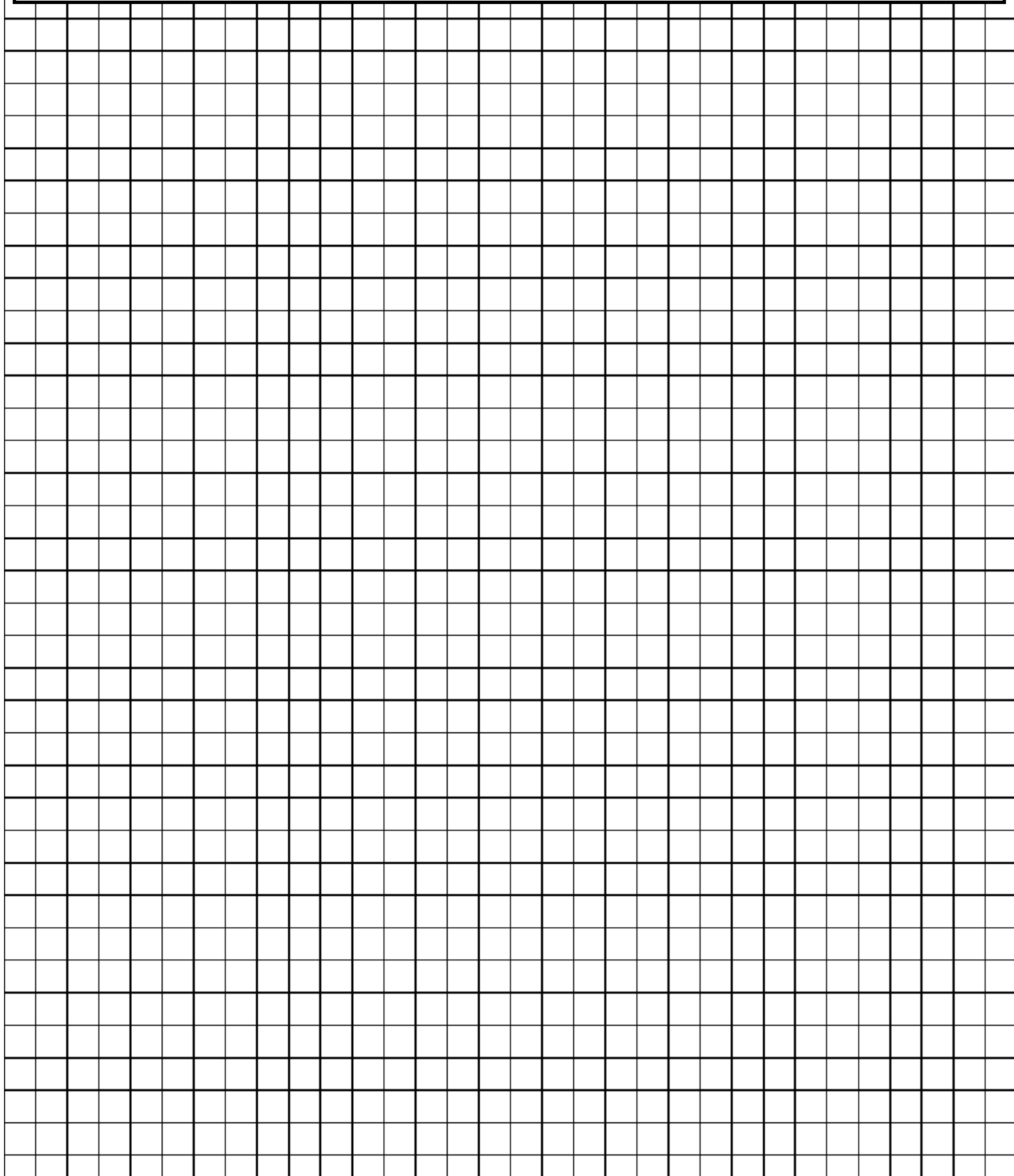


№ 22.

