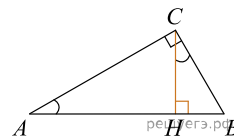


Вариант 112

№ 1.

В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, $BH = 12$, $\sin A = \frac{2}{3}$. Найдите AB .

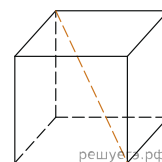


№ 2.

Даны векторы $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 6)$ и $\vec{c} = (4; -2)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

№ 3.

Площадь поверхности куба равна 24. Найдите его объем.



№ 4.

Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 4, но не дойдя до отметки 7 часов.

№ 5.

Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика нет нечётных чисел, а чётные числа 2, 4 и 6 встречаются по два раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 4 и 6 очков. Какова вероятность того, что бросали первый кубик?

№ 6.

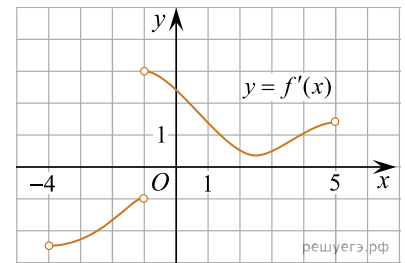
Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}}(7-x) = -2$.

№ 7.

Найдите значение выражения $a(36a^2 - 25) \left(\frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5} \right)$ при $a = 36,7$.

№ 8.

Функция $f(x)$ определена и непрерывна на полуинтервале $[-4; 5)$. На рисунке изображен график её производной. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



№ 9.

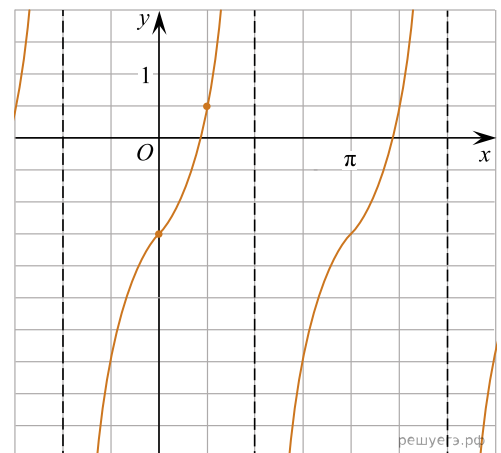
На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ — постоянная, r — радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ Н/кг}$). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 336 000 Н? Ответ выразите в метрах.

№ 10.

Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = a \tan x + b$. Найдите b .



№ 12.

Найдите точку максимума функции $y = (2x - 3) \cos x - 2 \sin x + 2$, принадлежащую промежутку $(0; 2\pi)$.

№ 13.

а) Решите уравнение: $2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1$.

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right]$.

№ 14.

В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки M, N, K делят ребра AA_1, BB_1, DD_1 в отношении 1:4, 1:5, 1:3, считая от нижнего основания $ABCD$.

а) Докажите, что плоскость MNK делит ребро CC_1 в отношении 13:47, считая от нижнего основания.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью основания призмы, если сторона основания равна $\sqrt{13}$, а высота равна 60.

№ 15.

Решите неравенство: $3|x+1| + \frac{1}{2}|x-2| - \frac{3}{2}x \leq 8$.

№ 16.

Индивидуальному предпринимателю 15 марта был выдан кредит на приобретение оборудования. В таблице указан график его погашения. Текущий долг указывается в процентах:

Дата	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07	15.08	15.09
Долг	100%	80%	65%	45%	30%	20%	0%

В конце каждого месяца, начиная с марта, банк увеличивает текущий долг на 5%. После этого в первой половине последующего месяца заемщик обязан внести в банк такую сумму, чтобы оставшийся долг стал равным указанному в таблице текущему долгу на 15 число этого месяца. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

№ 17.

В четырёхугольнике $ABCD$ противоположные стороны не параллельны. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O под прямым углом и образуют четыре подобных треугольника, у каждого из которых одна из вершин — точка O .

- Докажите, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.
- Найдите радиус вписанной окружности, если $AC = 10$, $BD = 26$.

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$5x + \frac{2}{\sqrt{x^2 + 4}} = 0,5a\sqrt{x^2 + 4}$$

имеет хотя бы один корень.

№ 19.

Сергей, Аня и Дима играют в числа. Сергей и Аня записывают в блокноте по двузначному натуральному числу, а Дима находит произведение этих чисел.

- Может ли у Димы в результате перемножения чисел Ани и Сергея получиться трёхзначное число, записанное одинаковыми цифрами и кратное 4?
- Может ли у Димы получиться в результате четырёхзначное число, записанное одинаковыми цифрами?
- Сколько всего различных неупорядоченных пар двузначных чисел могут подобрать Сергей и Аня, чтобы у Димы получилось число, записанное одинаковыми цифрами?