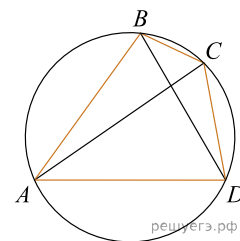


Вариант 106

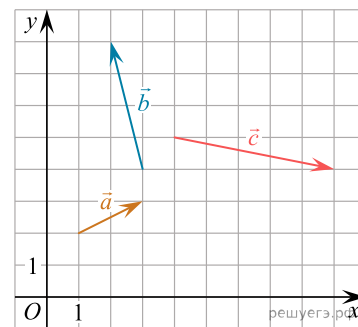
№ 1.

Угол ABD равен 53° . Угол BCA равен 38° . Найдите вписанный угол BCD . Ответ дайте в градусах.



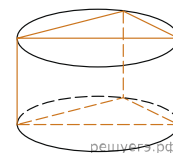
№ 2.

На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Найдите значение выражения $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c}$.



№ 3.

В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра равны $\frac{5}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.

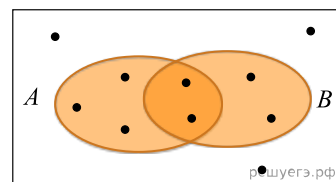


№ 4.

На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной?

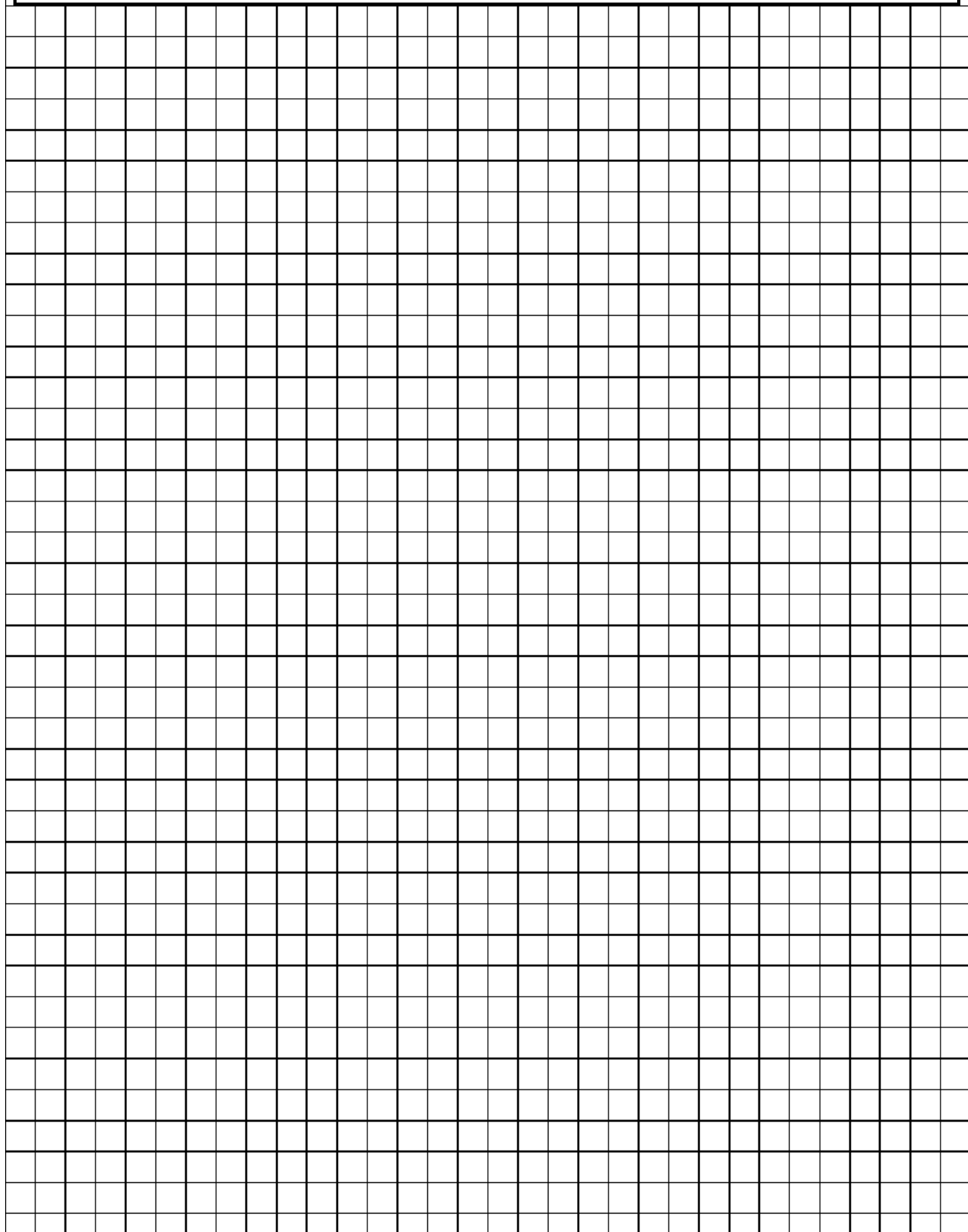
№ 5.