Найдите все положительные значения a , при каждом из которых множество решений неравенства

$$1 \leq \frac{a + x^2 + 2\log_5(a^2 - 4a + 5)}{30\sqrt{17x^4 + 5x^2} + a + 1 + \log_5^2(a^2 - 4a + 5)}$$

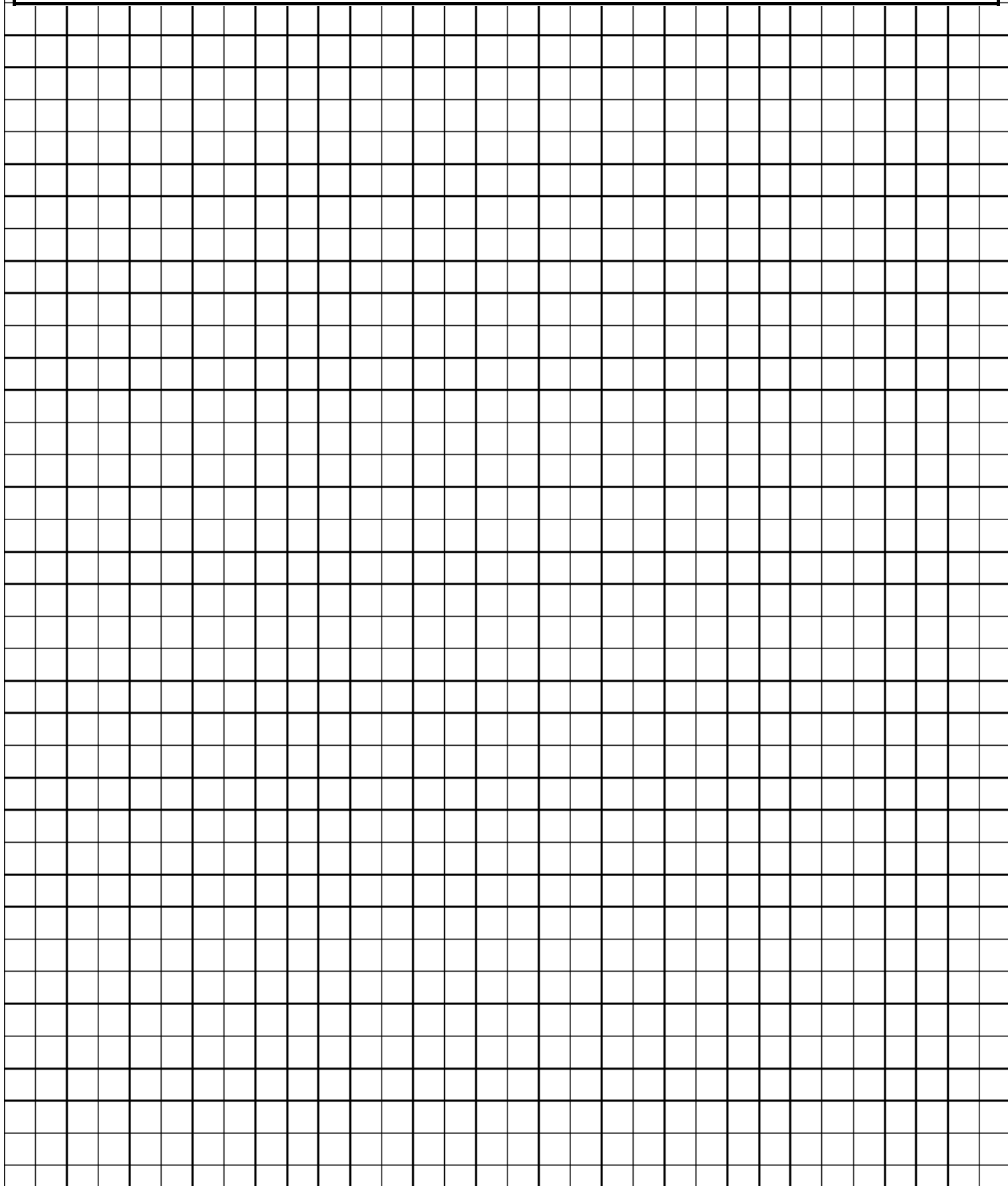
состоит из одной точки, найдите это решение.



№ 23.

