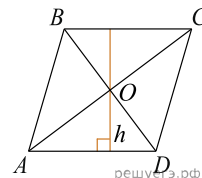


Вариант 114

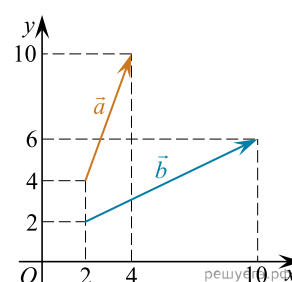
№ 1.

Диагонали ромба относятся как 3 : 4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба.



№ 2.

Найдите угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Ответ дайте в градусах.



№ 3.

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро $AB = 2$, ребро $AD = \sqrt{5}$, ребро $AA_1 = 2$. Точка K — середина ребра BB_1 . Найдите площадь сечения, проходящего через точки A_1, D_1 и K .

№ 4.

В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по теме «Неравенства». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопроса по теме «Неравенства».

№ 5.

В коробке 8 синих, 6 красных и 11 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

№ 6.

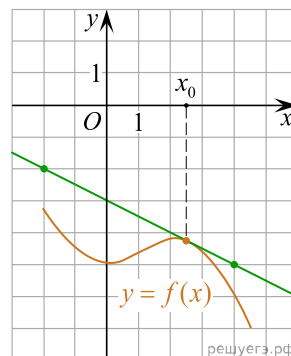
Найдите корень уравнения: $\sqrt{-72 - 17x} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

№ 7.

Найдите значение выражения $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$.

№ 8.

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



№ 9.

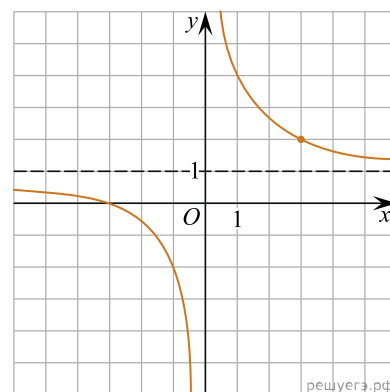
При сближении источника и приёмника звуковых сигналов движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 150$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 10$ м/с и $v = 15$ м/с— скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 160 Гц?

№ 10.

Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 8 вопросов теста, а Ваня— на 9. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите $f(-12)$.



№ 12.

Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[1; 4]$.

№ 13.

а) Решите уравнение $\cos x + \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}} \cdot (\sin x + 1) = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi\right]$.

№ 14.

На ребрах BS и CS правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ со стороной основания $AD=10$ и боковым ребром $SA = 5\sqrt{6}$ взяты точки K и M соответственно так, что $SK : BK = CM : SM = 3 : 2$.

- Докажите, что прямые KM и SC взаимно перпендикулярны.
- Найдите угол между прямой KM и плоскостью основания пирамиды.

№ 15.

Решите неравенство $\log_{\frac{1}{7}} \log_3 \frac{|-x+1| + |x+1|}{2x+1} \geq 0$.

№ 16.

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 18 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет был взят кредит, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 27 млн рублей?

№ 17.

К окружности, вписанной в квадрат $ABCD$, проведена касательная, пересекающая стороны AB и AD в точках M и N соответственно.

- Докажите, что периметр треугольника AMN равен стороне квадрата.
- Прямая MN пересекает прямую CD в точке P . В каком отношении делит сторону BC прямая, проходящая через точку P и центр окружности, если $AM : MB = 1 : 3$?

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система $\begin{cases} (y-2x)(2y-x) \leq 0, \\ \sqrt{(x+a)^2 + (y-a)^2} = \frac{|a+1|}{\sqrt{5}} \end{cases}$ имеет ровно два решения.

№ 19.

За победу в шахматной партии начисляют 1 очко, за ничью— 0,5 очка, за проигрыш— 0 очков. В турнире принимают участие m мальчиков и d девочек, причём каждый играет с каждым дважды.

- Каково наибольшее количество очков, которое в сумме могли набрать девочки, если $m = 2$, $d = 2$?
- Какова сумма набранных всеми участниками очков, если $m + d = 10$?
- Каковы все возможные значения d , если известно, что в сумме мальчики набрали ровно в 3 раза больше очков, чем девочки?