

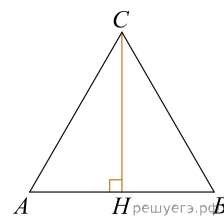
Вариант 143

№ 1.

Найдите центральный угол AOB , если он на 15° больше вписанного угла ACB , опирающегося на ту же дугу.
Ответ дайте в градусах.

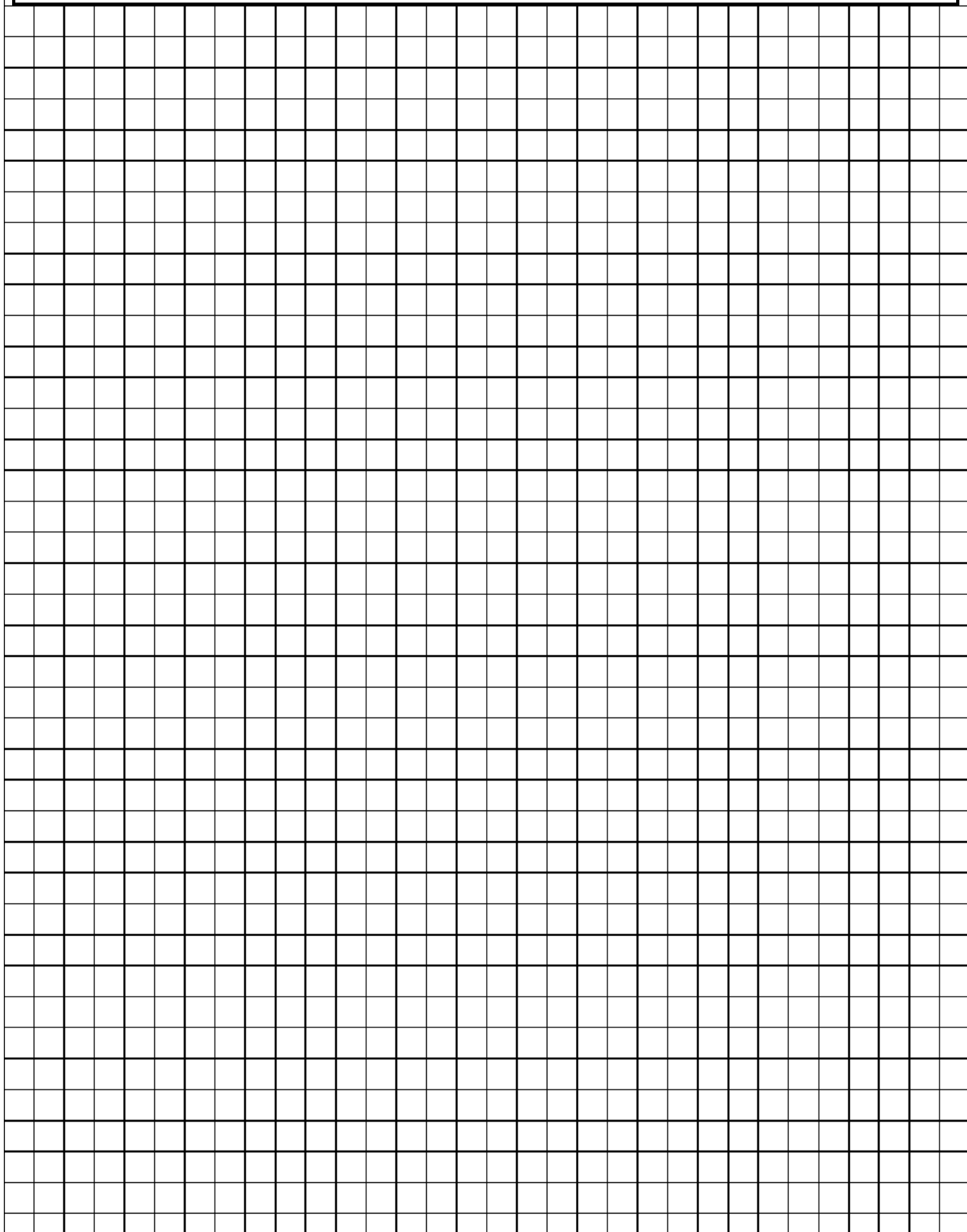
№ 2.

В равностороннем треугольнике ABC высота CH равна $2\sqrt{3}$. Найдите стороны этого треугольника.