На доске написаны 30 натуральных не обязательно различных чисел. Все они больше 16, но меньше 56, а их среднее арифметическое равно 23. Все числа заменили на в два раза меньшие и после этого стерли те, что оказались меньше 9. При этом на доске обязательно осталось хотя бы одно число.

- а) Может ли среднее арифметическое всех оставшихся чисел быть больше 21?
- б) Может ли среднее арифметическое всех чисел быть больше 20, но меньше 21?
- в) Какое наибольшее среднее арифметическое могло получиться у оставшихся чисел?



№ 24.

В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере два учащихся, а суммарно тест писали 50 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл был целым числом. После этого, один из учащихся, писавших тест, перешел из школы № 1 в школу № 2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

- а) Мог ли средний балл в школе № 1 уменьшиться в 2 раза?
- б) Средний балл в школе №1 уменьшился на 2%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 2%. Мог ли первоначальный средний балл в школе № 2 равняться 9?
- в) Средний балл в школе №1 уменьшился на 2%, средний балл в школе №2 также уменьшился на 2%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе № 2.

№ 25.

Из набора цифр 1, 2, 3, 4, 6, 7 и 9 составляют пару чисел, используя каждую цифру один раз.

а) Может ли сумма такой пары чисел равняться 15 008?

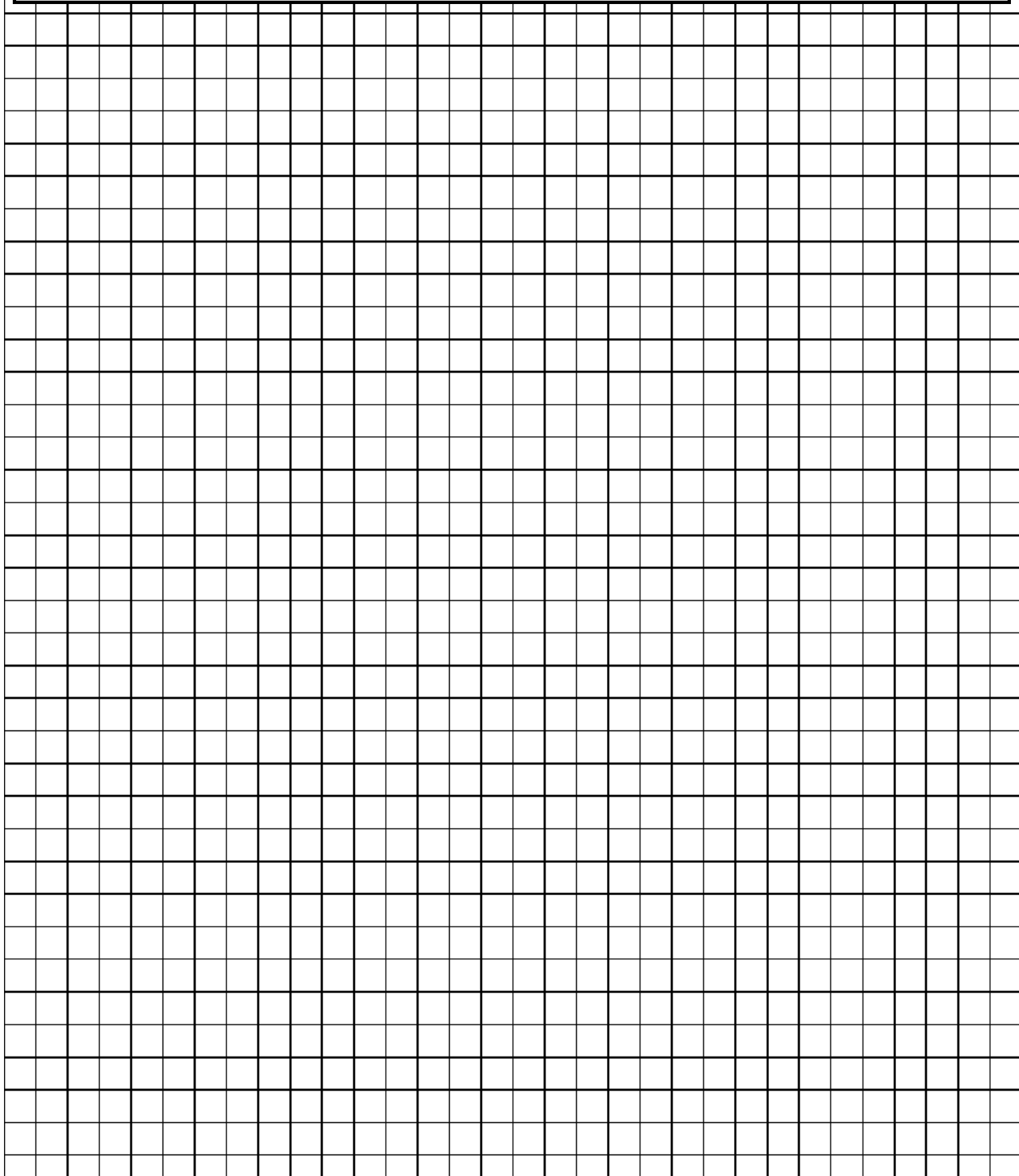
б) Может ли сумма такой пары чисел равняться 94 358?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел в такой паре?

