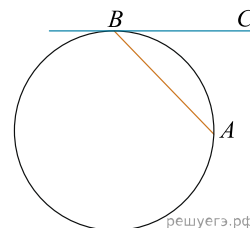


Вариант 136

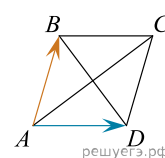
№ 1.

Хорда AB стягивает дугу окружности в 92° . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B . Ответ дайте в градусах.



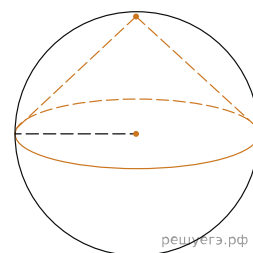
№ 2.

Диагонали изображенного на рисунке ромба $ABCD$ равны 12 и 16. Найдите длину вектора $\vec{AB} - \vec{AD}$.



№ 3.

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 28. Найдите объем конуса.



№ 4.

На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.

№ 5.

В городе 48 % взрослого населения — мужчины. Пенсионеры составляют 12,6 % взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15 %. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

№ 6.

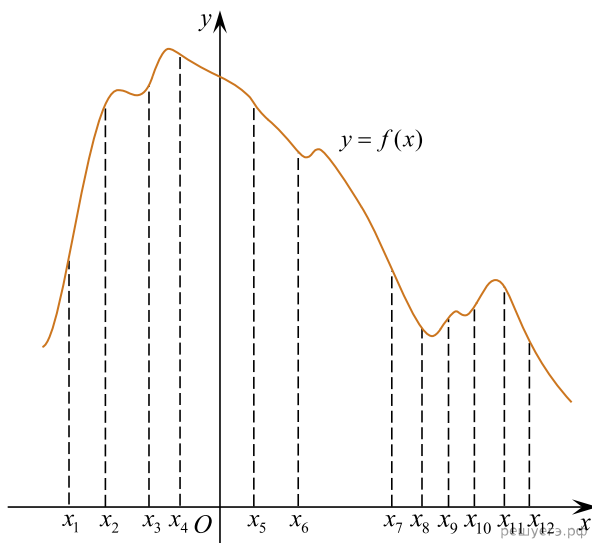
Решите уравнение $6^{x+1} - 6^x = 180$.

№ 7.

Найдите значение выражения $\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^4}$.

№ 8.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и двенадцать точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



№ 9.

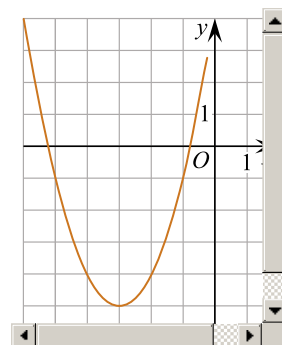
Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 8$ кг и радиуса $R = 10$ см, и двух боковых с массами $M = 1$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в $\text{кг} \cdot \text{см}^2$, дается формулой $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$. При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения $625 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$? Ответ выразите в сантиметрах.

№ 10.

Компания «Альфа» начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10 000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a, b и c — целые. Найдите $f(1)$.



№ 12.

Найдите наименьшее значение функции $y = 4 \tan x - 4x - \pi + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

№ 13.

- а) Решите уравнение $\cos 3x \sin 3x = \cos \frac{\pi}{3} \cos \left(12x + \frac{3\pi}{2} \right)$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4} \right]$.

№ 14.

Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

- а) Докажите, что плоскости $A_1 B D$ и $B_1 C D_1$ параллельны.
- б) Пусть дополнительно известно, что параллелепипед прямоугольный, кроме того $AB=4$, $BC=6$, $CC_1=4$. Найдите тангенс угла между плоскостями CDD_1 и BDA_1 .

№ 15.

Решите неравенство $2^{\log_5 x^2} + |x| \log_5 4 \leq 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\log_{0,2}(x+6)}$.

№ 16.

В июле 2019 года планируется взять кредит в банке в размере S тысяч рублей (S — натуральное число) сроком на 3 года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 17,5% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии с таблицей:

Месяц и год	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022
Долг (в тыс. рублей)	S	$0,9S$	$0,4S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

№ 17.

К двум непересекающимся окружностям равных радиусов проведены две параллельные общие касательные. Окружности касаются одной из этих прямых в точках A и B . Через точку C , лежащую на отрезке AB , проведены касательные к этим окружностям, пересекающие вторую прямую в точках D и E , причём отрезки CA и CD касаются одной окружности, а отрезки CB и CE — другой.

- а) Докажите, что периметр треугольника CDE вдвое больше расстояния между центрами окружностей.
- б) Найдите DE , если радиусы окружностей равны 5, расстояние между их центрами равно 18, а $AC = 8$.

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\log_4(2x-1) \cdot \sqrt{x^2-4x+4a-a^2} = 0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 2]$.

№ 19.

В одном из заданий на конкурсе бухгалтеров требуется выдать премии сотрудникам некоторого отдела на общую сумму 600000 рублей (размер премии каждого сотрудника— целое число, кратное 1000). Бухгалтеру дают распределение премий, и он должен их выдать без сдачи и размена, имея 100 купюр по 1000 рублей и 100 купюр по 5000 рублей.

а) Удастся ли выполнить задание, если в отделе 40 сотрудников и все должны получить поровну?

б) Удастся ли выполнить задание, если ведущему специалисту надо выдать 40000 рублей, а остальные поделить поровну на 70 сотрудников?

в) При каком наибольшем количестве сотрудников в отделе задание удастся выполнить при любом распределении размеров премий?