На диаграмме Эйлера показаны события A и B в некотором случайном эксперименте, в котором 10 равновозможных элементарных событий. Элементарные события показаны точками. Найдите $P(B|A)$ — условную вероятность события B при условии A .



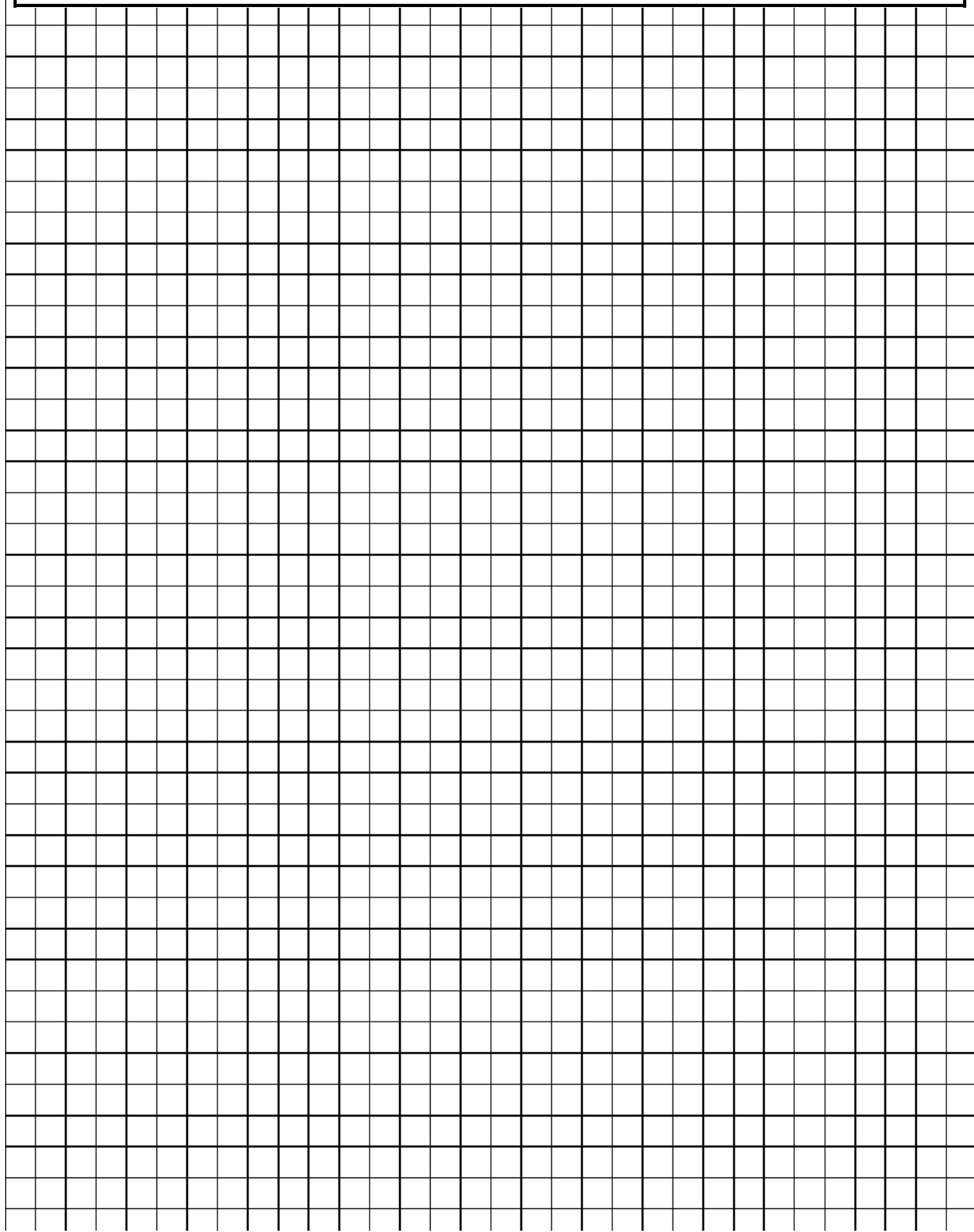
№ 6.