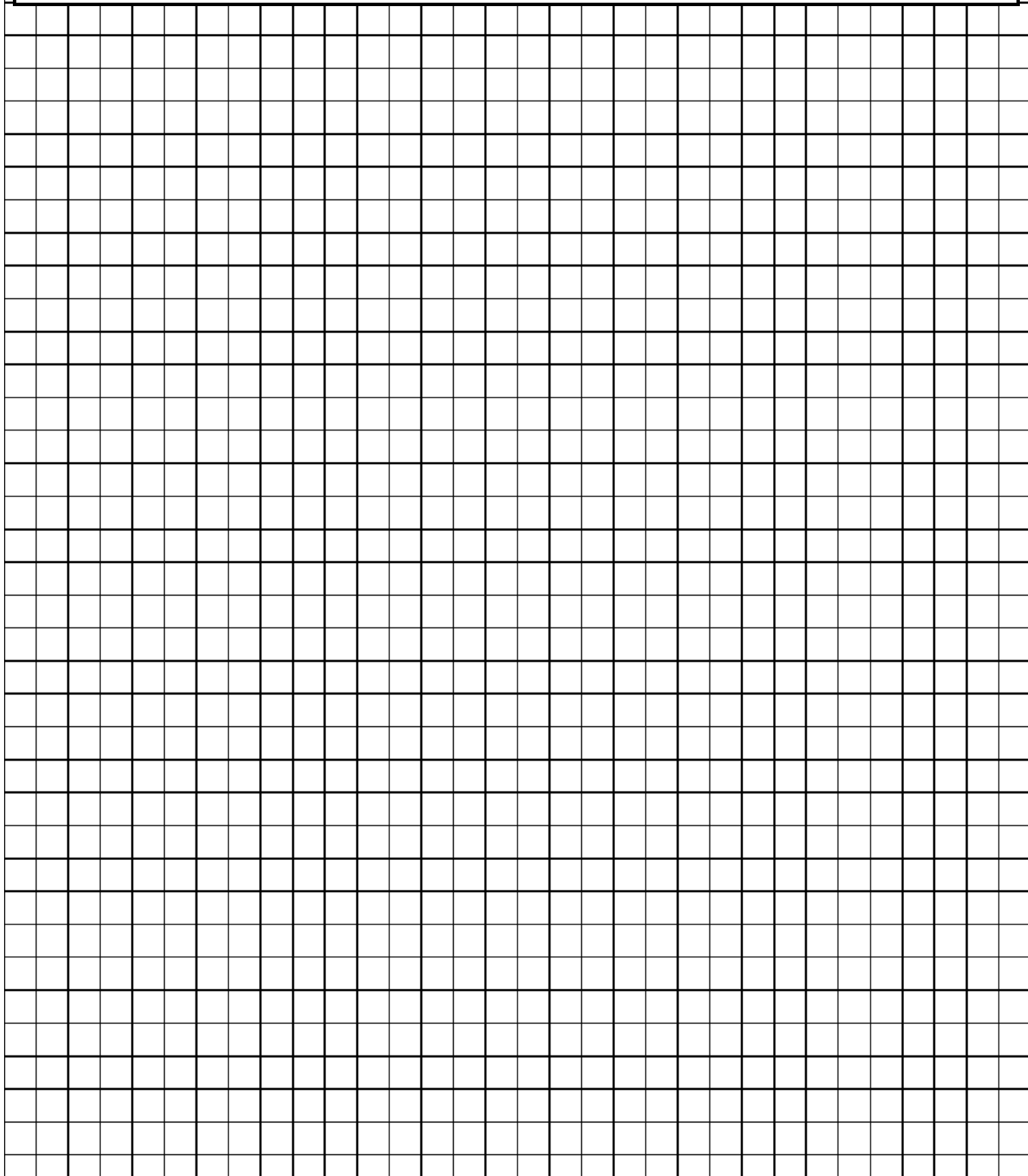
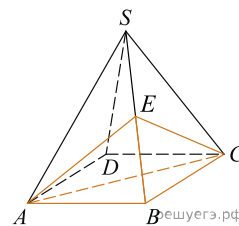
№ 3.

Даны векторы $\vec{a} = (17; 0)$, $\vec{b} = (-1; 1)$. Найдите длину вектора $\vec{a} + 12\vec{b}$.



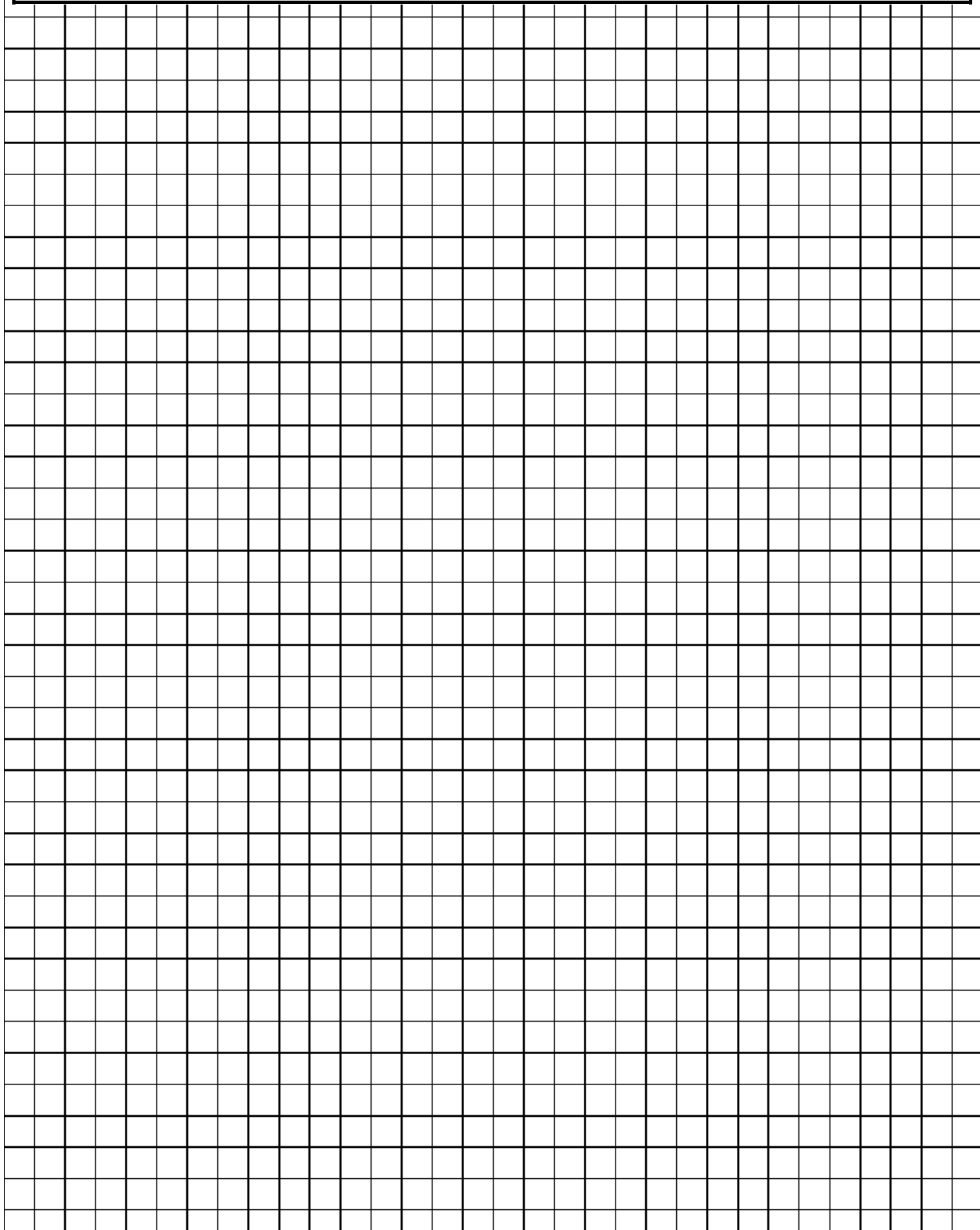
№ 4.

Объем правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ равен 12. Точка E — середина ребра SB . Найдите объем треугольной пирамиды $EABC$.



