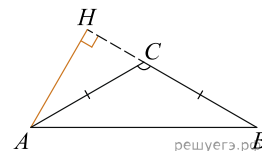


Вариант 105

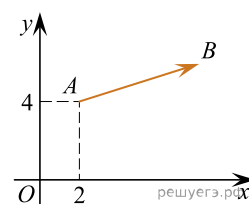
№ 1.

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = 8$, высота AH равна 4. Найдите $\sin ACB$.



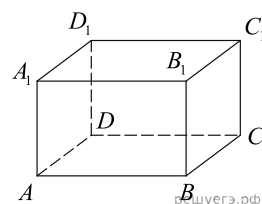
№ 2.

Вектор $\vec{AB}$ с началом в точке $A(2; 4)$ имеет координаты $(6; 2)$. Найдите абсциссу точки B .



№ 3.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, B_1, C_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 5$, $AD = 3$, $AA_1 = 4$.



№ 4.

На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем и 4 с вишней. Юля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

№ 5.

Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

№ 6.

Найдите корень уравнения $\frac{9}{x^2 - 16} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

№ 7.

Найдите значение выражения $\sqrt{50} \cos^2 \frac{9\pi}{8} - \sqrt{50} \sin^2 \frac{9\pi}{8}$.

№ 8.

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 6t^3 + 5t + 23$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 3$ с.

№ 9.

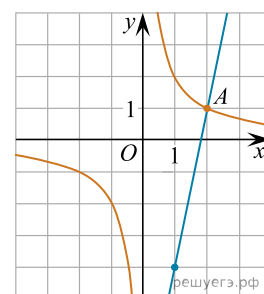
Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 1200$ кг — общая масса навеса и колонны, D — диаметр колонны (в метрах). Считая ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², а $\pi = 3$, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400000 Па. Ответ выразите в метрах.

№ 10.

Смешали равные массы двух растворов кислоты, концентрации которых относятся как 2:5, и получили новый раствор, содержащий 49% кислоты. Найдите разность концентраций второго и первого растворов. Ответ дайте в процентах.

№ 11.

На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



№ 12.

Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x+5)^5 - 5x$ на отрезке $[-4, 5; 0]$.

№ 13.

- Решите уравнение $\frac{\sin^3 x \cdot \cos 3x + \cos^3 x \cdot \sin 3x}{|\sin 2x|} = \frac{3}{4}$.
- Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; 4\pi]$.

№ 14.

Дана прямая призма $ABCA_1B_1C_1$. ABC — равнобедренный треугольник с основанием AB . На AB отмечена точка P такая, что $AP:PB=3:1$. Точка Q делит пополам ребро B_1C_1 . Точка M делит пополам ребро BC . Через точку M проведена плоскость α , перпендикулярная PQ .

- Докажите, что прямая AB параллельна плоскости α .
- Найдите отношение, в котором плоскость α делит отрезок PQ , если $AA_1 = 5$, $AB = 12$ и $\cos \angle ABC = \frac{3}{5}$.

№ 15.

Решите неравенство $\log_2(x+1)^2 \cdot \log_{\frac{1}{3}} x^2 - 4\log_2(x+1) + 4\log_3(-x) + 4 \leq 0$.

№ 16.

В конце августа 2001 года администрация Приморского края располагала некой суммой денег, которую предполагалось направить на пополнение нефтяных запасов края. Надеясь на изменение конъюнктуры рынка, руководство края, отсрочив закупку нефти, положила эту сумму 1 сентября 2001 года в банк. Далее известно, что сумма вклада в банке увеличивалась первого числа каждого месяца на 26% по отношению к сумме на первое число предыдущего месяца, а цена барреля сырой нефти убывала на 10% ежемесячно. На сколько процентов больше (от первоначального объема закупок) руководство края смогло пополнить нефтяные запасы края, сняв 1 ноября 2001 года всю сумму, полученную из банка вместе с процентами, и направив ее на закупку нефти?

№ 17.

Диагональ AC прямоугольника $ABCD$ с центром O образует со стороной AB угол 30° . Точка E лежит вне прямоугольника, причём $\angle BEC = 120^\circ$.

а) Докажите, что $\angle CBE = \angle COE$.

б) Прямая OE пересекает сторону AD прямоугольника в точке K . Найдите EK , если известно, что $BE=40$ и $CE = 24$.

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - 7x + 8 - y)\sqrt{x-y+8} = 0, \\ y = ax + a \end{cases}$$

имеет ровно 2 различных решения.

