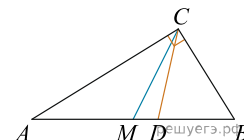


Вариант 108

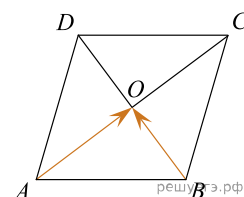
№ 1.

Острые углы прямоугольного треугольника равны 24° и 66° . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



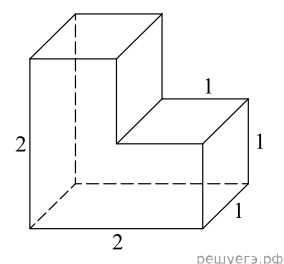
№ 2.

Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O и равны 12 и 16. Найдите длину вектора $\vec{AO} - \vec{BO}$.



№ 3.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



№ 4.

Проводится жеребьёвка Лиги Чемпионов. На первом этапе жеребьёвки восемь команд, среди которых команда «Барселона», распределены случайным образом по восьми игровым группам— по одной команде в группу. Затем по этим же группам случайным образом распределяются еще восемь команд, среди которых команда «Зенит». Найдите вероятность того, что команды «Барселона» и «Зенит» окажутся в одной игровой группе.

№ 5.

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,82. Вероятность того, что окажется меньше 10 пассажиров, равна 0,51. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 10 до 17.

№ 6.

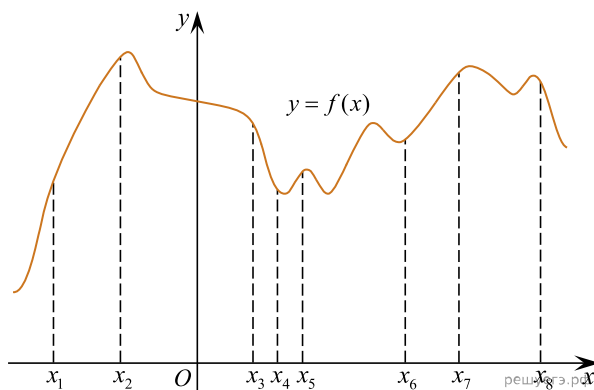
Найдите корень уравнения $\sqrt{3x-8} = 5$.

№ 7.

Найдите $2\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,7$.

№ 8.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



№ 9.

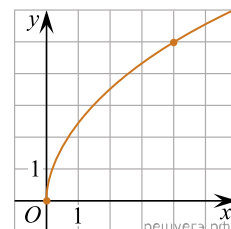
Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью $v = 3$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью $u = \frac{m}{m+M} v \cos \alpha$ (м/с), где $m = 80$ кг — масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 400$ кг — масса платформы. Под каким максимальным углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,25 м/с?

№ 10.

Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 20 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 3,5$.



№ 12.

Найдите наибольшее значение функции $y = 14x - 7 \operatorname{tg} x - 3,5\pi + 11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

№ 13.

а) Решите уравнение: $2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1$.

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

№ 14.

Сечением прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью α содержащей прямую BD_1 и параллельной прямой AC , является ромб.

- Докажите, что грань $ABCD$ — квадрат.
- Найдите угол между плоскостями α и BCC_1 , если $AA_1 = 6$, $AB = 4$.

№ 15.

Решите неравенство: $\frac{3^{|x^2-2x-1|}-9}{x} \geq 0$.

№ 16.

Игнат 7 марта 2022 года положил на вклад в банке 400 000 рублей. Условия этого вклада таковы:

- в течение года запрещается выполнять какие-либо операции с этим вкладом;
- через каждые 3 месяца (до 7 марта 2023 года) банк увеличивает сумму, к тому моменту находящуюся на вкладе, на 0,25%.

Андрей 7 марта 2022 года положил на вклад в банке 410700 рублей под 20% годовых. Условия этого вклада таковы:

- в течение года запрещается выполнять какие-либо операции с этим вкладом;
- 7 марта 2023 года банк увеличит вклад на 20%.

Известно, что Игнат через год получит со счета больше, чем Андрей. Найдите наименьшее целое значение r .

№ 17.

Окружность вписана в треугольник ABC , P — точка касания окружности со стороной AB , точка M — середина AB .

- Докажите, что $MP = \frac{|AC - CB|}{2}$.
- Найдите углы треугольника, если $MC = MA$, $AC > BC$, $MP = \frac{r}{2}$.

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x+3a} \cdot \ln(x-2a) = (x-1) \cdot \ln(x-2a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

№ 19.

Бесконечная последовательность натуральных чисел $\{a_n\}$ задана следующим соотношением: $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 10 \cdot a_n + 1$ ($n \geq 1$).

- Делится ли число a_{2022} на 33?
- Может ли член этой последовательности a_n при $n > 1$ быть точным квадратом?
- Какие остатки при делении на 7 могут иметь члены этой последовательности?