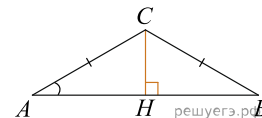


Вариант 104

№ 1.

В треугольнике ABC $AC = BC = 5$, $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите AB .

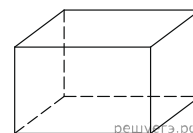


№ 2.

Даны векторы $\vec{a} = (17; 0)$, $\vec{b} = (-1; 1)$. Найдите длину вектора $\vec{a} + 12\vec{b}$.

№ 3.

Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 4, 6, 9. Найдите ребро равновеликого ему куба.



№ 4.

Термометр измеряет температуру в помещении. Вероятность того, что температура окажется выше $+18^\circ\text{C}$, равна 0,82. Вероятность того, что температура окажется ниже $+21^\circ\text{C}$, равна 0,65. Найдите вероятность того, что температура в помещении окажется в промежутке от $+18^\circ\text{C}$ до $+21^\circ\text{C}$.

№ 5.

Семена подсолнечника расфасовывают в пакеты по 1 кг. Вероятность того, что в случайно выбранном пакете масса семян окажется меньше, чем 1050 г, равна 0,97. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 970 г, равна 0,94. Найдите вероятность того, что масса семян в этом пакете окажется в интервале от 970 г до 1050 г.

№ 6.

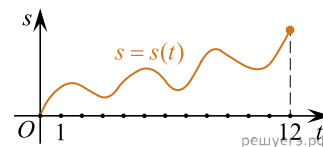
Найдите корень уравнения $(x - 1)^3 = -8$.

№ 7.

Найдите значение выражения $\log_{\sqrt[4]{13}} 13$.

№ 8.

Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат — расстояние s .



Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).

№ 9.

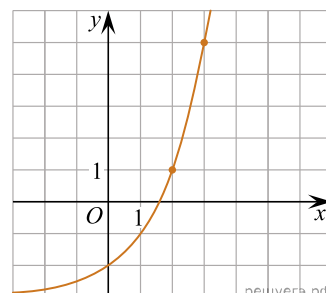
Наблюдатель находится на высоте h , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 4 километров? Ответ выразите в метрах.

№ 10.

Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 29$.



№ 12.

Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{1}{\cos^2 x - 2 \cos x + 5}$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.

№ 13.

а) Решите уравнение $\cos^2 x - \cos 2x = 0,75$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

№ 14.

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точка M — середина ребра SA , точка K — середина ребра SB . Кроме того известно, что $SC = 6$, $BC = 4$.

а) Докажите, что BMC — равнобедренный, остроугольный треугольник.

б) Найдите угол между плоскостями CMK и ABC .

№ 15.

Решите неравенство $\log_{x-1} \sqrt{x+2} \cdot \log_3 (x^2 - 2x + 1) \geq \log_9 (10 - x)$.

№ 16.

Мороз Иванович для покупки новогодних подарков планирует в декабре взять кредит на целое число тысяч рублей на четыре года на следующих условиях:

- в июле каждого года действия кредита долг Мороза Ивановича возрастает на 10% по сравнению с началом года;
- в конце первого и третьего годов Мороз Иванович выплачивает только проценты по кредиту, начисленные за соответствующий текущий год;
- в конце второго и четвертого годов Мороз Иванович выплачивает одинаковые суммы, погашая к концу четвертого года весь долг полностью.

Найдите наименьший размер кредита в тыс. руб., при котором общая сумма выплат превысит 2021 тыс. руб.

№ 17.

В равнобедренной трапеции $ABCD$ угол BCD — тупой. Через точку B проведена прямая, параллельная прямой CD и пересекающая прямую AD в точке E . На продолжении BE за точку E отмечена точка F такая, что $DE = DF$.

- а) Докажите, что точки A , F , C и D лежат на одной окружности.
- б) Найдите расстояние от точки C до прямой AF , если $BD = 10$ и $\cos \angle ADC = 0,6$.

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-1)(x+2) \leq 0, \\ 8x^2 + 8y^2 - 16a(x-y) + 15a^2 - 48y - 50a + 72 = 0. \end{cases}$$

имеет единственное решение.

№ 19.

Дано трехзначное натуральное число, не кратное 100.

- а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 11?
- б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 5?
- в) Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр, если первая цифра данного числа равна 7?