№ 19.

На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 2, или на цифру 6. Сумма написанных чисел равна 2454.

а) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 2 и на 6?

б) Может ли ровно одно число на доске оканчиваться на 6?

в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 6, может быть записано на доске?

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27345	0,5
2	27724	8
3	245339	10
4	1024	0,25
5	689089	0,06

6	77366	5
7	504824	5
8	119977	59
9	27988	0,2
10	676853	42
11	509167	-0,2
12	26715	20

№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. а) Пусть $\sin x = t + 1$, тогда

$$\begin{aligned} (t+1)^4 + (t-1)^4 = 2 &\Leftrightarrow t^4 + 4t^3 + 6t^2 + 4t + 1 + t^4 - 4t^3 + 6t^2 - 4t + 1 = 2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2t^4 + 12t^2 = 0 \Leftrightarrow 2t^2(t^2 + 6) = 0 \Leftrightarrow t = 0. (t+1)^4 + (t-1)^4 = 2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow t^4 + 4t^3 + 6t^2 + 4t + 1 + t^4 - 4t^3 + 6t^2 - 4t + 1 = 2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2t^4 + 12t^2 = 0 \Leftrightarrow 2t^2(t^2 + 6) = 0 \Leftrightarrow t = 0. \end{aligned}$$

Вернёмся к исходной переменной:

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

б) Отберём корни, принадлежащие отрезку $[4\pi; 5\pi]$, с помощью двойного неравенства:

$$\begin{aligned} 4\pi \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq 5\pi &\Leftrightarrow 3,5\pi \leq 2\pi k \leq 4,5\pi \Leftrightarrow 1,75 \leq k \leq 2,25 \Leftrightarrow k = 2. 4\pi \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq 5\pi \Leftrightarrow 3,5\pi \leq 2\pi k \leq 4,5\pi \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 1,75 \leq k \leq 2,25 \Leftrightarrow k = 2. \end{aligned}$$

Тогда $\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot 2 = 4,5\pi$.

Ответ: а) $\left\{ \frac{\pi}{2} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $4,5\pi$.

Приведём другое решение пункта а):

$$\begin{aligned} \sin^4 x + (\sin x - 2)^4 = 2 &\Leftrightarrow \sin^4 x + \sin^4 x - 4 \cdot 2 \cdot \sin^3 x + 6 \cdot 2^2 \cdot \sin^2 x - 4 \cdot 2^3 \cdot \sin x + 2^4 = 2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \sin^4 x - 4 \sin^3 x + 12 \sin^2 x - 16 \sin x + 7 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (\sin x - 1)(\sin^3 x - 3 \sin^2 x + 9 \sin x - 7) = 0 \Leftrightarrow (\sin x - 1)^2 (\sin^2 x - 2 \sin x + 7) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (\sin x - 1)^2 ((\sin x - 1)^2 + 6) = 0 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3

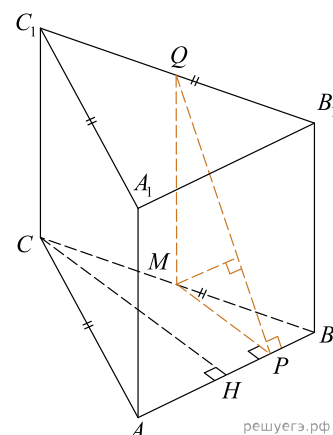
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Докажем, что прямые AB и PQ перпендикулярны, отсюда и будет следовать, что сторона AB параллельна плоскости α .

Проведём высоту CH треугольника ABC . Он равнобедренный, поэтому H — середина AB . По теореме Фалеса для угла CBA перпендикуляр из точки M на прямую AB делит HB пополам, поэтому его основание и есть точка P . Осталось заметить, что отрезок QM перпендикулярен BC и, в силу того, что боковая грань призмы перпендикулярна основанию, плоскости ABC . Тогда по теореме о трёх перпендикулярах сторона AB перпендикулярна отрезку PQ . Таким образом, прямая AB параллельна плоскости α .

б) В треугольнике ABC имеем: $\cos \angle ABC = \frac{BH}{BC}$, откуда $BC=10$, а также $CH=8$ по теореме Пифагора, и $MP = 4$, как средняя линия треугольника. Отсюда $QM = BB_1 = AA_1 = 5$.