№ 26.

Склад представляет собой прямоугольный параллелепипед с целыми сторонами, контейнеры— прямоугольные параллелепипеды с размерами $1 \times 1 \times 3$ м. Контейнеры на складе можно класть как угодно, но параллельно границам склада.

- а) Может ли оказаться, что полностью заполнить склад размером 120 кубометров нельзя?
- б) Может ли оказаться, что на склад объемом 100 кубометров не удастся поместить 33 контейнера?
- в) Пусть объем склада равен 800 кубометров. Какой процент объема такого склада удастся гарантировано заполнить контейнерами при любой конфигурации склада?



№ 27.

В нескольких одинаковых бочках налито некоторое количество литров воды (необязательно одинаковое). За один раз можно перелить любое количество воды из одной бочки в другую.

а) Пусть есть четыре бочки, в которых 29, 32, 40, 91 литров. Можно ли не более чем за четыре переливания уравнять количество воды в бочках?

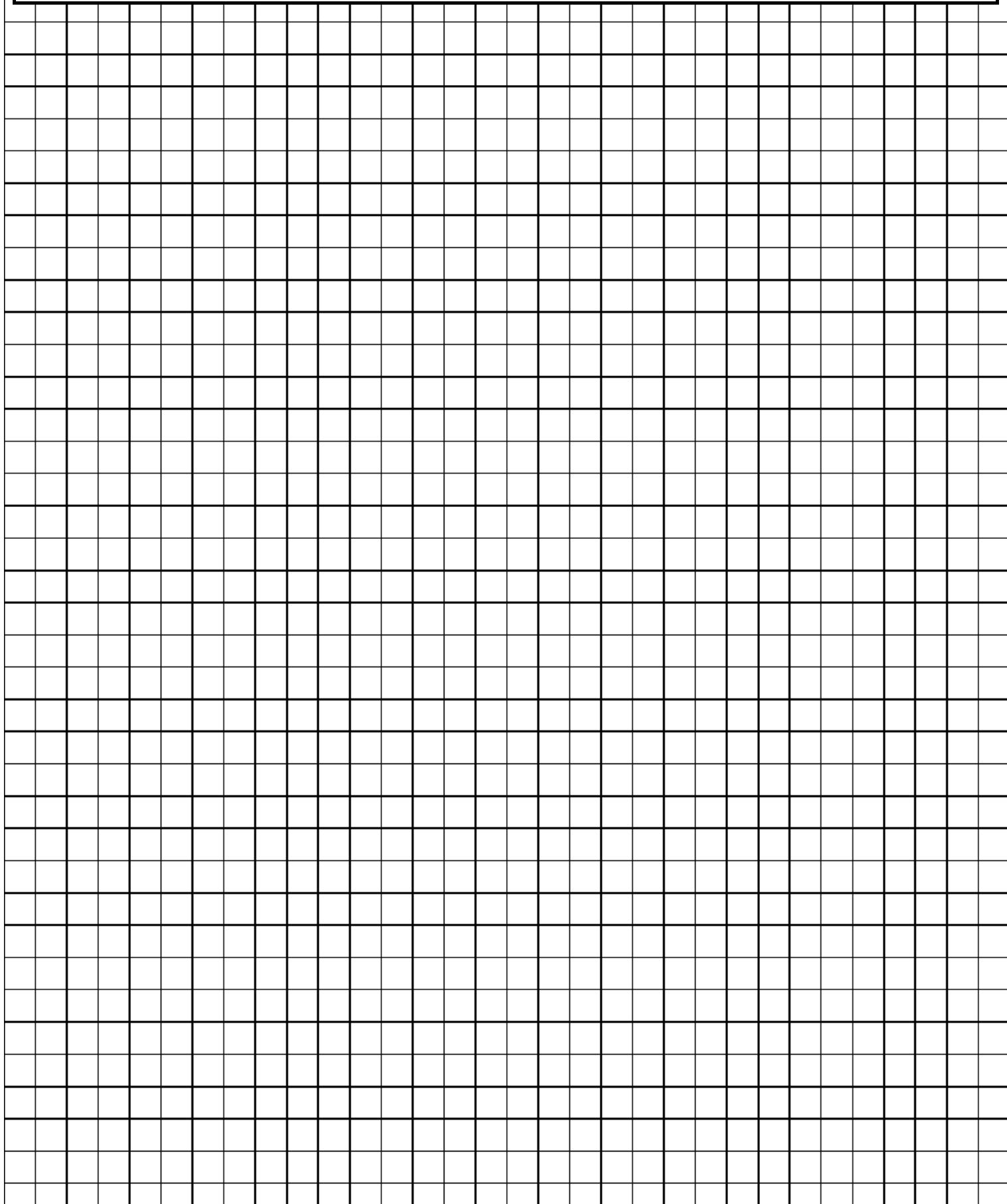
б) Пусть есть семь бочек. Всегда ли можно уравнивать количество воды во всех бочках не более чем за пять переливаний?

