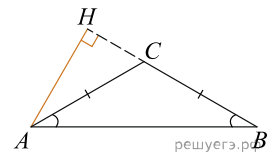


## Вариант 144

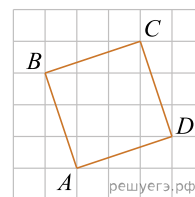
№ 1.

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 2\sqrt{3}$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ . Найдите высоту  $AH$ .



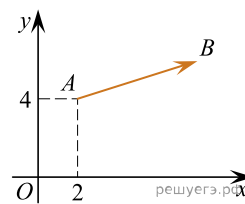
№ 2.

Найдите радиус  $r$  окружности, вписанной в четырехугольник  $ABCD$ . Считайте, что стороны квадратных клеток равны 1. В ответе укажите  $r\sqrt{10}$ .



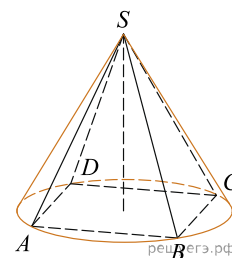
№ 3.

Вектор  $\vec{AB}$  с началом в точке  $A(2; 4)$  имеет координаты  $(6; 2)$ . Найдите ординату точки  $B$ .



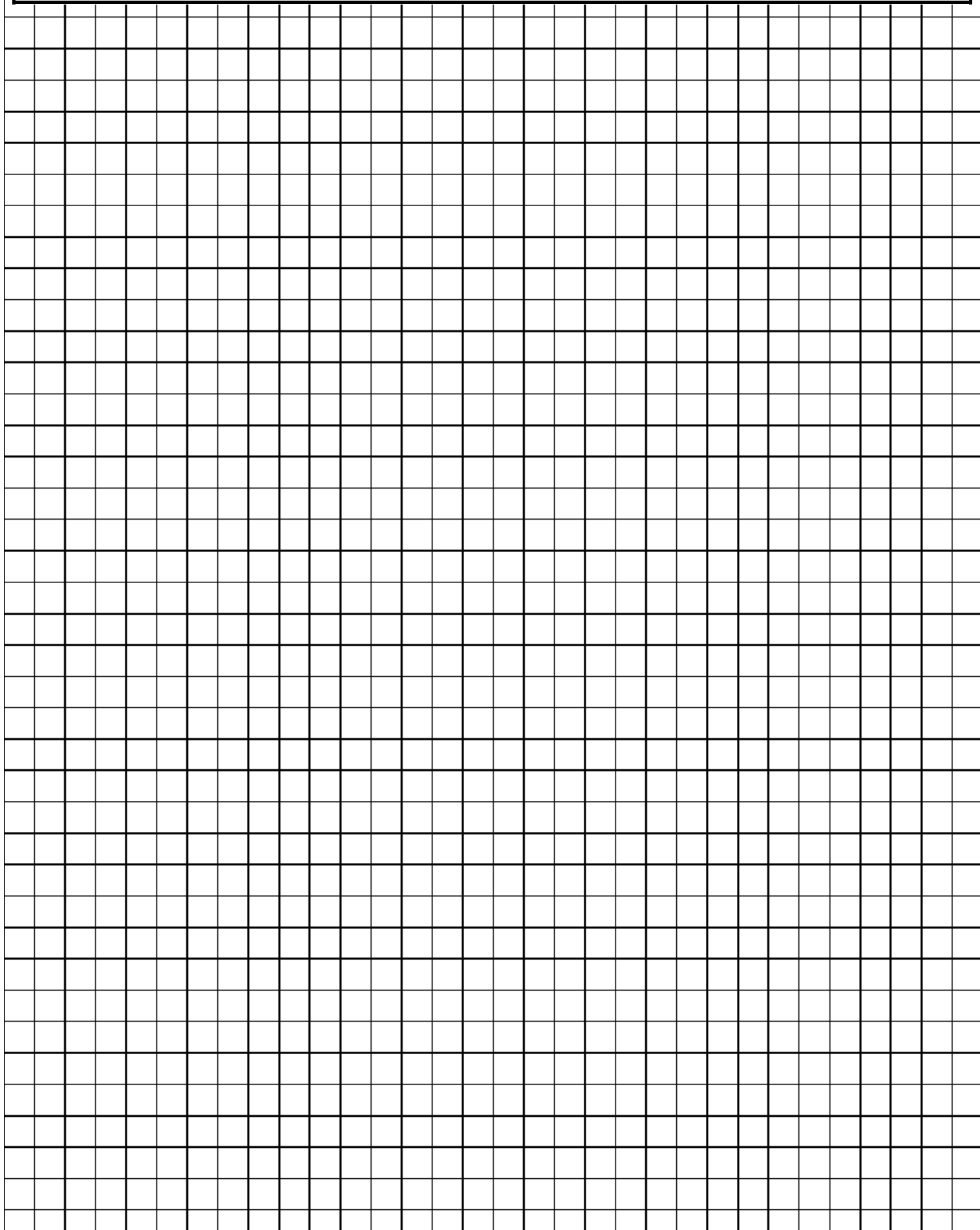
№ 4.