Найдите корень уравнения $\log_8 2^{8x-4} = 4$.



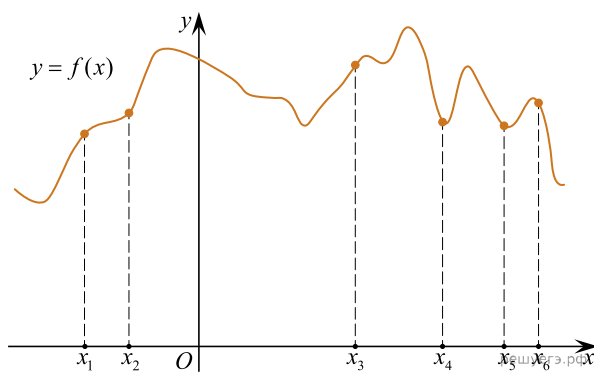
№ 7.

Найдите значение выражения $\frac{1,23 \cdot 45,7}{12,3 \cdot 0,457}$.



№ 8.

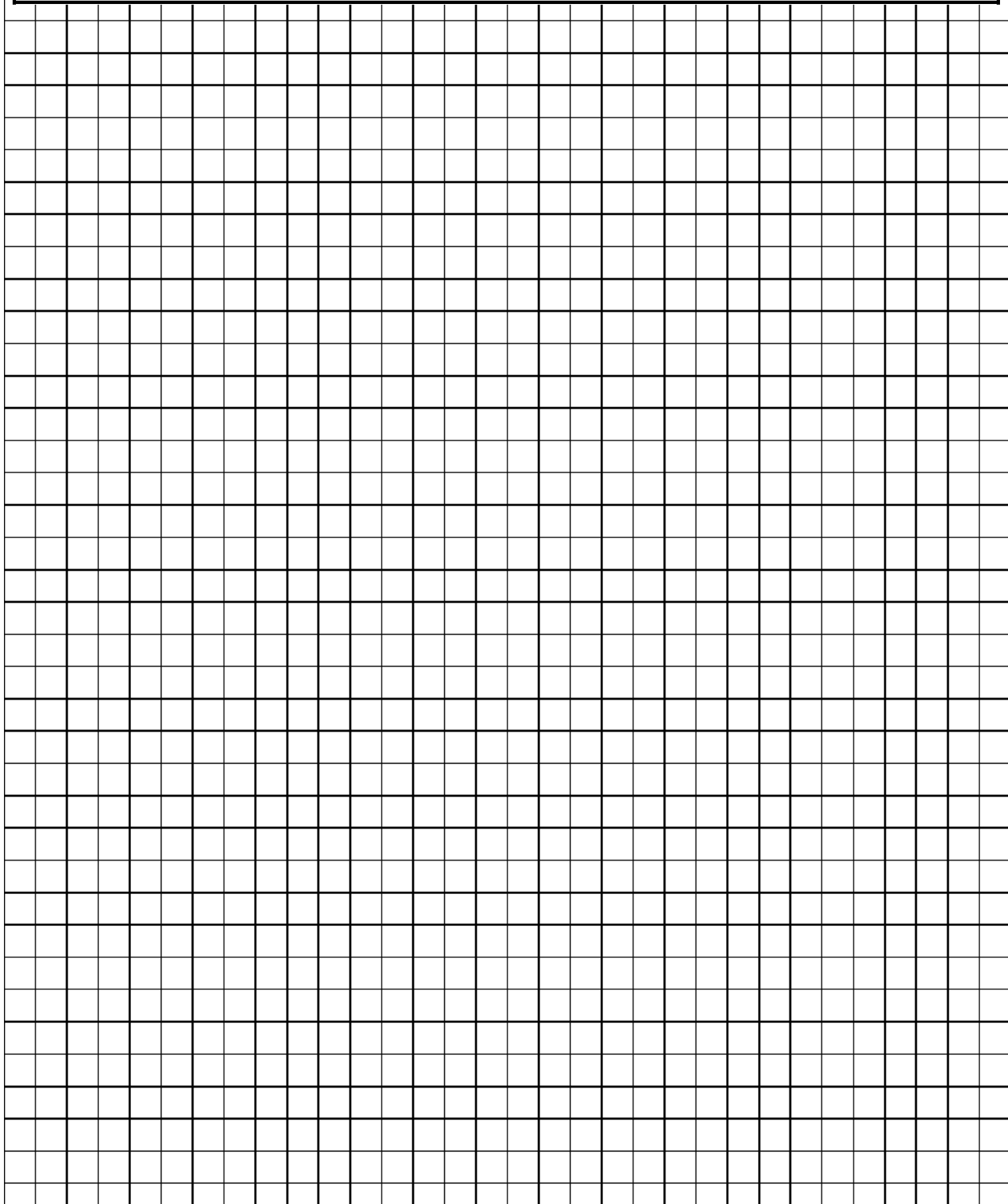
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено шесть точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$.



