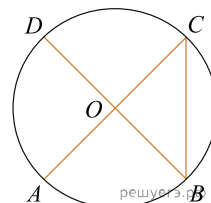


Вариант 133

№ 1.

В окружности с центром O отрезки AC и BD — диаметры. Вписанный угол ACB равен 38° . Найдите центральный угол AOD . Ответ дайте в градусах.

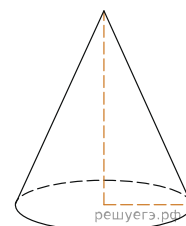


№ 2.

Найдите длину вектора $\vec{a}(6; 8)$.

№ 3.

Радиус основания конуса равен 3, высота равна 4. Найдите площадь полной поверхности конуса, деленную на π .



№ 4.

Из множества натуральных чисел от 10 до 19 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?

№ 5.

Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже $36,8^\circ\text{C}$, равна 0,81. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется $36,8^\circ\text{C}$ или выше.

№ 6.

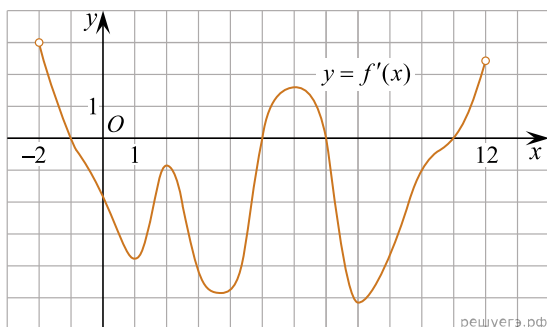
Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4$.

№ 7.

Найдите значение выражения $36^{\log_6 5}$.

№ 8.

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2;12)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

**№ 9.**

Катер должен пересечь реку шириной $L = 100$ м и со скоростью течения $u = 0,5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$, где α — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

№ 10.

Два велосипедиста одновременно отправились в 240-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 1 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

№ 11.

На рисунке изображен график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(4)$.

□

№ 12.

Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{x^3}{3} - 9x - 7$ на отрезке $[-3; 3]$.

№ 13.

а) Решите уравнение $\log_2(\cos x - 0,5) + \log_2(\cos x + 0,5) = -1$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

№ 14.

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ все ребра равны. Точки M и N — середины ребер SA и SC соответственно.

- В каком отношении плоскость BMN делит высоту SH пирамиды?
 - Найдите угол между плоскостью BMN и основанием пирамиды, если ребра пирамиды равны 12.
-

№ 15.

Решите неравенство $\frac{28}{(2^{7-x^2}-4)^2} + \frac{1}{2^{7-x^2}-4} - 2 \geq 0$.

№ 16.

В июле 2018 года планируется взять кредит в банке. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей необходимо взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами, и банку будет выплачено 311 040 рублей?

№ 17.

В треугольнике ABC $BC=8$, $AC=7$ проведена биссектриса BE , которая пересекает сторону AC в точке E , причем известно, что центр O вписанной в треугольник ABC окружности делит BE в отношении $BO:OE = 2:1$.

- Докажите, что сторона AB делится точкой касания вписанной окружности в отношении $5:7$, считая от точки A .
 - Найдите площадь треугольника ABC .
-

№ 18.

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (ay - ax + 2)(y - x + 3a) = 0, \\ |xy| = a \end{cases}$$

имеет ровно шесть решений.

№ 19.

Натуральные числа m и n будем называть дружественными, если $\text{НОД}(m, n) > 1$. Составим следующую последовательность натуральных чисел a_n : $a_1 = 1$, a_n ($n > 1$) — количество чисел, дружественных с n и не превосходящих n .

