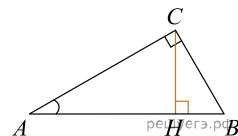


Вариант 110

№ 1.

В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, $BC = 4\sqrt{5}$, $BH = 4$. Найдите $\operatorname{tg} A$.

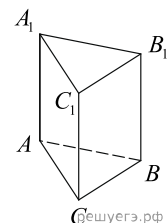


№ 2.

Даны векторы $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (2; -4)$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a} + \vec{b}$ и $7\vec{a} - \vec{b}$.

№ 3.

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 3, найдите угол между прямыми AA_1 и BC_1 . Ответ дайте в градусах.



№ 4.

Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений— по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

№ 5.

При двукратном бросании игральной кости в сумме выпало 9 очков. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпало 5 очков?

№ 6.

Найдите корень уравнения $3 \cdot 9^{x-1} = \frac{1}{27}$.

№ 7.

Найдите значение выражения $\frac{49^{5,2}}{7^{8,4}}$.

№ 8.

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 6t^3 + 5t + 23$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 3$ с.

№ 9.

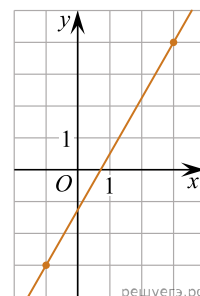
Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 57$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 12$ км/ч². Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, где t — время в часах. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 30 км от города. Ответ дайте в минутах.

№ 10.

Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20 000 рублей, через два года был продан за 15 842 рублей.

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -13,5$.

**№ 12.**

Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 - 8x + 8)e^{2-x}$ на отрезке $[1; 7]$.

№ 13.

а) Решите уравнение $\operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{\cos^2 x} + 2 \sin^2 x + \sin x = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

№ 14.

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ со стороной 8 на ребре AA_1 взята точка K такая, что $A_1 K = 1$. Через точки K и B_1 проведена плоскость α , параллельная прямой AC_1 .

а) Докажите, что $A_1 P : PD_1 = 1 : 6$, где P — точка пересечения плоскости α и ребра $A_1 D_1$.

б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью ADD_1 .

№ 15.

Решите неравенство: $\log_{0,5} \frac{2x+3}{2} + \log_2(x+3) \geq \log_{0,5} \frac{x^2-x-1,5}{x+3}$.

№ 16.

1 апреля 2019г. Андрей Петрович положил 10 000 рублей на банковский вклад сроком на 1 год с ежемесячным начислением процентов и капитализацией под 21% годовых. Это означает, что первого числа каждого месяца сумма вклада увеличивается на одно и то же количество процентов, рассчитанное таким образом, что за 12 месяцев она увеличится ровно на 21%. Через сколько месяцев сумма вклада впервые превысит 11 000 рублей?

№ 17.

Окружность с центром O , расположенном внутри прямоугольной трапеции $ABCD$, проходит через вершины B и C большей боковой стороны этой трапеции и касается боковой стороны AD в точке K . При этом отрезок AB пересекает окружность в точке T .

а) Докажите, что $\angle KCB = \angle KTB$.

б) Найдите AB , если перпендикуляр KH к стороне BC равен 10, а $DC = 25$.

№ 18.

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (1-a)^2 = |x-1+a| + |x-a+1|$$

имеет единственный корень.

№ 19.

По кругу стоят несколько детей, среди которых есть хотя бы 2 мальчика и хотя бы две девочки. У каждого из детей есть натуральное число конфет. У любых двух мальчиков одинаковое количество конфет, а у любых двух девочек — разное. По команде каждый отдал соседу справа одну треть или одну четвертую своих конфет. После этого у любых двух мальчиков стало разное количество конфет, а у любых двух девочек — одинаковое. Известно, что каждый отдал натуральное число конфет.

а) Возможно ли, чтобы мальчиков было столько же, сколько и девочек?

б) Могло ли быть ровно 4 мальчика?

в) Могло ли быть ровно 10 мальчиков?