Конус описан около правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 4 и высотой 6. Найдите его объем, деленный на  $\pi$ .



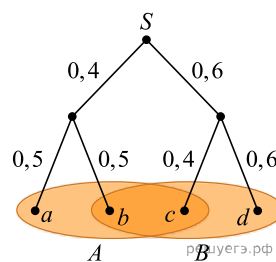
№ 5.

В праздничном наборе 100 шариков: 10 красных, 20 синих, остальные желтые и зеленые, их поровну. Какова вероятность того, что из набора достали один шарик синего или желтого цвета?



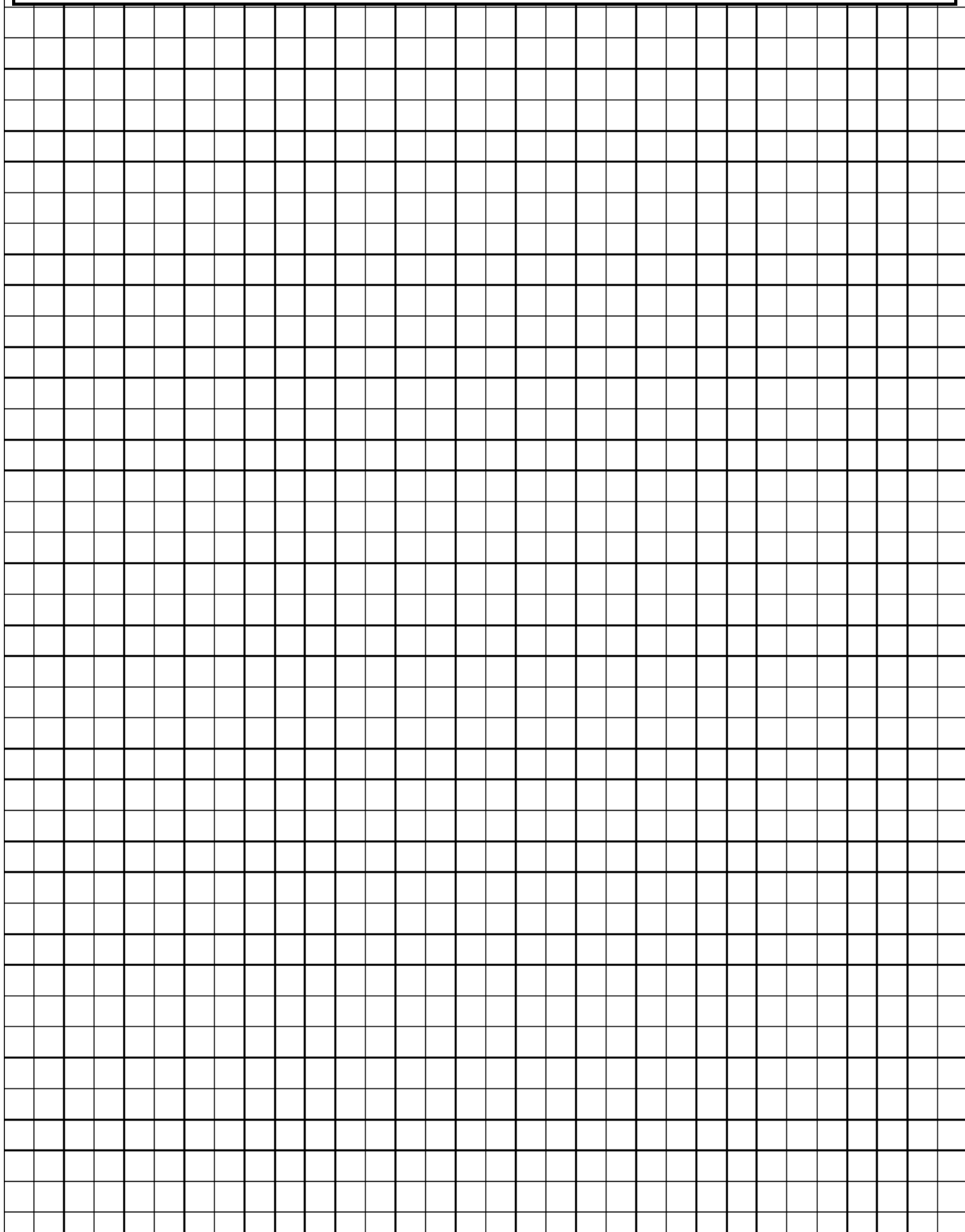
**№ 6.**

На рисунке показано дерево некоторого случайного эксперимента. Событию  $A$  благоприятствуют элементарные события  $a, b$  и  $c$ , а событию  $B$  благоприятствуют элементарные события  $b, c$  и  $d$ . Найдите  $P(A|B)$  — условную вероятность события  $A$  при условии  $B$ .



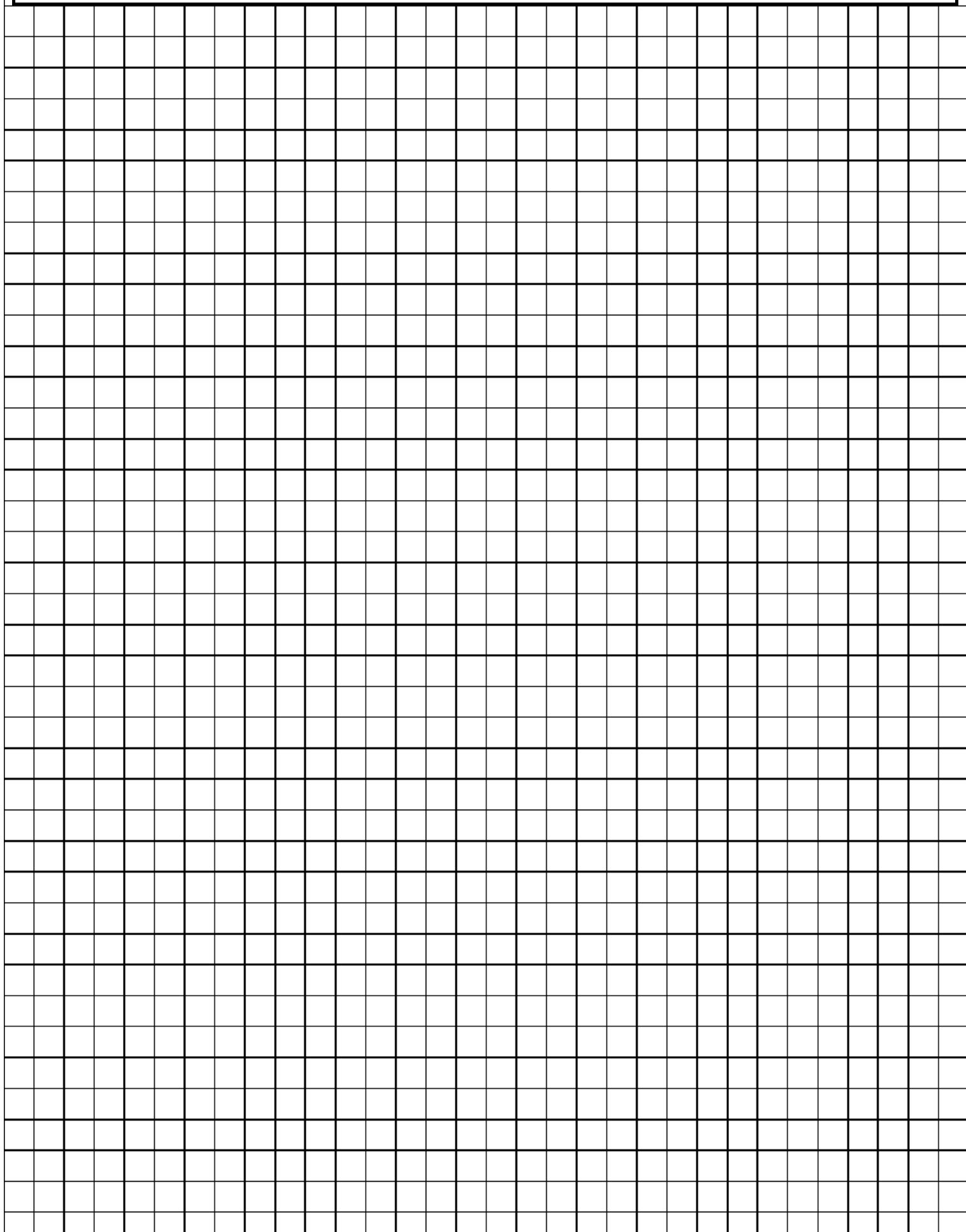
№ 7.