Сколько из отмеченных точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?

№ 9.

Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 20$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 4 м на расстоянии 1 м?

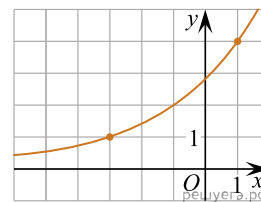


No 10.

Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 1 деталь больше?

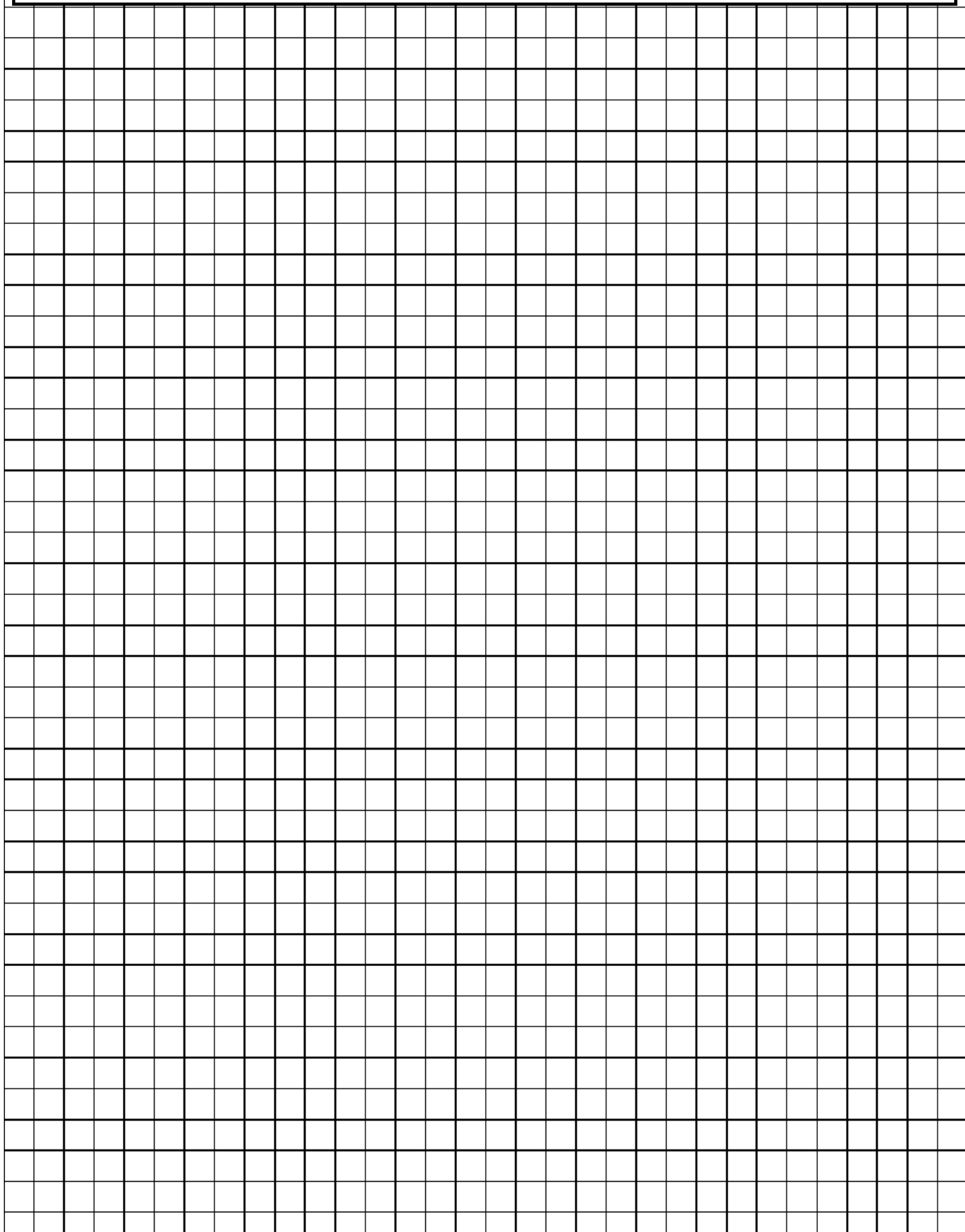
№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = a^{x+b}$. Найдите $f(-7)$.



№ 12.

Найдите наименьшее значение функции $y = x\sqrt{x} - 3x + 1$ на отрезке $[1; 9]$.



№ 13.

а) Решите уравнение $2 \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \sin x = 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \cos x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-6\pi; -5\pi]$.

№ 14.