Пусть точка X — точка пересечения α и отрезка PQ . Тогда отрезок MX перпендикулярен отрезку PQ по определению перпендикулярности прямой и плоскости. Рассмотрим прямоугольный треугольник PQM : в нем отрезок MX — высота, проведенная к гипотенузе. Основание высоты делит гипотенузу в отношении квадратов катетов, откуда $PX : XQ = 16 : 25$.



Ответ: б) 16:25.

№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Преобразуем неравенство:

$$\begin{aligned}
 -\log_2(x+1) \cdot \log_3(-x) - \log_2(x+1) + \log_3(-x) + 1 &\leq 0 \Leftrightarrow (1 - \log_2(x+1))(1 + \log_3(-x)) \leq 0 \Leftrightarrow \\
 -\log_2(x+1) \cdot \log_3(-x) - \log_2(x+1) + \log_3(-x) + 1 &\leq 0 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow (1 - \log_2(x+1))(1 + \log_3(-x)) &\leq 0 \Leftrightarrow
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (\log_2 2 - \log_2(x+1)) \left(\log_3(-x) - \log_3 \frac{1}{3} \right) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1) \left(x + \frac{1}{3} \right) \leq 0, & \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq x < 0. \\ -1 < x < 0, \end{cases} \Leftrightarrow (\log_2 2 - \log_2(x+1)) \left(\log_3(-x) - \log_3 \frac{1}{3} \right) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1) \left(x + \frac{1}{3} \right) \leq 0, & \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq x < 0. \\ -1 < x < 0, \end{cases}$$

Ответ: $\left[-\frac{1}{3}; 0\right)$.

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. Пусть сумма, которой первоначально располагала администрация края, составляла S у.е., а цена барреля сырой нефти M у.е. Тогда первоначально возможный объем закупок составлял S/M баррелей. Этот объем примем за 100 процентов. За 2 месяца хранения в банке положенная сумма выросла до $1,26^2 S$ у.е., а цена барреля сырой нефти за это же время убывла до $0,9^2 M$ у.е. Следовательно, 1 ноября 2001г. руководство края на эту сумму могла закупить $\frac{1,26^2 S}{0,9^2 M}$ баррелей сырой нефти. Процентное отношение этого объема к первоначально возможному объему закупок составит:

$$\frac{1,26^2 S}{0,9^2 M} : \frac{S}{M} \cdot 100 \% \text{ то есть } 1,4^2 \cdot 100 \% = 196 \ \%.$$

Значит, руководство края смогло пополнить 1 ноября 2001г. нефтяные запасы края на 96% больше, чем 1 сентября того же года.

Ответ: 96.

№ 17.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1

Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) По теореме о внешнем угле треугольника,

$$\angle BOC = \angle BAO + \angle ABO = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ.$$

Поэтому

$$\angle BEC + \angle BOC = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ.$$

Значит, точки B, E, C, O лежат на одной окружности. Вписанные в эту окружность углы CBE и COE опираются на одну и ту же дугу, следовательно, $\angle CBE = \angle COE$.

б) По теореме косинусов

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{BE^2 + CE^2 - 2BE \cdot CE \cdot \cos 120^\circ} = \\ &= \sqrt{40^2 + 24^2 - 2 \cdot 40 \cdot 24 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = 8\sqrt{25 + 9 + 15} = 8 \cdot 7 = 56. \quad BC = \sqrt{BE^2 + CE^2 - 2BE \cdot CE \cdot \cos 120^\circ} = \\ &= \sqrt{40^2 + 24^2 - 2 \cdot 40 \cdot 24 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = \\ &= 8\sqrt{25 + 9 + 15} = 8 \cdot 7 = 56. \end{aligned}$$

Вписанные углы BEO и CEO опираются на равные хорды BO и CO , значит, EO — биссектриса угла BEC . Пусть M — точка её пересечения со стороной BC . По формуле для биссектрисы треугольника получаем:

$$EM = \frac{2BE \cdot CE \cdot \cos \frac{\angle BEC}{2}}{BE + CE} = \frac{2 \cdot 40 \cdot 24 \cdot \cos 60^\circ}{40 + 24} = 15.$$

По свойству биссектрисы треугольника $\frac{CM}{BM} = \frac{CE}{BE} = \frac{24}{40} = \frac{3}{5}$, значит, $CM = \frac{3}{8}BC = \frac{3}{8} \cdot 56 = 21$, $BM = 35$.