Найдите корень уравнения:  $x^2 - 17x + 72 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.



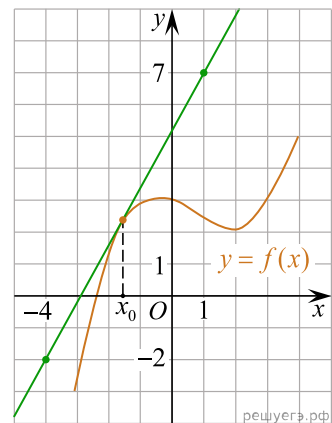
№ 8.

Найдите значение выражения  $(\sqrt{63} - \sqrt{28}) \cdot \sqrt{7}$ .



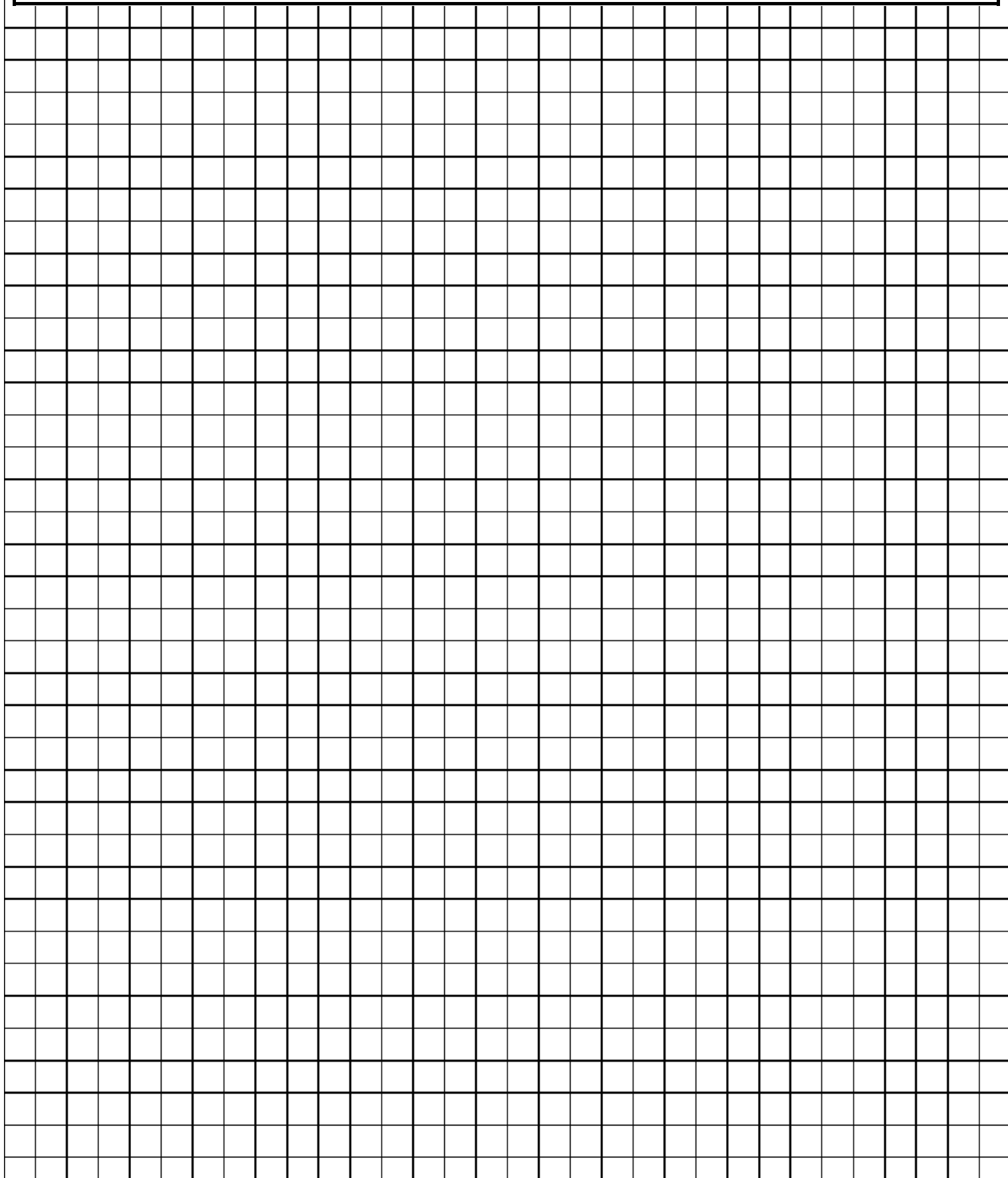
№ 9.