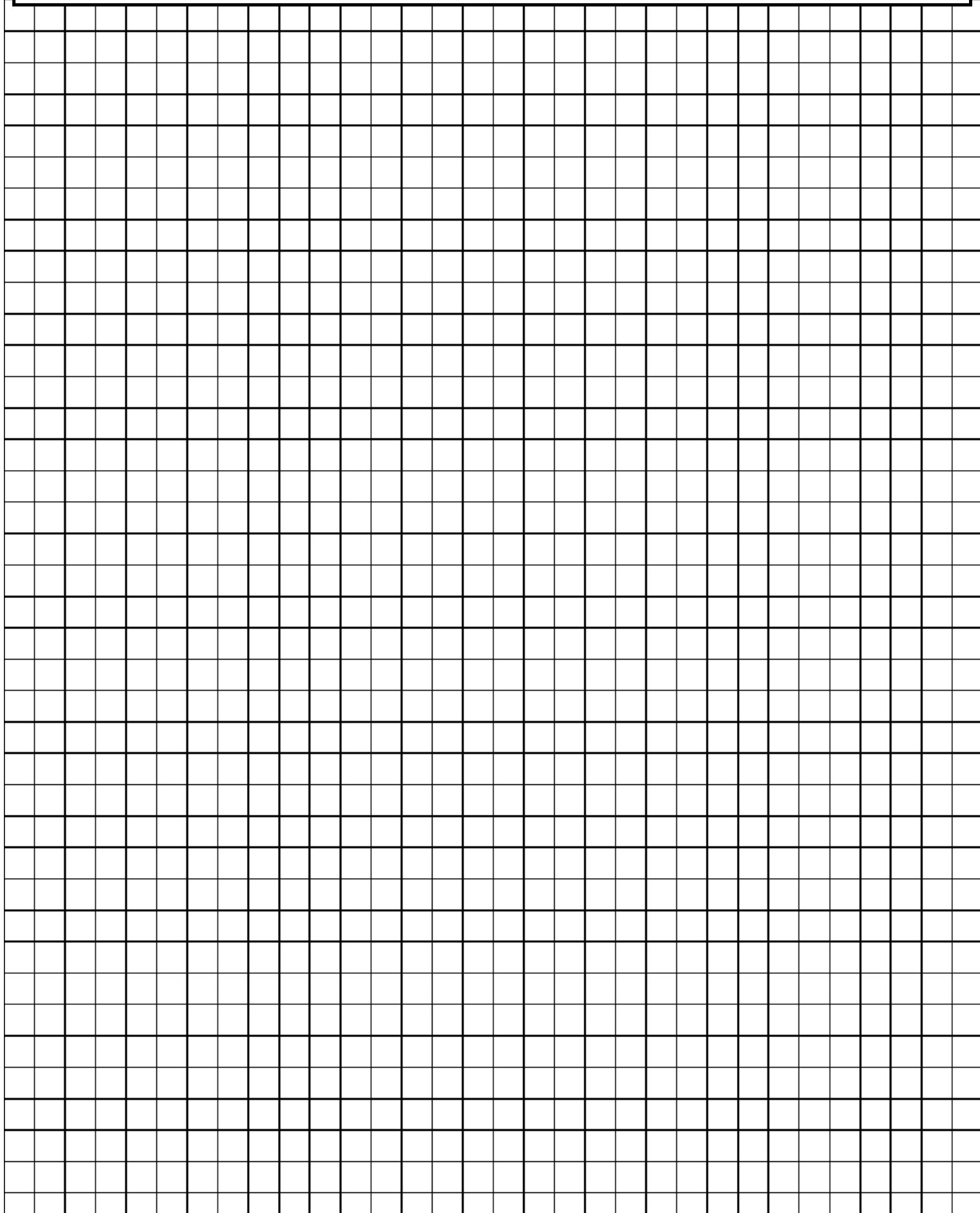
№ 5.

На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем и 4 с вишней. Юля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.



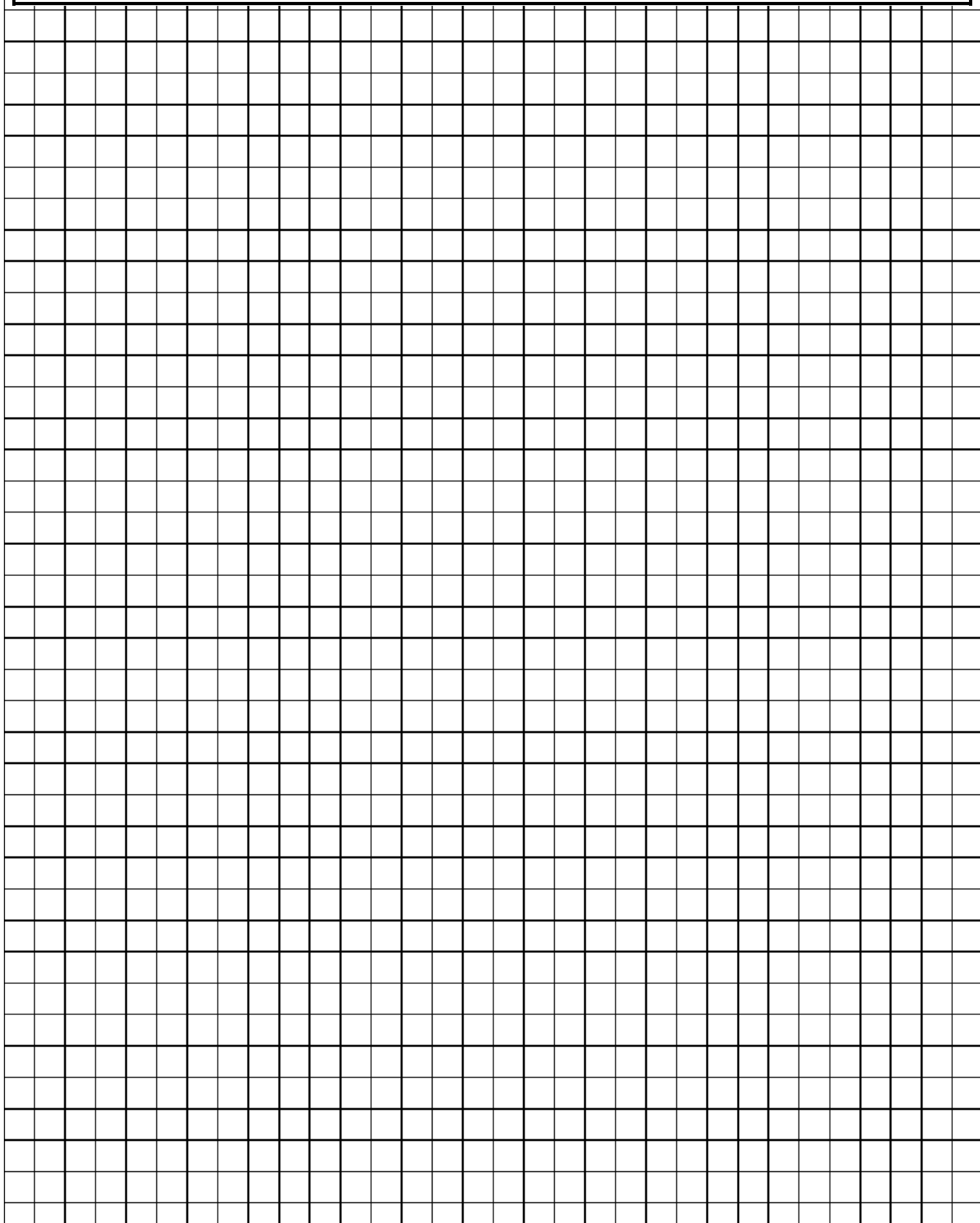
№ 6.

