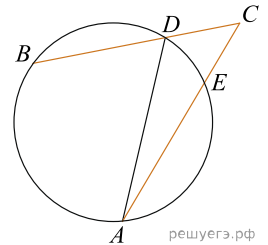


Вариант 111

№ 1.

Найдите угол ACB , если вписанные углы ADB и DAE опираются на дуги окружности, градусные величины которых равны соответственно 118° и 38° . Ответ дайте в градусах.

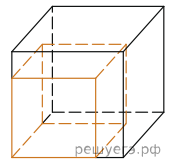


№ 2.

Найдите длину вектора $\vec{a}(6; 8)$.

№ 3.

Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его объем увеличится на 19. Найдите ребро куба.

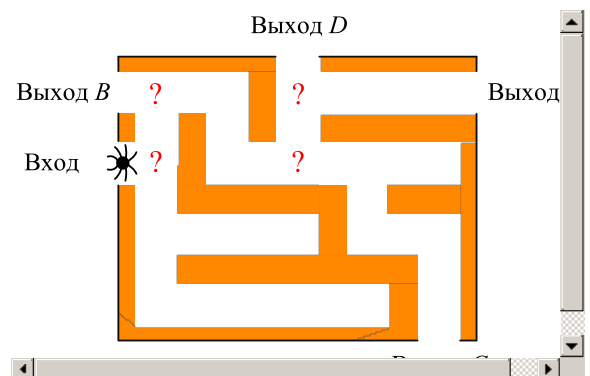


№ 4.

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

№ 5.

На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D .



№ 6.

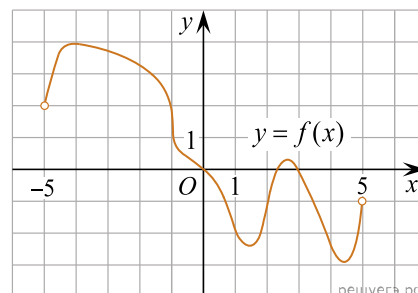
Найдите корень уравнения $\log_8 2^{8x-4} = 4$.

№ 7.

Найдите значение выражения $(4a)^3 : a^7 \cdot a^4$.

№ 8.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$ или совпадает с ней.



№ 9.

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $pV^{1.4} = \text{const}$, где p (атм.) — давление газа, V — объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 1,6 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

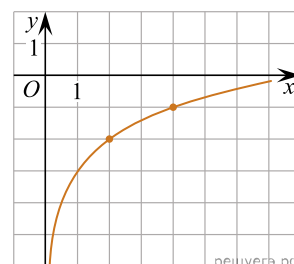
№ 10.

Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Конечно, вместо литров следовало бы говорить о килограммах растворов.

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(32)$.



№ 12.

Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x+5)^5 - 5x$ на отрезке $[-4; 5]$.

№ 13.

а) Решите уравнение $(2\cos^2 x + \sin x - 2)\sqrt{5\operatorname{tg} x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

№ 14.

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки P, K, L — середины ребер $AA_1, A_1 D_1, B_1 C_1$ соответственно, точка Q — центр грани $CC_1 D_1 D$. Отрезок MN с концами на прямых AD и KL соответственно пересекает прямую PQ и перпендикулярен ей.

- Докажите, что $AM : MD = 5 : 1$.
- Найдите длину отрезка MN , если сторона куба равна 3.

№ 15.

Решите неравенство: $\frac{49^x - 6 \cdot 7^x + 3}{7^x - 5} + \frac{6 \cdot 7^x - 39}{7^x - 7} \leq 7^x + 5$.

№ 16.

15 июля планируется взять кредит 75 тысяч рублей на 15 месяцев. Условия погашения кредита таковы:

- с 1-го по 10-е число каждого месяца банк увеличивает долг, имеющийся на 1-е число, на 7,5%;
- с 11-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- долг на 15-е число каждого месяца должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько месяцев выплаты по погашению кредита будут меньше 6,25 тысячи рублей?

№ 17.

Окружность касается стороны AC остроугольного треугольника ABC и делит каждую из сторон AB и BC на три равные части.

- Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
- Найдите, в каком отношении высота этого треугольника делит сторону BC .

№ 18.

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

№ 19.

Натуральные числа от 1 до 12 разбивают на четыре группы, в каждой из которых есть по крайней мере два числа. Для каждой группы находят сумму чисел этой группы. Для каждой пары групп находят модуль разности найденных сумм и полученные 6 чисел складывают.

- Может ли в результате получиться 0?
- Может ли в результате получиться 1?
- Каково наименьшее возможное значение полученного результата?