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



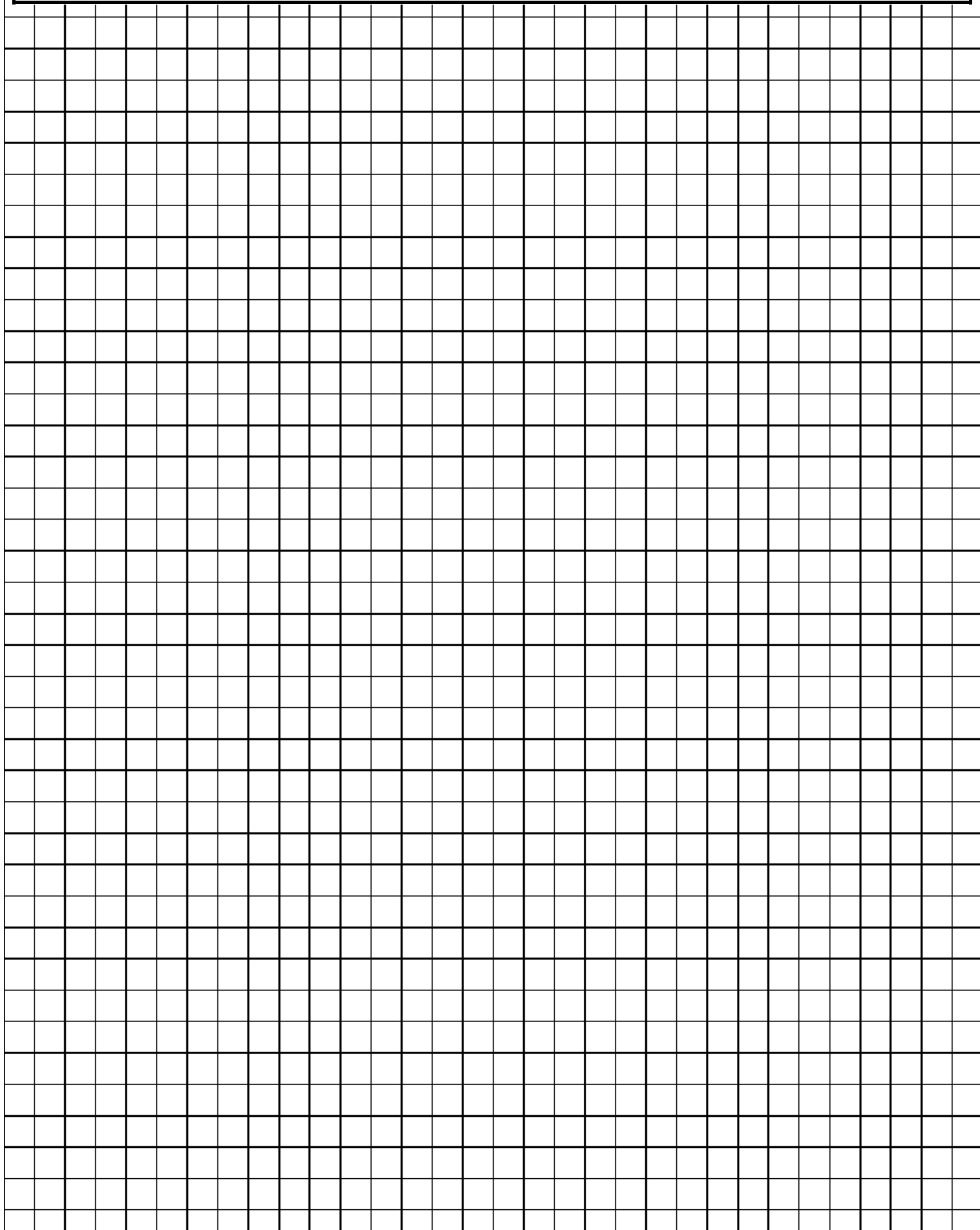
№ 10.