При изготовлении подшипников диаметром 67мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше чем на 0,01мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.



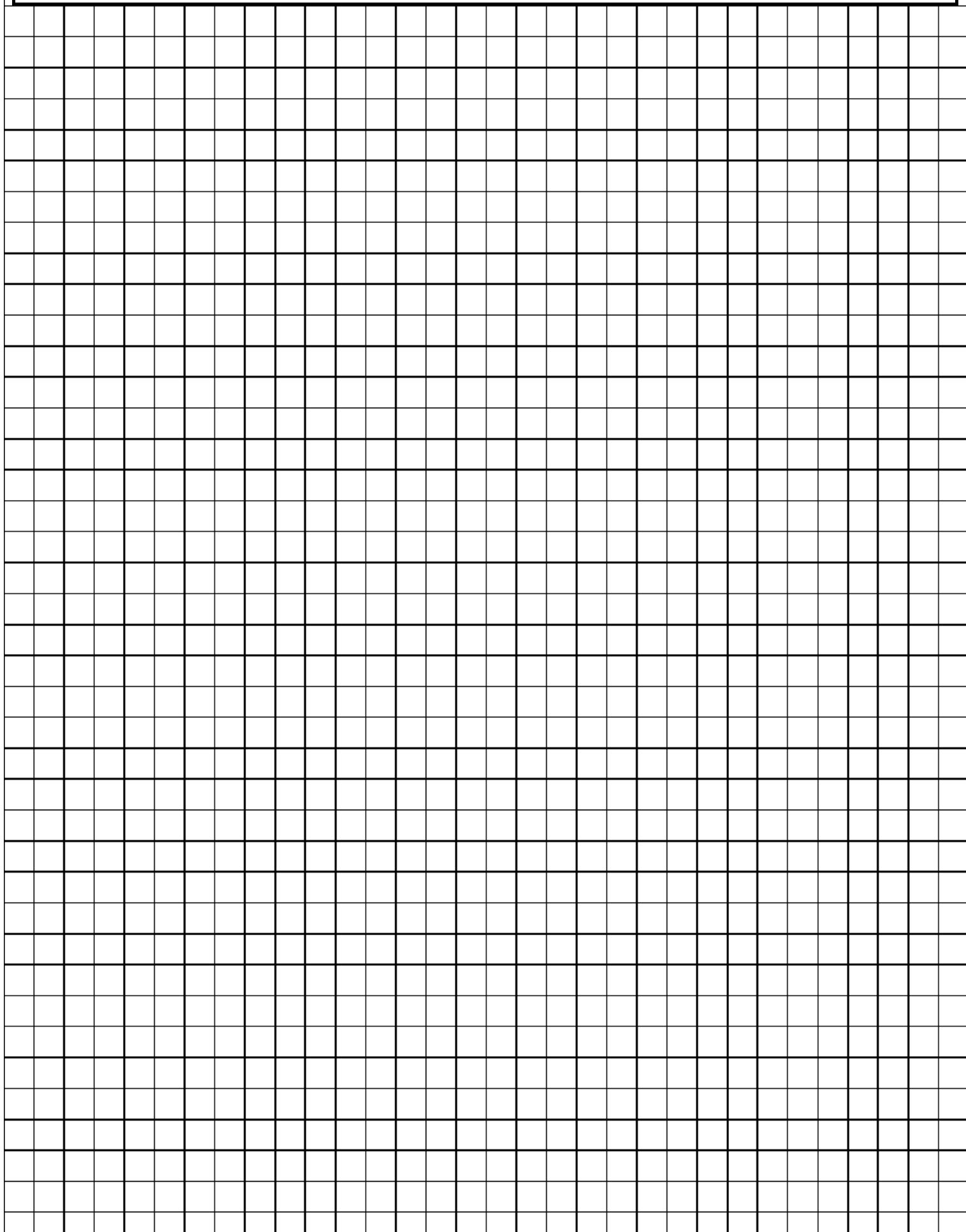
№ 7.

Решите уравнение $\log_2 \frac{x}{6} = \log_{0,5}(x+1)$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответ запишите меньший из корней.



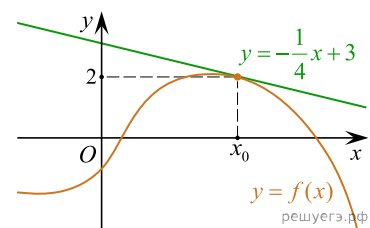
№ 8.

Найдите значение выражения $(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7})$.