- Чему равно a_{2022} ?
 - Найдите все натуральные числа n , для которых $a_n = 2$.
 - Найдите все натуральные числа n , для которых, для которых дружественными числами являются все делители $d > 1$ и только они.
-

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27869	104
2	27663	10
3	27167	24
4	320179	0,3
5	320197	0,19
6	26653	4
7	26845	25
8	27500	6
9	28010	45
10	26583	16
11	639480	0,0625
12	77446	11

№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Решение. а) Знаменатель дроби должен быть отличен от нуля:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(3\pi - x) \neq 0 \Leftrightarrow \sin x - \cos x \neq 0. \quad (*)$$

При выполнении этого условия числитель может быть равен нулю, лишь если

$$1 + \log_2 \sin x - 2 \log_2^2 \sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 \sin x = 1, \\ \log_2 \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 2, \\ \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}. \quad 1 + \log_2 \sin x - 2 \log_2^2 \sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 \sin x = 1, \\ \log_2 \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 2, \\ \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Условию (*) удовлетворяет только серия $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$

б) Отберем корни при помощи двойного неравенства:

$$\frac{5\pi}{2} \leq \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \leq 5\pi \Leftrightarrow 5 \leq \frac{3}{2} + 4k \leq 10 \Leftrightarrow \frac{7}{8} \leq k \leq \frac{17}{8} \Leftrightarrow_{k \in \mathbb{Z}} \begin{cases} k = 1, \\ k = 2. \end{cases}$$

Найденным значениям параметра соответствуют корни $\frac{11\pi}{4}$ и $\frac{19\pi}{4}$.

Ответ: а) $\left\{ \frac{3\pi}{4} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $\frac{11\pi}{4}, \frac{19\pi}{4}$.

№ 14.

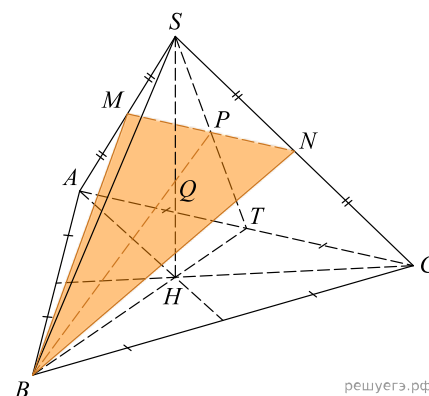
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Обозначим T середину ребра AC , P — точку пересечения прямых MN и ST , Q — точку пересечения прямых BP и SH . Прямые BP и SH лежат в плоскости SBT . Так как отрезок MN — средняя линия треугольника SAC , то точка P — середина отрезка ST . Прямая BP лежит в плоскости BMN , следовательно, точка Q есть точка пересечения плоскости BMN с высотой SH . Запишем теорему Менелая для треугольника SOT и прямой BP , получим:

$$\frac{SQ}{QH} \cdot \frac{OB}{BT} \cdot \frac{TP}{PS} = 1,$$

откуда

$$\frac{SQ}{QH} = \frac{BT}{OB} \cdot \frac{PS}{TP} = \frac{3}{2}.$$



решуегэ.рф

б) Заметим, что плоскости BAC и BMN содержат по одной из пары параллельных прямых AC и MN , следовательно, линия пересечения указанных плоскостей параллельна этим прямым. Прямая BT является проекцией прямой BP на плоскость ABC . При этом прямая BT перпендикулярна прямой AC , следовательно, по теореме о трех перпендикулярах, прямая BP перпендикулярна прямой AC . Таким образом, каждая из прямых BP и BT перпендикулярна линии пересечения плоскостей BAC и BMN , а потому PBT — линейный угол угла между этими плоскостями. Находим:

$$BT = \frac{\sqrt{3}}{2} AC = 6\sqrt{3},$$

$$BH = \frac{2}{3} BT = 4\sqrt{3},$$

$$SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = 4\sqrt{6}.$$

Тогда:

$$\frac{QH}{SH} = \frac{QH}{SQ + QH} = \frac{2}{5},$$

где $QH = \frac{2}{5} SH = \frac{8\sqrt{6}}{5}$. Таким образом,

$$\operatorname{tg} \angle PBT = \frac{QH}{BH} = \frac{2\sqrt{2}}{5},$$

то есть $\angle PBT = \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{2}}{5}$.

Ответ: б) $\angle PBT = \arctg \frac{2\sqrt{2}}{5}$.