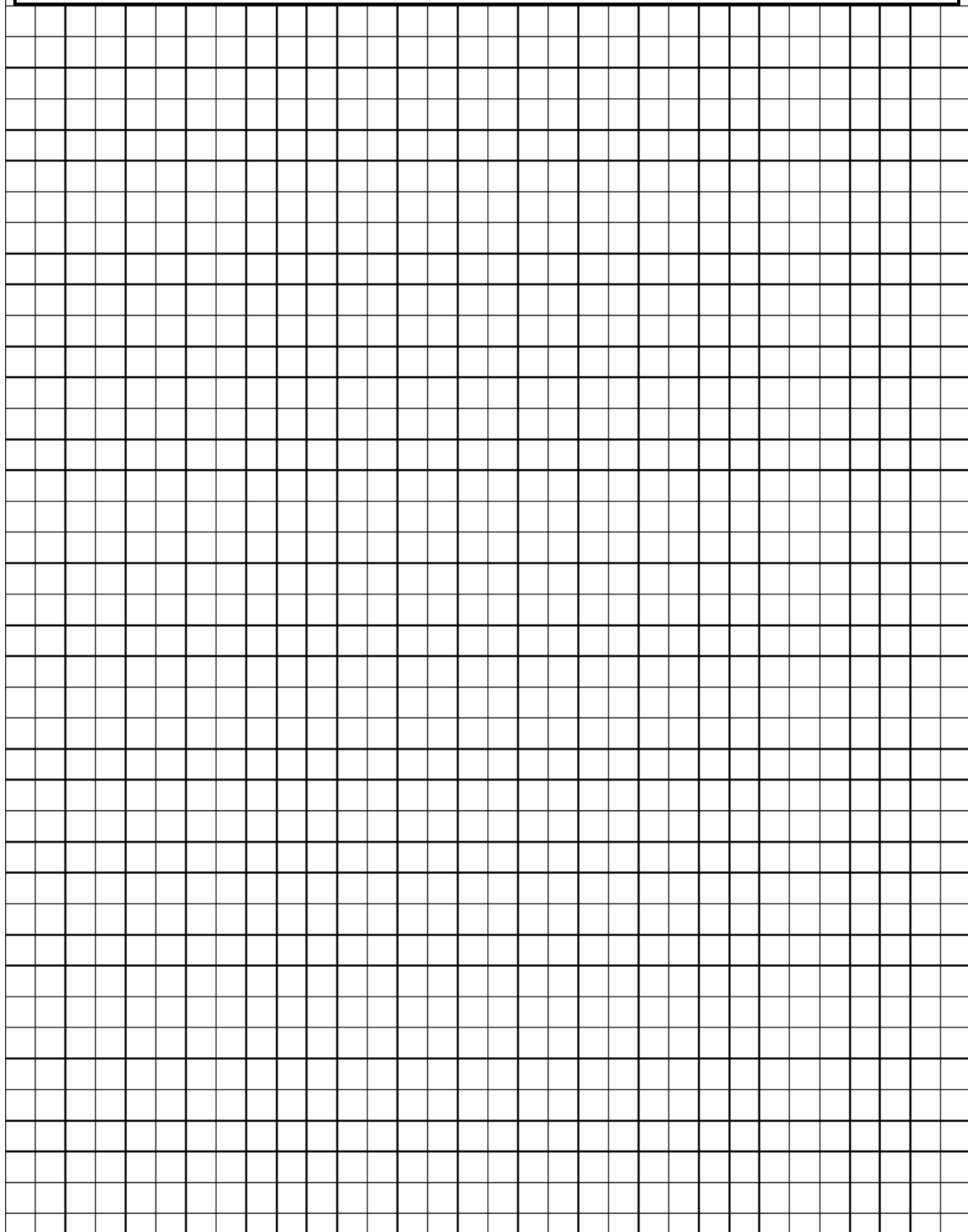
В конусе с вершиной S и центром основания O радиус основания равен 13, а высота равна $3\sqrt{41}$. Точки A и B — концы образующих, M — середина SA , N — точка в плоскости основания такая, что прямая MN параллельна прямой SB .

а) Докажите что ANO — прямой угол.

б) Найдите угол между MB и плоскостью основания, если дополнительно известно что $AB = 10$.

№ 15.

Решите неравенство: $x^2 \log_{4096}(3-x) \geq \log_8(x^2 - 6x + 9)$.



№ 16.

- 15 января планируется взять кредит в банке на срок 9 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца долг должен уменьшаться по следующему принципу:
 - в первые 3 месяца долг сокращается на x рублей каждый месяц,
 - в следующие 3 месяца — на $2x$ рублей каждый месяц,
 - в последние 3 месяца — на $3x$ рублей каждый месяц,
 - до 14-го октября долг должен быть погашен полностью.