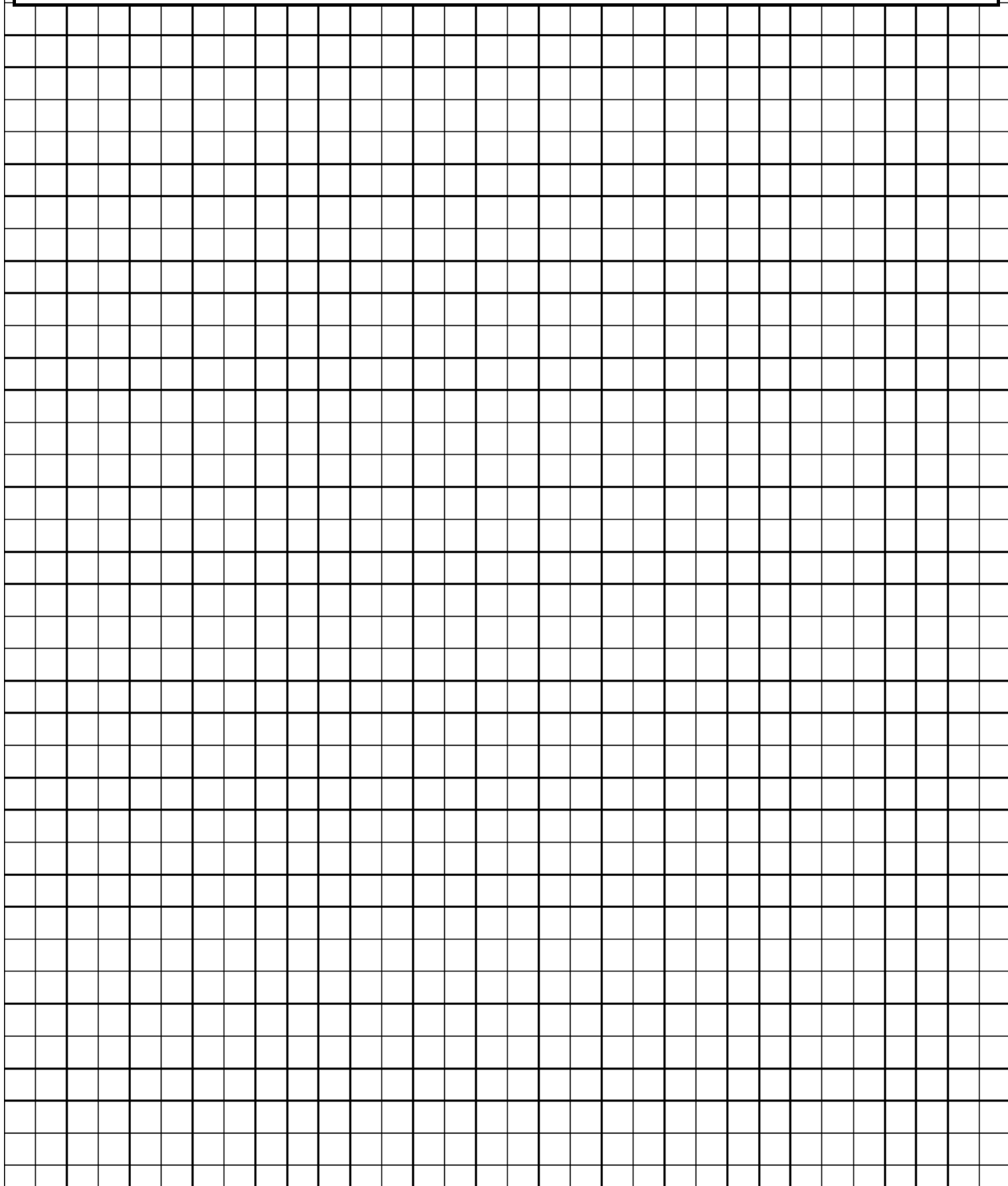
№ 9.

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0 . Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение функции $g(x) = f'(x) - f(x) + 3$ в точке x_0 .



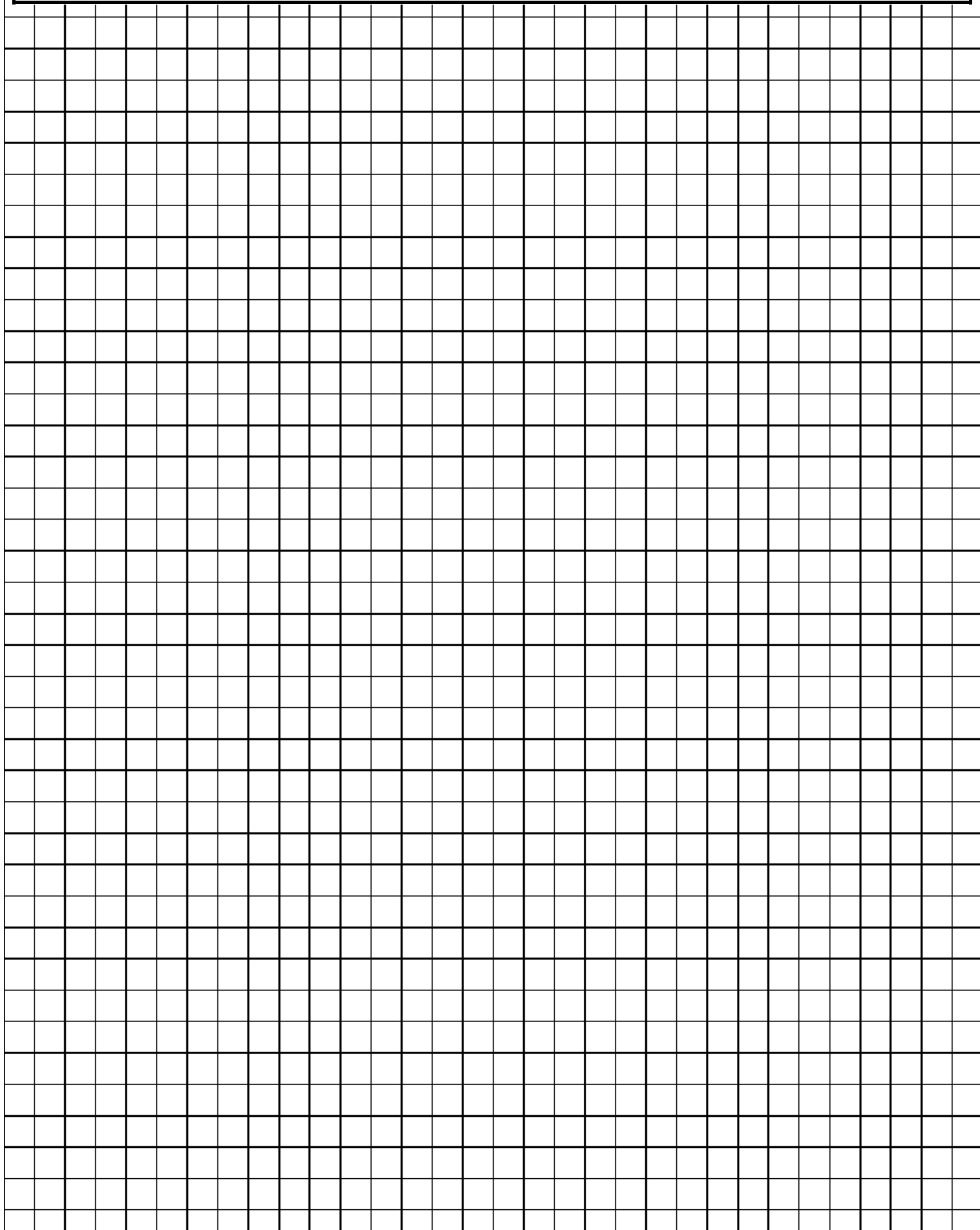
№ 10.