№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Пусть $t = 2^{7-x^2} - 4$. Неравенство принимает вид:

$$\frac{28}{t^2} + \frac{1}{t} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2t^2 - t - 28}{t^2} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(t-4)(2t+7)}{t^2} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{2} \leq t < 0, \\ 0 < t \leq 4. \end{cases} \frac{28}{t^2} + \frac{1}{t} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2t^2 - t - 28}{t^2} \leq 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow \frac{(t-4)(2t+7)}{t^2} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{2} \leq t < 0, \\ 0 < t \leq 4. \end{cases}$$

При $-\frac{7}{2} \leq t < 0$ имеем:

$$\begin{aligned} -\frac{7}{2} \leq 2^{7-x^2} - 4 < 0 &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq 2^{7-x^2} < 4 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -1 \leq 7 - x^2 < 2 &\Leftrightarrow 5 < x^2 \leq 8 \Leftrightarrow \begin{cases} -2\sqrt{2} \leq x < -\sqrt{5}, \\ \sqrt{5} < x \leq 2\sqrt{2}. \end{cases} -\frac{7}{2} \leq 2^{7-x^2} - 4 < 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq 2^{7-x^2} < 4 &\Leftrightarrow -1 \leq 7 - x^2 < 2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 5 < x^2 \leq 8 &\Leftrightarrow \begin{cases} -2\sqrt{2} \leq x < -\sqrt{5}, \\ \sqrt{5} < x \leq 2\sqrt{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

При $0 < t \leq 4$ имеем:

$$\begin{aligned} 0 < 2^{7-x^2} - 4 \leq 4 &\Leftrightarrow 4 < 2^{7-x^2} \leq 8 \Leftrightarrow 2 < 7 - x^2 \leq 3 \Leftrightarrow 4 \leq x^2 < 5 \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} < x \leq -2, \\ 2 \leq x < \sqrt{5}. \end{cases} 0 < 2^{7-x^2} - 4 \leq 4 \Leftrightarrow 4 < 2^{7-x^2} \leq 8 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2 < 7 - x^2 \leq 3 &\Leftrightarrow 4 \leq x^2 < 5 \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} < x \leq -2, \\ 2 \leq x < \sqrt{5}. \end{cases} 0 < 2^{7-x^2} - 4 \leq 4 \Leftrightarrow 4 < 2^{7-x^2} \leq 8 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2 < 7 - x^2 \leq 3 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 4 \leq x^2 < 5 &\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} < x \leq -2, \\ 2 \leq x < \sqrt{5}. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $[-2\sqrt{2}; -\sqrt{5}) \cup (-\sqrt{5}; -2] \cup [2; \sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}; 2\sqrt{2}]$.

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

Решение. Пусть x руб. — ежегодный платеж, выплачиваемый банку. Четырьмя равными платежами было выплачено 311 040 руб., поэтому $x = 311\,040 : 4 = 77\,760$ руб. Проследим за изменением величины долга.

Июль 2018 года: S .

Январь 2019 года: $1,2S$,

Февраль - июнь 2019 года: выплата x

Июль 2019 года: $(1,2S - x)$.

Январь 2020 года: $1,2(1,2S - x)$.

Февраль - июнь 2020 года: выплата x

Июль 2020 года: $1,2(1,2S - x) - x$.

Январь 2021 года: $1,2(1,2(1,2S - x) - x)$.

Февраль - июнь 2021 года: выплата x

Июль 2021 года: $1,2(1,2(1,2(1,2S - x) - x) - x) - x$.

Январь 2022 года: $1,2(1,2(1,2(1,2(1,2S - x) - x) - x) - x) - x$.

Февраль - июнь 2022 года: выплата x

Июль 2022 года: $1,2(1,2(1,2(1,2(1,2(1,2S - x) - x) - x) - x) - x) - x$.

Последняя величина равна нулю, тогда

$$S = \frac{1,2^3 + 1,2^2 + 1,2 + 1}{1,2^4} x = \frac{5,368}{2,0736} \cdot 77\,760 = 201\,300 \text{ руб.}$$

Ответ: 201 300 руб.

