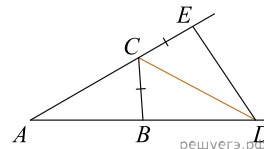


Вариант 107

№ 1.

В треугольнике ABC угол A равен 30° , угол B равен 86° , CD — биссектриса внешнего угла при вершине C , причем точка D лежит на прямой AB . На продолжении стороны AC за точку C выбрана такая точка E , что $CE = CB$. Найдите угол BDE . Ответ дайте в градусах.

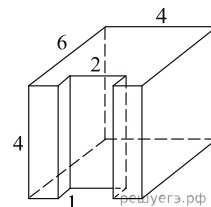


№ 2.

Длины векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равны $2\sqrt{3}$ и 5, а угол между ними равен 150° . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

№ 3.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



№ 4.

В коробке лежат красные пуговицы, столько же белых, 18 жёлтых и 36 зелёных — всего 100 пуговиц. Портной достаёт из коробки одну случайную пуговицу. Какова вероятность того, что она окажется красной или жёлтой?

№ 5.

В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

№ 6.

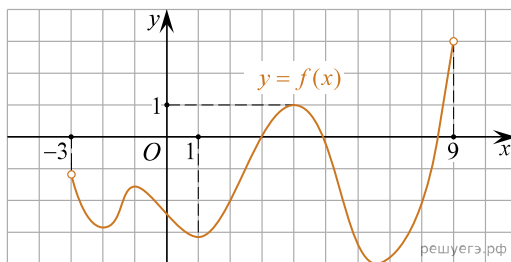
Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7}$.

№ 7.

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}$ при $m = 64$.

№ 8.

На рисунке изображен график функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 9)$. Найдите количество точек, в которых производная функции равна нулю на отрезке $[0; 8]$.



№ 9.

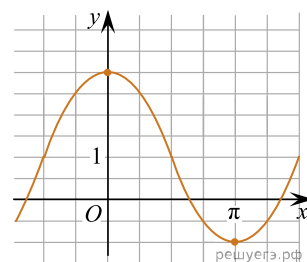
Автомобиль массой m кг начинает тормозить и проходит до полной остановки путь S м. Сила трения F (в Н), масса автомобиля m (в кг), время t (в с) и пройденный путь S (в м) связаны соотношением $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите, сколько секунд заняло торможение, если известно, что сила трения равна 2000 Н, масса автомобиля — 1500 кг, путь — 600 м.

№ 10.

Расстояние между пристанями A и B равно 120 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B , тотчас повернула обратно и возвратилась в A . К этому времени плот прошел 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = a \cos x + b$, где a и b — целые числа. Найдите $y\left(\frac{13\pi}{3}\right)$.



№ 12.

Найдите точку минимума функции $y = (x^2 - 8x + 8)e^{6-x}$.

№ 13.

- Решите уравнение $(x^2 + 2x - 1)(\log_2(x^2 - 3) + \log_{0.5}(\sqrt{3} - x)) = 0$.
- Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2, 5; -1, 5]$.

№ 14.

В правильном тетраэдре $ABCD$ точка K лежит на ребре CB , причем $CK : KB = 1 : 2$. Точка L лежит на ребре AB , причем $AL : LB = 1 : 3$. Через точки A и K параллельно DL проведена секущая плоскость.

- Докажите, что сечением является равнобедренный треугольник.
- Найдите площадь сечения, если ребра тетраэдра равны 1.

№ 15.

Решите неравенство: $\frac{5 \log_2^2 x - 100}{\log_2^2 x - 25} \geq 4$.

№ 16.

В августе 2020 года взяли кредит. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$;
- с февраля по июль необходимо выплатить часть долга.

Кредит можно выплатить за три года равными платежами по 56595 рублей, или за два года равными платежами по 81 095 рублей.

Найдите r .

№ 17.

В треугольнике ABC провели высоту CC_1 и медиану AA_1 . Оказалось, что точки A, A_1, C, C_1 лежат на одной окружности.

- Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
- Найдите площадь треугольника ABC , если $AA_1 : CC_1 = 3 : 2$ и $A_1 C_1 = 2$.

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \left| 6 \cdot \sqrt{\cos \frac{\pi y}{4}} - 5 \right| - \left| 1 - 6 \cdot \sqrt{\cos \frac{\pi y}{4}} \right| + \left| 12 \cdot \sqrt{\cos \frac{\pi y}{4}} + 1 \right| = 5 - \sin^2 \frac{\pi(y-2x)}{12}, \\ 10 - 9(x^2 + (y-a)^2) = 3 \cdot \sqrt{x^2 + (y-a)^2} - \frac{8}{9} \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

№ 19.

У Лены три набора, в каждом из которых одинаковое количество ручек (больше 1). У Юли несколько (больше 1) наборов ручек, по 5 штук в каждом.

- При каком количестве наборов у Юли, количество всех ручек у Лены нечетно, если всего у девочек 105 ручек?
- Можно ли разложить все ручки Юли и Лены в 12 наборов по 12 ручек в каждом?
- Можно ли разложить все ручки Юли и Лены в k наборов по k ручек в каждом ($k > 3$)?