Расстояние (в км) от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров?



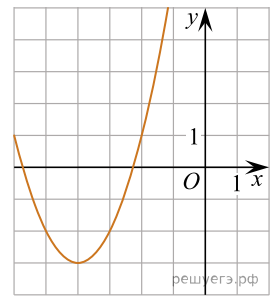
№ 11.

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?



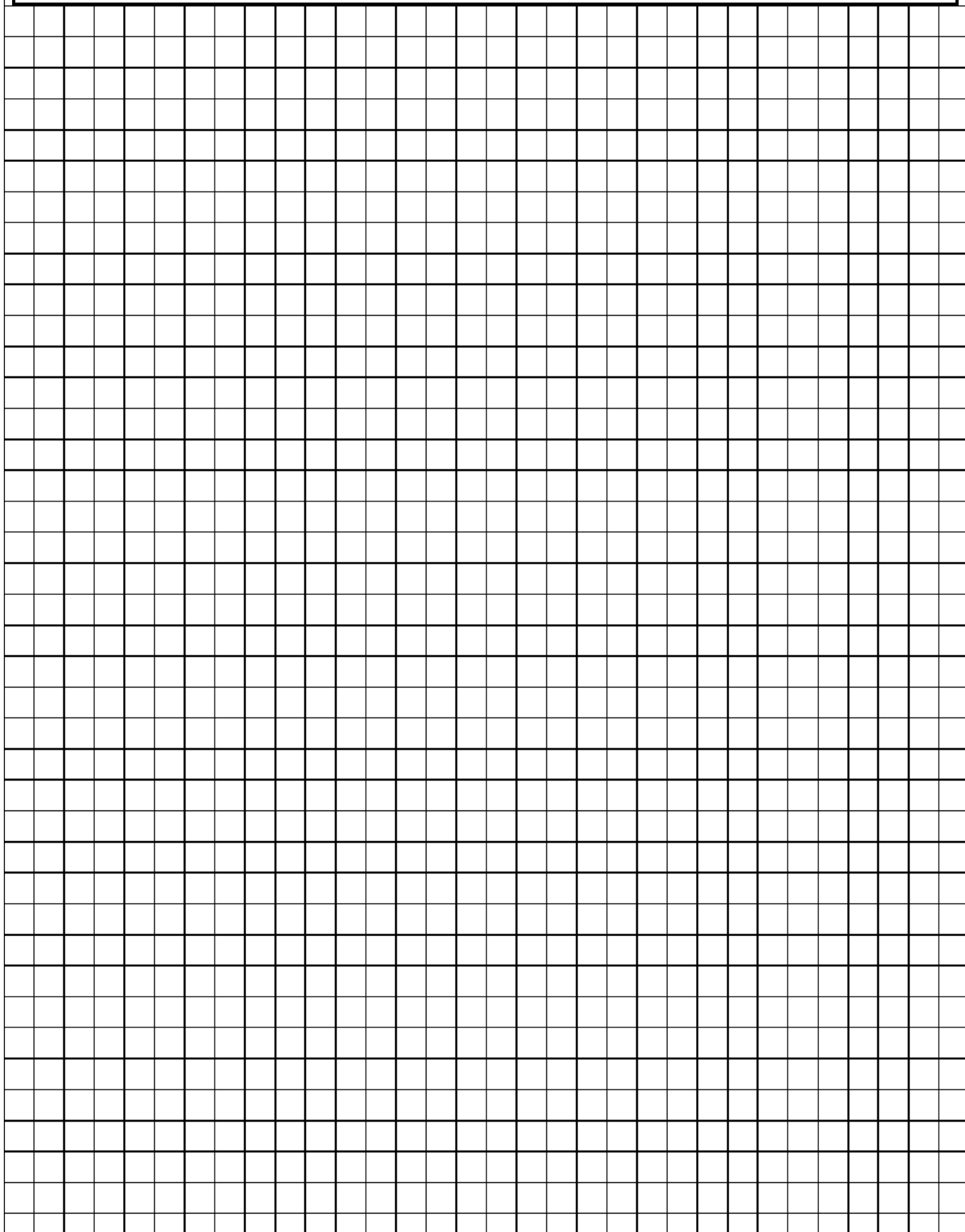
№ 12.

На рисунке изображён график функции вида $y = ax^2 + bx + c$, где a, b и c — целые. Найдите a .



№ 13.

Найдите точку максимума функции $y = (9 - x)e^{x+9}$.



№ 14.

а) Решите уравнение $\log_3(x^3 + 6x^2 - 3x - 19) = \log_3(x + 5)$.