По теореме о произведении пересекающихся хорд $EM \cdot MO = BM \cdot CM$, откуда находим, что

$$MO = \frac{BM \cdot CM}{EM} = \frac{35 \cdot 21}{15} = 49.$$

Треугольники COM и AOK равны по стороне и двум прилежащим к ней углам, поэтому $OK = OM$. Следовательно, $EK = EM + 2OM = 15 + 98 = 113$.

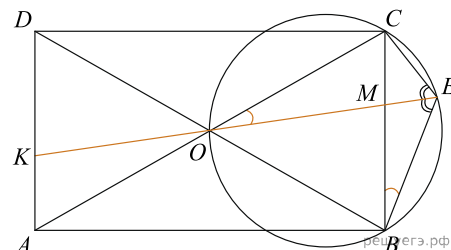
Ответ: 113.

Примечание.

Зная длину отрезка $CM=21$, можно искать ME , применяя теорему косинусов к треугольнику CME . Пусть в нем $ME = x$, тогда

$$441 = 24^2 + x^2 - 2x \cdot 24 \cdot \cos 60^\circ \Leftrightarrow x^2 - 24x + 135 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9, \\ x = 15. \end{cases}$$

Поскольку треугольник CME остроугольный, решение $x=9$ постороннее. Посторонние корни появляются из-за того, что по стороне, прилежащему к ней углу и противолежащей данному углу стороне треугольник определен неоднозначно. Аналогично для треугольника BME : можно найти два корня уравнения на длину EM : 15 и 25, больший корень является посторонним.



№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4

С помощью верного рассуждения получены верные значения параметра, но допущен недочет	3
С помощью верного рассуждения получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом верно выполнены все шаги решения, ИЛИ в решении верно найдены все граничные точки множества значений параметра, но неверно определены промежутки значений	2
В случае аналитического решения: задача верно сведена к набору решенных уравнений и неравенств с учетом требуемых ограничений, ИЛИ в случае графического решения: задача верно сведена к исследованию взаимного расположения линий (изображены необходимые фигуры, учтены ограничения, указана связь исходной задачи с построенными фигурами)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Решение. Решим задачу графически. Определим, при каких значениях параметра графики Γ_1 и Γ_2 первого и второго уравнения соответственно имеют ровно две общие точки. Первое уравнение равносильно совокупности

$$\begin{cases} x - y + 8 = 0, \\ \begin{cases} x^2 - 7x + 8 - y = 0, \\ x - y + 8 \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

Уравнение $x - y + 8 = 0$ задает прямую $y = x + 8$. Система

$$\begin{cases} y = x^2 - 7x + 8, \\ y \leq x + 8 \end{cases}$$

задает часть параболы $y = x^2 - 7x + 8$, расположенную не выше прямой $y = x + 8$. Абсциссы точек пересечения прямой $y = x + 8$ и параболы $y = x^2 - 7x + 8$ найдем из уравнения

$$x + 8 = x^2 - 7x + 8 \Leftrightarrow x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow x(x - 8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = 8. \end{cases}$$

Ординаты точек пересечения $y(0)=8$ и $y(8)=16$. Координаты вершины параболы: $x_B=3,5$, $y_B=-4,25$. График Γ_1 изображен на рисунке цветом охры.

Уравнение $y = ax + a$ задает семейство прямых, проходящих через точку $(-1;0)$. Если $a=1$, то прямая $y = ax + a$ параллельна прямой $y = x + 8$. Выясним, при каких значениях параметра прямая $y = ax + a$ является касательной к параболе $y = x^2 - 7x + 8$. В этом случае должно иметь единственное решение уравнение

$$x^2 - 7x + 8 = ax + a \Leftrightarrow x^2 - (a+7)x + 8 - a = 0,$$

а потому дискриминант квадратного уравнения должен быть равен нулю. Имеем:

$$\begin{aligned} (a+7)^2 - 4(8-a) = 0 &\Leftrightarrow 49 + 14a + a^2 - 32 + 4a = 0 \Leftrightarrow a^2 + 18a + 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1, \\ a = -17. \end{cases} \\ (a+7)^2 - 4(8-a) = 0 &\Leftrightarrow 49 + 14a + a^2 - 32 + 4a = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow a^2 + 18a + 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1, \\ a = -17. \end{cases} \\ &\Leftrightarrow 49 + 14a + a^2 - 32 + 4a = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow a^2 + 18a + 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1, \\ a = -17. \end{cases} \end{aligned}$$

Точка касания имеет абсциссу $x = \frac{a+7}{2}$. При $a=-1$ находим: $x=3$, соответствующая прямая изображена красным цветом. При $a = -17$ абсцисса точки касания $x = -5 < 0$, то есть точка касания не лежит на графике Γ_1 .