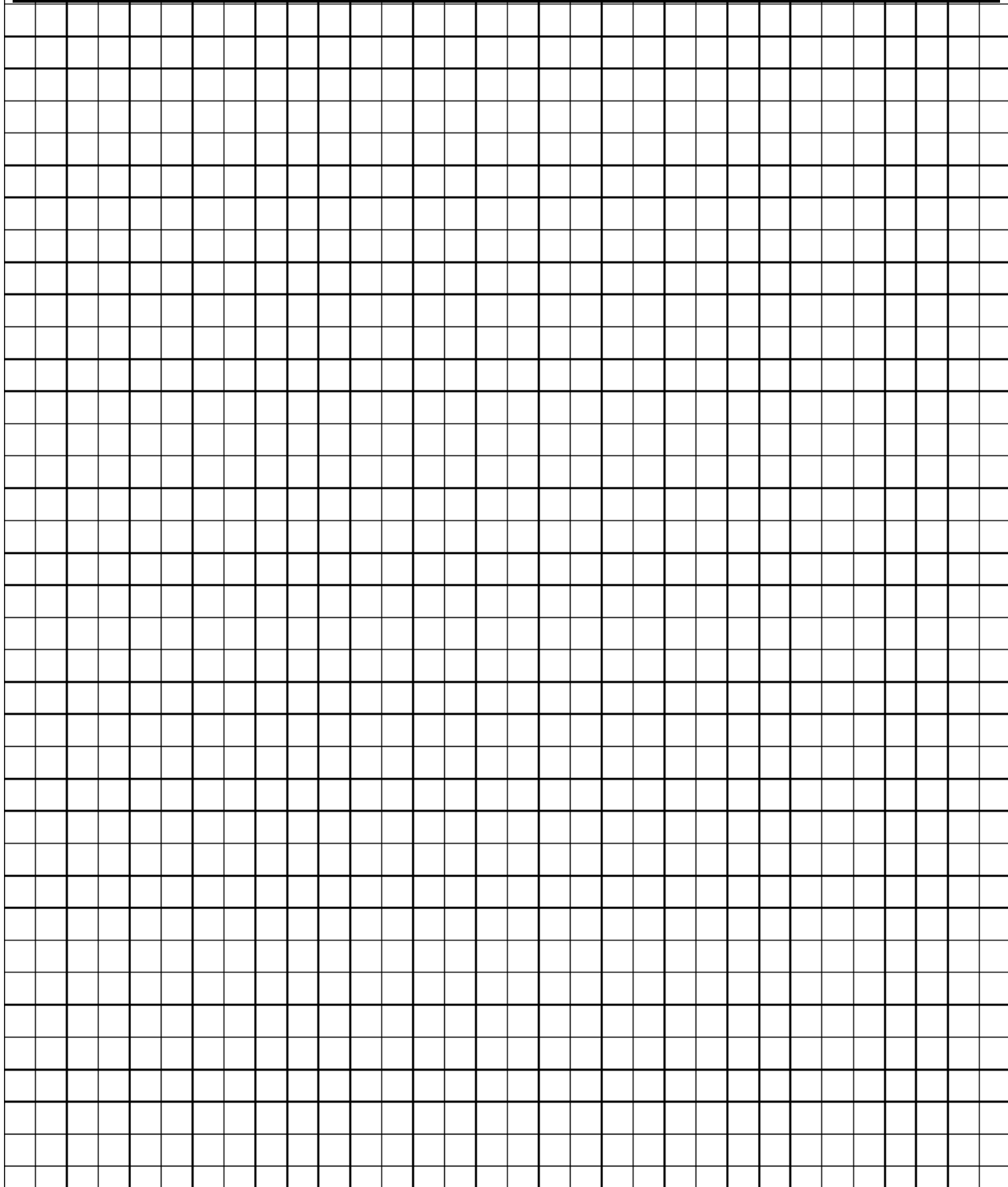
Известно, что общая сумма выплат превышает взятую сумму на 60%. Найдите r .

№ 17.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C точки M и N — середины катетов AC и BC соответственно, CH — высота.

а) Докажите, что прямые MN и NH перпендикулярны.

б) Пусть P — точка пересечения прямых AC и NH , а Q — точка пересечения прямых BC и MN . Найдите площадь треугольника PQM , если $AH = 4$ и $BH = 2$.

