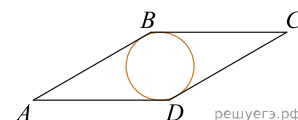


Вариант 124

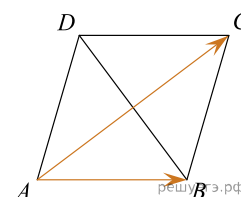
№ 1.

Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



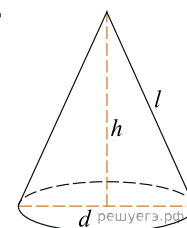
№ 2.

Диагонали ромба $ABCD$ равны 12 и 16. Найдите длину вектора $\vec{AB} - \vec{AC}$.



№ 3.

Найдите объем V конуса, образующая которого равна 2 и наклонена к плоскости основания под углом 30° . В ответе укажите $\frac{V}{\pi}$.



№ 4.

В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

№ 5.

В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня Зиюля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что биюля в Волшебной стране будет отличная погода.

№ 6.

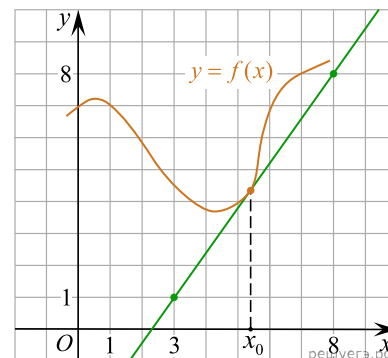
Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}}(7-x) = -2$.

№ 7.

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt[16]{\sqrt[9]{m}}}$ при $m > 0$.

№ 8.

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



№ 9.

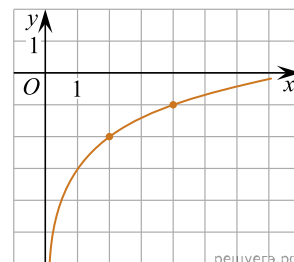
Очень легкий заряженный металлический шарик зарядом $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет $v = 5$ м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции B которого лежит в той же плоскости и составляет угол α с направлением движения шарика. Значение индукции поля $B = 4 \cdot 10^{-3}$ Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная $F_{\text{л}} = qvB \sin \alpha$ (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$ шарик оторвется от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила $F_{\text{л}}$ была не менее чем $2 \cdot 10^{-8}$ Н? Ответ дайте в градусах.

№ 10.

Из двух городов, расстояние между которыми равно 560 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 65 км/ч и 75 км/ч?

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 1$.



№ 12.

Найдите точку максимума функции $y = 8 \ln(x+7) - 8x + 3$.

№ 13.

- Решите уравнение $\cos 4x + \frac{\cos x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$.
- Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[0; \pi]$.

№ 14.

Основанием пирамиды $SABCD$ является прямоугольник $ABCD$, в котором $BC = 2AB$. Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Отрезок SO является высотой пирамиды $SABCD$. Из вершин A и C опущены перпендикуляры AP и CQ на ребро SB .

- Докажите, что $BP : PQ = 1 : 3$.
- Найдите двугранный угол пирамиды при ребре SB , если $SB = BC$.

№ 15.

Решите неравенство $3^x + \frac{2 \cdot 3^{x+1}}{3^x - 3} + \frac{9^x + 26 \cdot 3^x + 21}{9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27} \leq 1$.

№ 16.

Необходимо произвести отделку здания, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда объемом 432м^3 . Отделка стены здания, примыкающей к внутреннему строению, обходится в 1000руб. за квадратный метр. Отделка трех фасадных стен обходится в 2000руб. за квадратный метр. А заливка крыши, форма которой является квадратом, обходится в 7000руб. за квадратный метр. Найдите размеры здания, отделочные работы которого при данных условиях являются наименьшими по стоимости.

№ 17.

В треугольнике ABC точки M и N лежат на сторонах AB и BC соответственно так, что $AM : MB = CN : NB = 2 : 3$. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается отрезка MN в точке K .

- Докажите, что $AB + BC = 4AC$.
- Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC , если $MK = \frac{9}{5}$ и $KN = 3$.

№ 18.

Найдите все возможные значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |2x + 3y| + |2x - 3y| = 7, \\ x^2 + y^2 = a^2 - 4 - 4y \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

№ 19.

Леша задумал двузначное число (от 10 до 99). Гриша пытается его отгадать, называя двузначные числа. Если Гриша правильно называет число, или же одну цифру называет правильно, а в другой ошибается не более чем на единицу, то Леша отвечает «тепло»; в остальных случаях Леша отвечает «холодно». (Например, если задумано число 65, то, назвав 65, 64, 66, 55 или 75, Гриша услышит в ответ «тепло», а в остальных случаях услышит «холодно».)

- Покажите, что нет способа, при котором Гриша гарантированно узнает число, истратив 18 попыток.
- Придумайте способ, при котором Гриша гарантированно узнает число, истратив 24 попытки (какое бы число ни задумал Леша).
- А за 22 попытки получится?