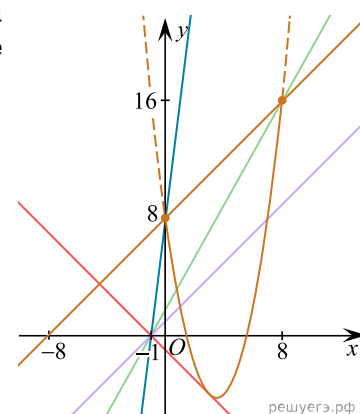
Из построения находим следующее.

При $a < -1$ графики Γ_1 и Γ_2 пересекаются лишь в одной точке, лежащей во второй четверти на прямой $y = x + 8$.

При $a = -1$ (прямая изображена на графике красным цветом) имеются **ровно две** точки пересечения: одна лежит во второй четверти на прямой $y = x + 8$, вторая лежит в четвертой четверти и является точкой касания с параболой.

При $a = 1$ (прямая изображена лиловым) графики Γ_1 и Γ_2 пересекаются **ровно в двух** точках, обе из которых принадлежат параболе.

При $1 < a < \frac{16}{9}$ графики имеют три точки пересечений, две из которых лежат на параболе, а третья лежит на прямой $y = x + 8$ и расположена в первой четверти так, что ее абсцисса больше 8.



При $\frac{16}{9} \leq a < 8$ (случай $a = \frac{16}{9}$ изображен зеленым) графики Γ_1 и Γ_2 пересекаются **ровно в двух** точках, одна из которых лежит на параболе, а вторая лежит на прямой $y = x + 8$ и расположена в первой четверти так, что ее абсцисса лежит на отрезке $[0; 8]$.

При $a \geq 8$ у графиков Γ_1 и Γ_2 имеется лишь одна общая точка, она лежит во второй четверти на прямой $y = x + 8$.

Ответ: $a \in \{-1; 1\} \cup \left[\frac{16}{9}; 8\right)$.

№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты.	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	2
Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение в п. а; — пример в п. б; — искомая оценка в п. в; — пример в п. в, обеспечивающий точность предыдущей оценки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Решение. а) Если на доске написано по 15 чисел, оканчивающихся на 2 и на 6, то их сумма оканчивается на 0. Это противоречит тому, что сумма 2454.

б) Пусть на доске ровно одно число, оканчивающееся на 6. Тогда на доске написано 29 чисел, оканчивающихся на 2. Их сумма не меньше, чем сумма 29 написанных чисел, оканчивающихся на 2: $2 + 12 + \dots + 282 = \frac{284 \cdot 29}{2} = 4118$. Это противоречит тому, что сумма равна 2454.

в) Пусть на доске n чисел, оканчивающихся на 6, и $30 - n$, оканчивающихся на 2. Тогда сумма чисел, оканчивающихся на 2, не меньше суммы

$$2 + 12 + \dots + (2 + 10(29 - n)) = \frac{(4 + 10(29 - n))(30 - n)}{2} = 5n^2 - 297n + 4410. \quad 2 + 12 + \dots + (2 + 10(29 - n)) = \\ = \frac{(4 + 10(29 - n))(30 - n)}{2} = 5n^2 - 297n + 4410.$$

Сумма чисел, оканчивающихся на 6, не меньше суммы

$$6 + 16 + \dots + (6 + 10(n - 1)) = \frac{(12 + 10(n - 1))n}{2} = 5n^2 + n.$$

Таким образом, $2454 \geq 10n^2 - 296n + 4410 \Leftrightarrow 5n^2 - 148n + 978 \leq 0$, откуда $n \geq 10$, поскольку $n \in \mathbb{N}$.

Если на доске 10 чисел, оканчивающаяся на 6, и 20 чисел, оканчивающихся на 2, то их сумма оканчивается на 0. Значит, чисел, оканчивающихся на 6, больше 10. Приведём пример 11 чисел, оканчивающихся на 6, и 19 чисел, оканчивающихся на 2, с суммой 2454: 6, 16, ..., 86, 96, 196, 2, 12, ..., 172, 182.

Ответ: а) нет; б) нет; в) 11.