

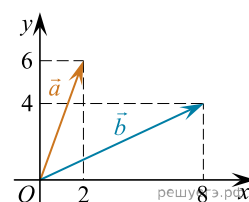
Вариант 113

№ 1.

Площадь треугольника ABC равна 10, DE — средняя линия, параллельная стороне AB . Найдите площадь трапеции $ABED$.

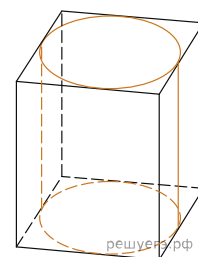
№ 2.

Найдите квадрат длины вектора $\vec{a} - \vec{b}$.



№ 3.

Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания которого равен 2. Площадь боковой поверхности призмы равна 48. Найдите высоту цилиндра.



№ 4.

Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

№ 5.

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

№ 6.

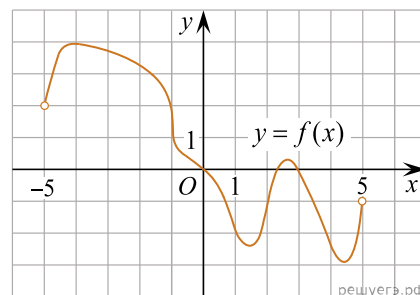
Решите уравнение $\log_5(x^2 + 2x) = \log_5(x^2 + 10)$.

№ 7.

Найдите значение выражения $\frac{6\sqrt{3} \cdot 7\sqrt{3}}{42\sqrt{3}-1}$.

№ 8.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$ или совпадает с ней.



№ 9.

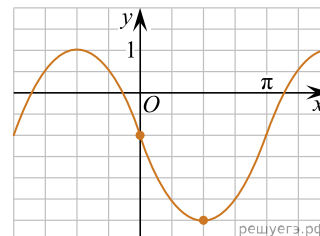
Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия монополиста от цены p (тыс.руб.) задается формулой $q = 80 - 5p$. Выручка предприятия за месяц r (тыс.руб.) вычисляется по формуле $r(p) = p \cdot q$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка составит 300 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

№ 10.

Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = a \sin x + b$, где a и b — целые числа. Найдите $y\left(\frac{25\pi}{6}\right)$.



№ 12.

Найдите наибольшее значение функции $y = (3x^2 - 36x + 36)e^x$ на отрезке $[-1; 4]$.

№ 13.

а) Решите уравнение $\sin^2 \frac{2x}{3} + 2 \sin \frac{2x}{3} \sin \frac{x}{3} + 1 = \cos^2 \frac{x}{3}$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; \frac{11\pi}{2}\right]$.

№ 14.

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB = 20\sqrt{3}$, $AD = 42$ и $AA_1 = 56$. На отрезках BC_1 и BD отмечены точки M и N соответственно так, что прямые AM и $A_1 N$ пересекаются и $BN : ND = 1 : 7$.

а) Докажите, что угол между прямой $D_1 M$ и плоскостью BCC_1 равен 30° .

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью AMN .

№ 15.

Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(\log_2(x^2 - 9) - 2) \geq -1$.

№ 16.

Егор положил в банк некоторую сумму денег. Через год, после начисления процентов, он добавил на свой счет сумму, составляющую 0,9 исходной, в результате чего остаток на счете стал равен 3,4 миллиона рублей. А еще через год, после начисления процентов, остаток на его счете увеличился 2,2 раза по сравнению с исходной суммой. Какую сумму (в млн руб.) Егор положил в банк первоначально, если в конце каждого года банк начислял один и тот же процент годовых?

№ 17.

В треугольнике ABC точки M и N лежат на сторонах AB и BC соответственно так, что $AM : MB = CN : NB = 2 : 3$. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается отрезка MN в точке K .

а) Докажите, что $AB + BC = 4AC$.

б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC , если $MK = \frac{9}{5}$ и $KN = 3$.

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{4x-3} \cdot \ln(5x-a) = \sqrt{4x-3} \cdot \ln(6x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

№ 19.

На полиграфической фабрике страницы тетради пронумерованы числами от 1 до 96. На случайной странице Максим записал число 0 и пронумеровал все страницы далее до конца тетради числами 1, 2, 3, ... и т.д., не пропуская ни одной. Затем он вернулся к странице с записанным 0 и пронумеровал страницы тетради назад числами -1, -2, -3, ... и т.д. до начала тетради без пропусков. Сумма всех записанных чисел в тетради равна S . Определите номер страницы фабричной нумерации, на которой Максим записал число 0, если:

а) $S = 48$;

б) $S = 4560$;

в) $S = 1968$