№ 17.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Пусть точка N — точка касания окружности со стороной AB . По свойству биссектрисы в треугольнике EBC получаем:

$$\frac{BC}{CE} = \frac{BO}{OE} \Leftrightarrow \frac{8}{CE} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow CE = 4,$$

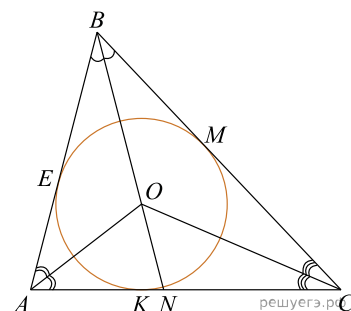
а потому $AE = 3$. Аналогично из треугольника ABE находим:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{OE}{OB} \Leftrightarrow \frac{3}{AB} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow AB = 6.$$

Пусть точки K и M суть точки касания окружности со сторонами AC и BC соответственно. Пусть также $AN = AK = x$, тогда

$$BN = 6 - x,$$

$$KC = 7 - x,$$



$$BC = BM + MC = BN + KC = 6 - x + 7 - x = 13 - 2x.$$

Получаем уравнение:

$$13 - 2x = 8 \Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2},$$

то есть $AN = \frac{5}{2}$, $BN = \frac{7}{2}$, откуда $AN : BN = 5 : 7$.

б) Найдем полупериметр треугольника ABC :

$$p = \frac{1}{2} \cdot (6 + 7 + 8) = \frac{21}{2}.$$

Применим формулу Герона, получим:

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = \sqrt{\frac{21}{2} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{2}} = \sqrt{\frac{3^2 \cdot 7^2 \cdot 15}{4^2}} = \frac{21\sqrt{15}}{4}. \quad S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = \\ &= \sqrt{\frac{21}{2} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{2}} = \sqrt{\frac{3^2 \cdot 7^2 \cdot 15}{4^2}} = \frac{21\sqrt{15}}{4}. \end{aligned}$$

Ответ: б) $\frac{21\sqrt{15}}{4}$.

№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений параметра, отличающееся от искомого только включением точек $a = 1$, и / или $a = \frac{4}{9}$	3
В решении верно найдены все граничные точки множества значений a $\left(a = 1, a = \frac{4}{9}, a = \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$, но неверно определены промежутки значений a или Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом выполнены все шаги решения	2
Верно рассмотрен хотя бы один из случаев решения и получены два промежутка $\left(-\infty; \frac{4}{9}\right)$ и $(1; +\infty)$, возможно, с включением граничных точек или задача верно сведена к исследованию взаимного расположения гипербол и прямых (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Решение. При $a < 0$ второе уравнение системы, а значит, и вся система не имеют решений.

Если $a = 0$, то получаем систему $\begin{cases} y - x = 0, \\ xy = 0 \end{cases}$, которая имеет единственное решение $(0; 0)$.

Рассмотрим случай $a > 0$. Имеем

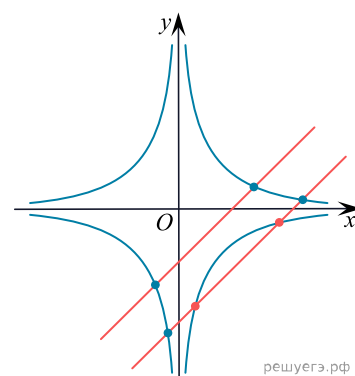
$$\begin{cases} (a(y-x)+2)(y-x+3a)=0, \\ |xy|=a. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} (a(y-x)+2)=0, \\ y-x+3a=0, \\ xy=a, \\ xy=-a. \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} y=x-\frac{2}{a}, \\ y=x-3a, \\ y=\frac{a}{x}, \\ y=-\frac{a}{x}. \end{cases} \end{cases} \begin{cases} (a(y-x)+2)(y-x+3a)=0, \\ |xy|=a. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a(y-x)+2=0, \\ y-x+3a=0, \\ xy=a, \\ xy=-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x-\frac{2}{a}, \\ y=x-3a, \\ y=\frac{a}{x}, \\ y=-\frac{a}{x} \end{cases}$$

Графиком первого уравнения системы являются две параллельные прямые (на рисунке изображены красным цветом), совпадающие при $\frac{2}{a} = 3a \Leftrightarrow a = \sqrt{\frac{2}{3}}$. Заметим, что при любых положительных значениях a эти две прямые лежат ниже прямой $y = x$. Графиком второго уравнения системы являются две гиперболы $y = \frac{a}{x}$ или $y = -\frac{a}{x}$ (на рисунке изображены синим цветом). Если две прямые совпадают, то у системы не может быть больше четырёх решений. Поэтому $\frac{2}{a} \neq 3a \Leftrightarrow a \neq \sqrt{\frac{2}{3}}$.