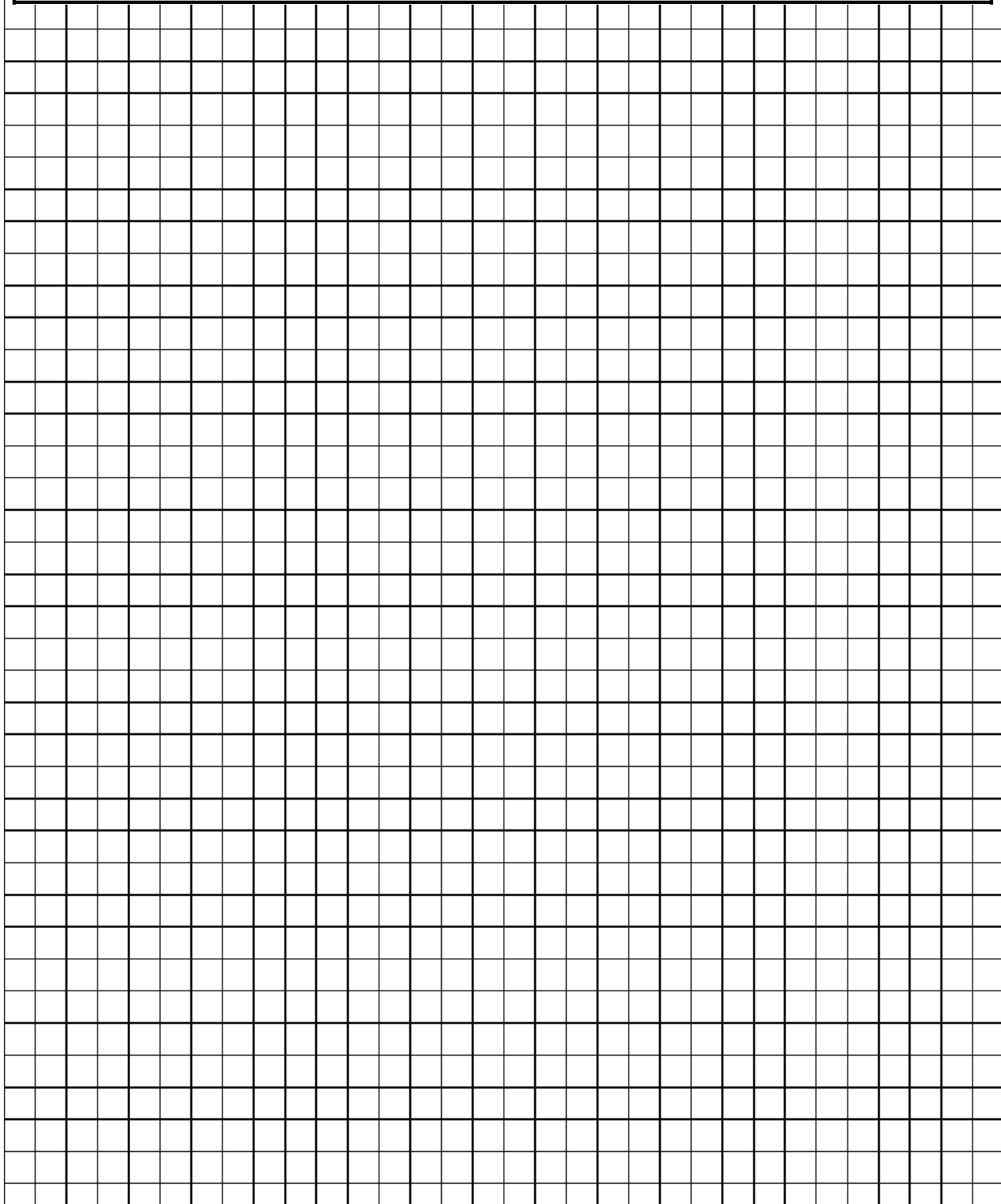
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_{0,5} 100; \log_{0,5} 0,3]$.

№ 15.

В правильном тетраэдре $SNEG$ точки K и L — середины ребер NE и SG соответственно. Плоскость α перпендикулярна прямой KL и пересекает ребро EG в точке P .

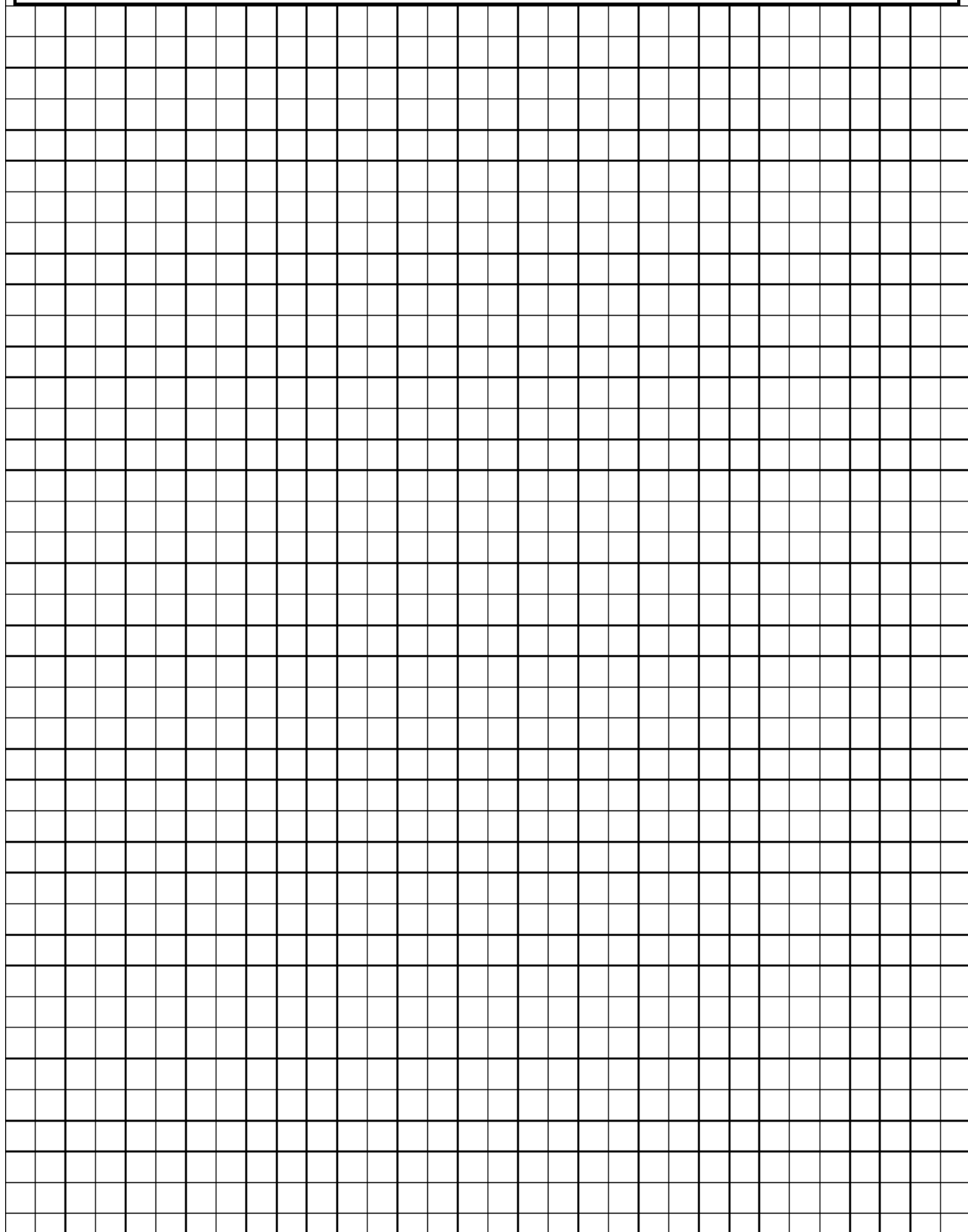
а) Докажите, что прямая KL перпендикулярна ребрам NE и SG .