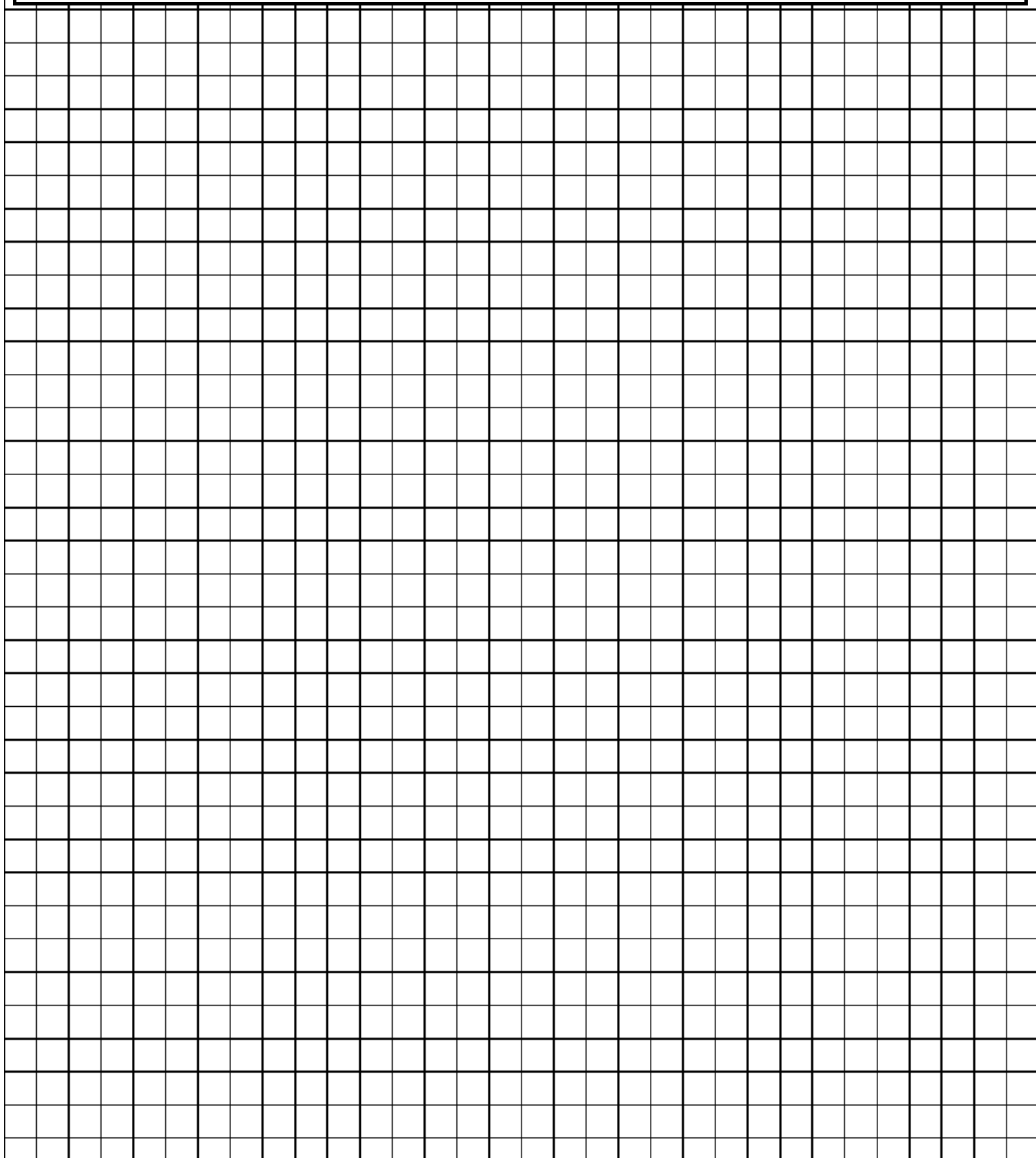


№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \left| 6 \cdot \sqrt{\cos \frac{\pi y}{4}} - 5 \right| - \left| 1 - 6 \cdot \sqrt{\cos \frac{\pi y}{4}} \right| + \left| 12 \cdot \sqrt{\cos \frac{\pi y}{4}} + 1 \right| = 5 - \sin^2 \frac{\pi(y-2x)}{12}, \\ 10 - 9(x^2 + (y-a)^2) = 3 \cdot \sqrt{x^2 + (y-a)^2} - \frac{8}{9} \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.



№ 19.

Пусть n — трехзначное число, m — число, записанное теми же цифрами в обратном порядке, причем $m < n$ и n делится на m . Если число n делится на 10, но не делится на 100, то число m равно числу $\frac{n}{10}$, записанному в обратном порядке. Если число n делится на 100, то число m равно числу $\frac{n}{100}$.

- а) Может ли быть $\frac{n}{m} = 50$?
- б) Какая последняя цифра у числа n ?
- в) Чему равно число n , если частное $\frac{n}{m}$ нечетное?