в) За какое наименьшее количество переливаний можно заведомо уравнивать количество воды в 26 бочках?

№ 28.

На доске написано 35 различных натуральных чисел, каждое из которых либо четное, либо его десятичная запись оканчивается на цифру 7. Сумма всех записанных на доске чисел равна 1135.

- а) Может ли на доске быть ровно 31 четное число?
- б) Могут ли ровно семь чисел на доске оканчиваться на 7?
- в) Какое наибольшее количество чисел, оканчивающихся на 7, может быть на доске?



№ 29.

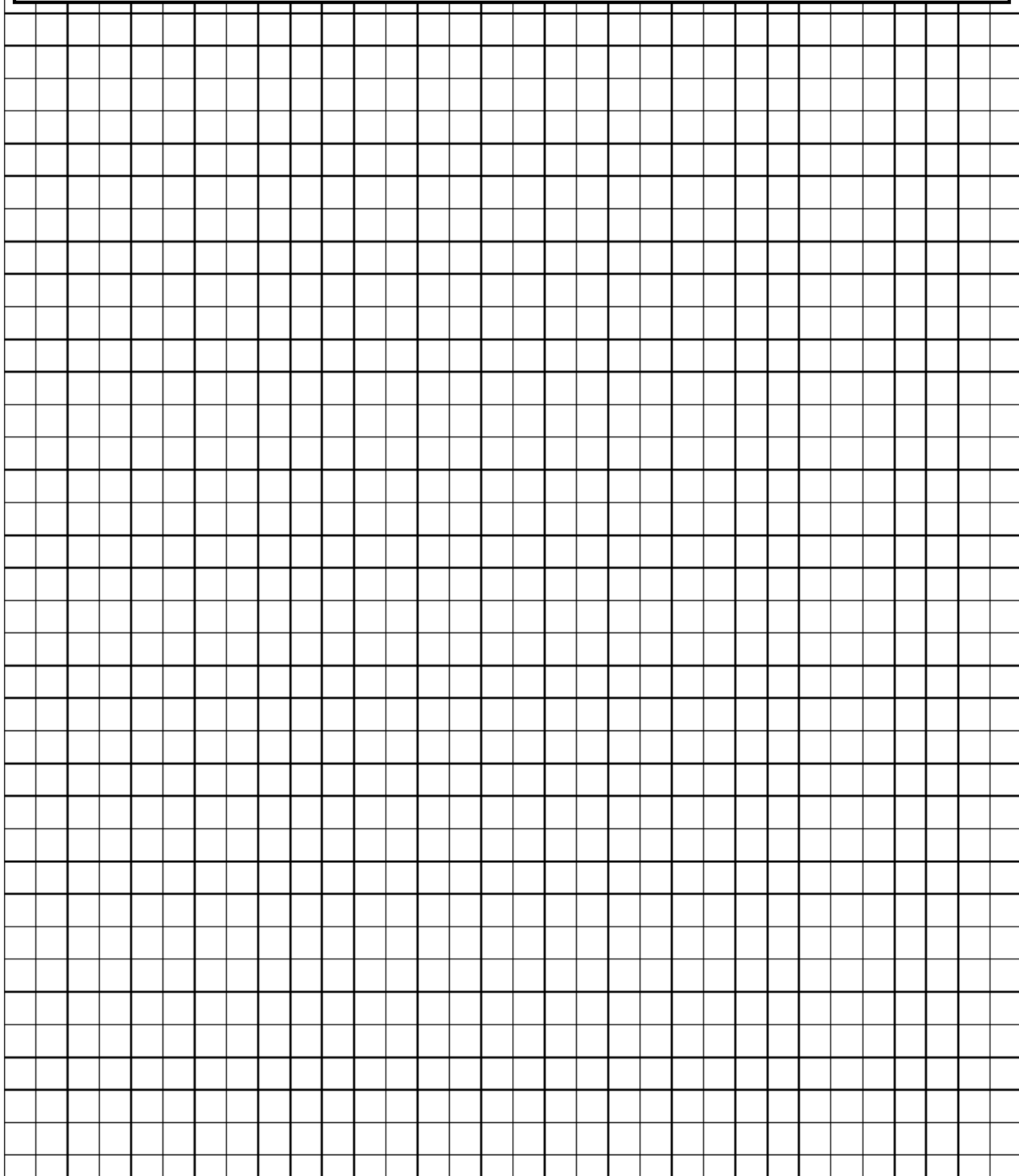
На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 5, а среднее арифметическое шести наибольших равно 15.

- а) Может ли наименьшее из этих чисел равняться 3?
- б) Может ли среднее арифметическое всех чисел равняться 11?
- в) Найдите наибольшее значение среднего арифметического всех чисел.

№ 30.

На столе лежит стопка из красных и синих карт, на каждой из которых написано целое число, большее 32. При этом числа на картах одного цвета различны. Числа на всех синих картах делятся на 5, а на всех красных — на 8. Известно, что самое большое число на красной карте равно утроенному количеству синих карт, а самое большое число на синей карте равно количеству красных карт.

- а) Может ли количество синих карт быть равным 1?
- б) Может ли количество синих карт быть равным 40?
- в) Какое наибольшее количество синих карт может быть на столе?



№ 31.

На сайте проводится опрос, кого из 134 футболистов посетители сайта считают лучшим по итогам сезона. Каждый посетитель голосует за одного футболиста. На сайте отображается рейтинг каждого футболиста— доля голосов, отданных за него, в процентах, округлённая до целого числа. Например, числа 9,3, 10,5 и 12,7 округляются до 9, 11 и 13 соответственно.

а) Всего проголосовало 17 посетителей сайта, и рейтинг первого футболиста стал равен 41. Увидев это, Вася отдал свой голос за другого футболиста. Чему теперь равен рейтинг первого футболиста?

б) Взяв проголосовал за некоторого футболиста. Могла ли после этого сумма рейтингов всех футболистов уменьшиться не менее чем на 27?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма рейтингов всех футболистов?

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

№ 32.

Будем называть дробь «простой», если её числитель равен 1, а знаменатель — натуральное число.

- а) Запишите число 1 в виде суммы трёх различных простых дробей.
- б) Можно ли записать число 1 в виде суммы двух различных простых дробей?
- в) Какие действительные числа, меньшие 1, можно записать в виде суммы некоторого числа различных простых дробей?