б) Найдите площадь сечения тетраэдра плоскостью α , если известно, что $EP = 1$, $PG = 5$.



№ 16.

Решите неравенство: $3^{2x+1} + 4 \cdot 3^x + 2 \cdot |3^x - 2| \geq 5$.



№ 17.

В двух областях есть по 90 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,3кг алюминия или 0,1кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.

Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую суммарную массу металлов можно добыть в двух областях за сутки?

№ 18.

Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Диагональ AC лежит на биссектрисе угла BAD и пересекается с диагональю BD в точке K .

а) Докажите, что треугольники ABC и BKC подобны.

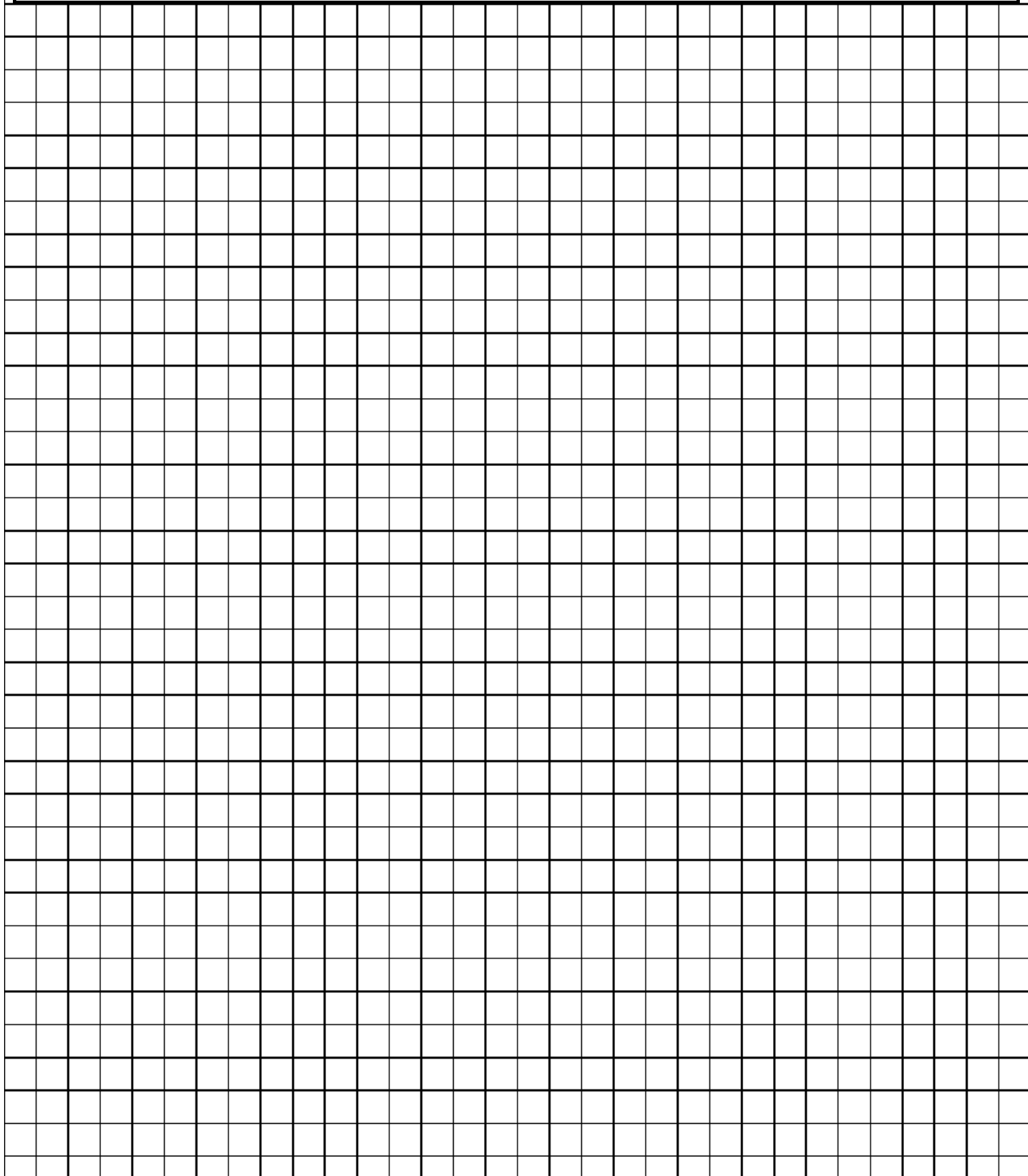
б) Найдите KC , если $DC = 4$, $AK = 6$.

№ 19.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x-a)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y+a)^2} = |a\sqrt{2}|, \\ x^2 + y^2 \leq 18 \end{cases}$$

имеет единственное решение.



№ 20.

В одном из заданий на конкурсе бухгалтеров требуется выдать премии сотрудникам некоторого отдела на общую сумму 600000 рублей (размер премии каждого сотрудника — целое число, кратное 1000). Бухгалтеру дают распределение премий, и он должен их выдать без сдачи и размена, имея 100 купюр по 1000 рублей и 100 купюр по 5000 рублей.

- а) Удастся ли выполнить задание, если в отделе 40 сотрудников и все должны получить поровну?
б) Удастся ли выполнить задание, если ведущему специалисту надо выдать 40000 рублей, а остальные поделить поровну на 70 сотрудников?
в) При каком наибольшем количестве сотрудников в отделе задание удастся выполнить при любом распределении размеров премий?

№ 21.

Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

а) Существуют ли двадцать последовательных четырёхзначных чисел, среди которых нет ни одного очень счастливого числа?

б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2016?

в) Найдите наименьшее нечётное число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.