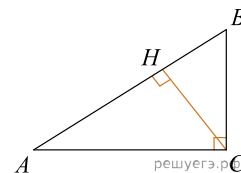


Вариант 122

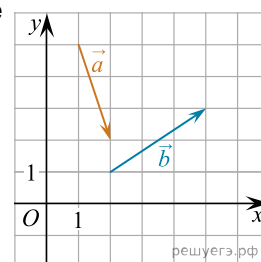
№ 1.

В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, угол A равен 30° , $AB = 2$. Найдите AH .



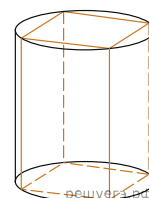
№ 2.

На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



№ 3.

В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 2. Боковые ребра равны $\frac{2}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



№ 4.

За круглый стол на 5 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки будут сидеть рядом.

№ 5.

Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

№ 6.

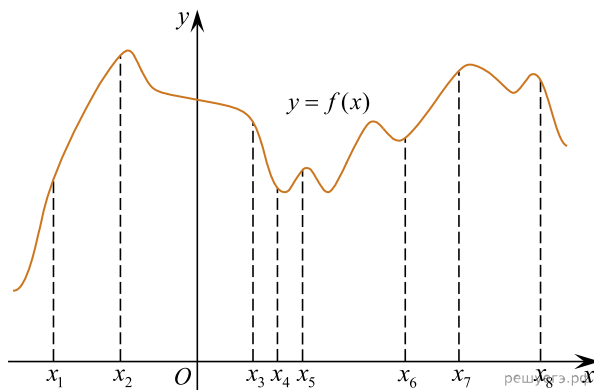
Найдите корень уравнения $(x-1)^3 = -8$.

№ 7.

Найдите значение выражения $(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12)$.

№ 8.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



№ 9.

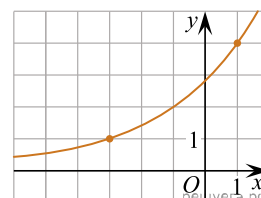
Двигаясь со скоростью $v = 3$ м/с, трактор тащит сани с силой $F = 50$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Мощность, развиваемая трактором, вычисляется по формуле $N = Fv \cos \alpha$. Найдите, при каком угле α (в градусах) эта мощность будет равна 75 кВт (кВт — это $\frac{\text{кН} \cdot \text{м}}{\text{с}}$).

№ 10.

Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = a^{x+b}$. Найдите $f(-7)$.



№ 12.

Найдите точку максимума функции $y = 0,5x^2 - 7x + 12 \ln x + 8$.

№ 13.

- а) Решите уравнение $4^{\operatorname{ctg} x \cdot \cos 3x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-\cos 4x - \sin 3x}$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}\right]$.
-

№ 14.

Точка M — середина бокового ребра SC правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$, точка N лежит на стороне основания BC . Плоскость α проходит через точки M и N параллельно боковому ребру SA .

- а) Плоскость α пересекает ребро DS в точке L . Докажите, что $BN : NC = DL : LS$.
- б) Пусть $BN : NC = 1 : 2$. Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость α разбивает пирамиду.
-

№ 15.

Решите неравенство: $\log_{0,25(x+1)^2} \left(\frac{x+7}{4}\right) \leq 1$.

№ 16.

4 декабря 2020 года Ваня взял кредит на сумму 3 млн рублей. Условия возврата кредита таковы:

- 3-го числа каждого месяца долг возрастает на 10%;
 - с 4-го по 25-е число каждого месяца, начиная с января 2021 года, необходимо погасить часть долга одним платежом;
 - в период с 04.01.2021 по 25.01.2021 необходимо заплатить x тыс. руб.;
 - с февраля по ноябрь 2021 года 26-го числа каждого месяца долг (вместе с начисленными процентами) должен быть меньше долга на 26-е число предыдущего месяца на одну и ту же величину;
 - в период с 04.12.2021 по 25.12.2021 необходимо заплатить x тыс. руб.;
 - к 26.12.2021 кредит должен быть полностью погашен.
- Общая сумма выплат составит 5,06 млн руб. Найдите x .
-

№ 17.

Окружность проходит через вершины A , B и D параллелограмма $ABCD$, пересекает сторону BC в точках B и E и пересекает продолжение стороны CD за точку D в точке K .

- а) Докажите, что $AE = AK$.
- б) Найдите отношение $KE : BD$, если $\angle BAD = 60^\circ$.
-

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (x-1)\sqrt{x-a} = x$$

имеет ровно один корень на $[0; 1]$.

№ 19.

Красный карандаш стоит 18 рублей, синий— 14 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 499 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на шесть.

- а) Можно ли купить 30 карандашей?
- б) Можно ли купить 33 карандаша?
- в) Какое наибольшее число карандашей можно купить?