При этом условии гипербола $y = \frac{a}{x}$ пересекает каждую из прямых в двух различных точках. Это дает четыре различных решения данной системы (на рисунке — синие точки).

Еще два решения должны получаться при пересечении прямых гиперболой $y = -\frac{a}{x}$ в двух различных точках в четвертой координатной четверти. Для этого нужно, чтобы гипербола дважды пересекала одну из прямых (на рисунке — красные точки), и не имела общих точек с другой прямой. (Ситуация, при которой каждая из прямых имеет одну общую точку с гиперболой и эти точки различны, невозможна.) Для этого нужно, чтобы из двух квадратных уравнений



$$x^2 - \frac{2}{a}x + a = 0 \text{ и } x^2 - 3ax + a = 0$$

одно имело ровно два различных корня, а другое не имело корней. Дискриминанты этих уравнений должны быть противоположных знаков. Получаем:

$$\left(\frac{4}{a^2} - 4a\right)(9a^2 - 4a) < 0 \Leftrightarrow \frac{4(a^3 - 1)a(9a - 4)}{a^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < \frac{4}{9}, \\ a > 1. \end{cases}$$

Учитывая, что $\frac{4}{9} < \sqrt{\frac{2}{3}} < 1$, приходим к ответу.

Ответ: $\left(0; \frac{4}{9}\right) \cup (1; +\infty)$.

№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты.	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	2
Верно получен один из следующий результатов: — обоснованное решение в п. а; — пример в п. б; — искомая оценка в п. в; — пример в п. в, обеспечивающий точность предыдущей оценки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Решение. а) Заметим, что $2022 = 2 \cdot 3 \cdot 337$, поэтому дружественными с 2022 будут числа, кратные 2, 3, 337. Среди

любых шести подряд натуральных чисел ровно три четных и одно нечетное, кратное трем, значит, количество таких чисел равно $\frac{3+1}{6} \cdot 2022 + 2 = 1350$ (последнее слагаемое учитывает числа 337 и $337 \cdot 5$).

б) Если n простое, то очевидно $a_n = 1$. Если n кратно какому-либо простому $p \geq 3$, то есть $n = pk$, $k > 1$, то числа k , $2k$, $3k$ не превосходят n и дружественны с ним, поэтому $a_n \geq 3$. Если же $n = 2^k$, то оно дружелюбно со всем четными числами, не превосходящими его, и только с ними, поэтому $a_n = \frac{1}{2} \cdot n = 2^{k-1}$, тогда уравнение $a_n = 2$ дает $2^{k-1} = 2$, $k = 2$, $n = 4$.

в) Поскольку n дружелюбно с n , n является делителем d . С другой стороны, среди делителей d есть d , и поскольку оно дружелюбно с n , оно не превосходит n . Значит, $n = d$.

Если n простое, то с ним дружелюбно только само n — это как раз и есть все делители n , большие 1. Если n кратно какому-либо простому p , то есть $n = pk$, $k > 1$, то n дружелюбно с $n - p = p(k - 1)$, откуда n кратно $p(k - 1)$. Но $pk > p(k - 1) > \frac{1}{2}pk$ при $k > 2$, а в этих границах нет делителей pk (при делении на числа в этом промежутке получается результат от 1 до 2). Значит, $k = 2$. Итак, при делении n на любой простой множитель получается 2. Значит, n кратно 2, и при делении на 2 тоже получается 2, откуда $n = 2 \cdot 2 = 4$. Это число подходит.

Ответ: а) 1350; б) 4; в) все простые числа и 4.