На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:  $F_A = \alpha \rho g r^3$ , где  $\alpha = 4,2$  — постоянная,  $r$  — радиус аппарата в метрах,  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  — плотность воды, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ Н/кг}$ ). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем  $336000 \text{ Н}$ ? Ответ выразите в метрах.



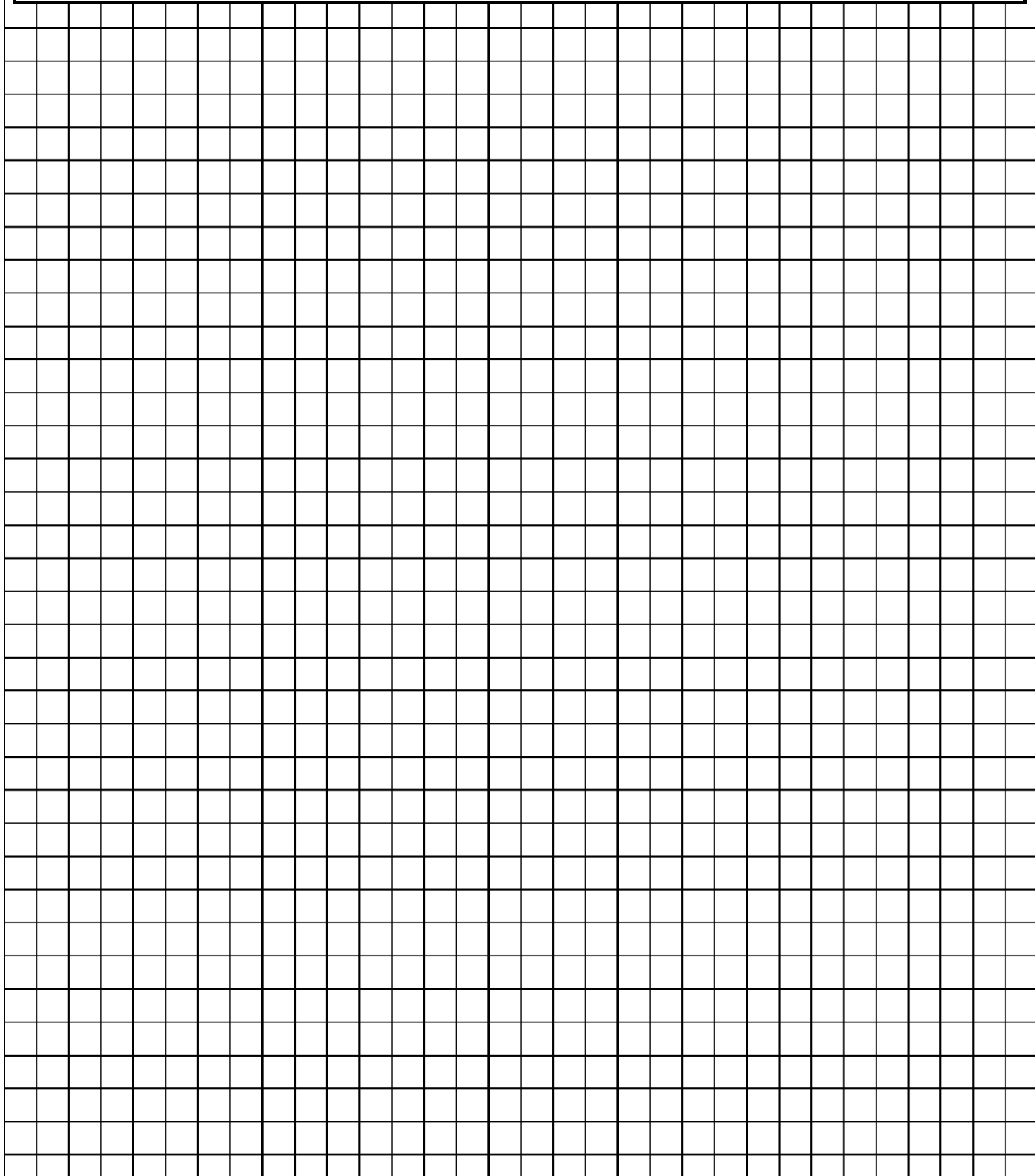
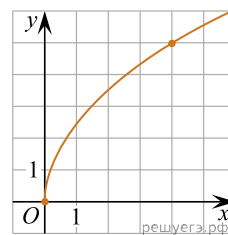
№ 11.

Первый садовый насос перекачивает 5 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 3 минуты. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 25 литров воды?



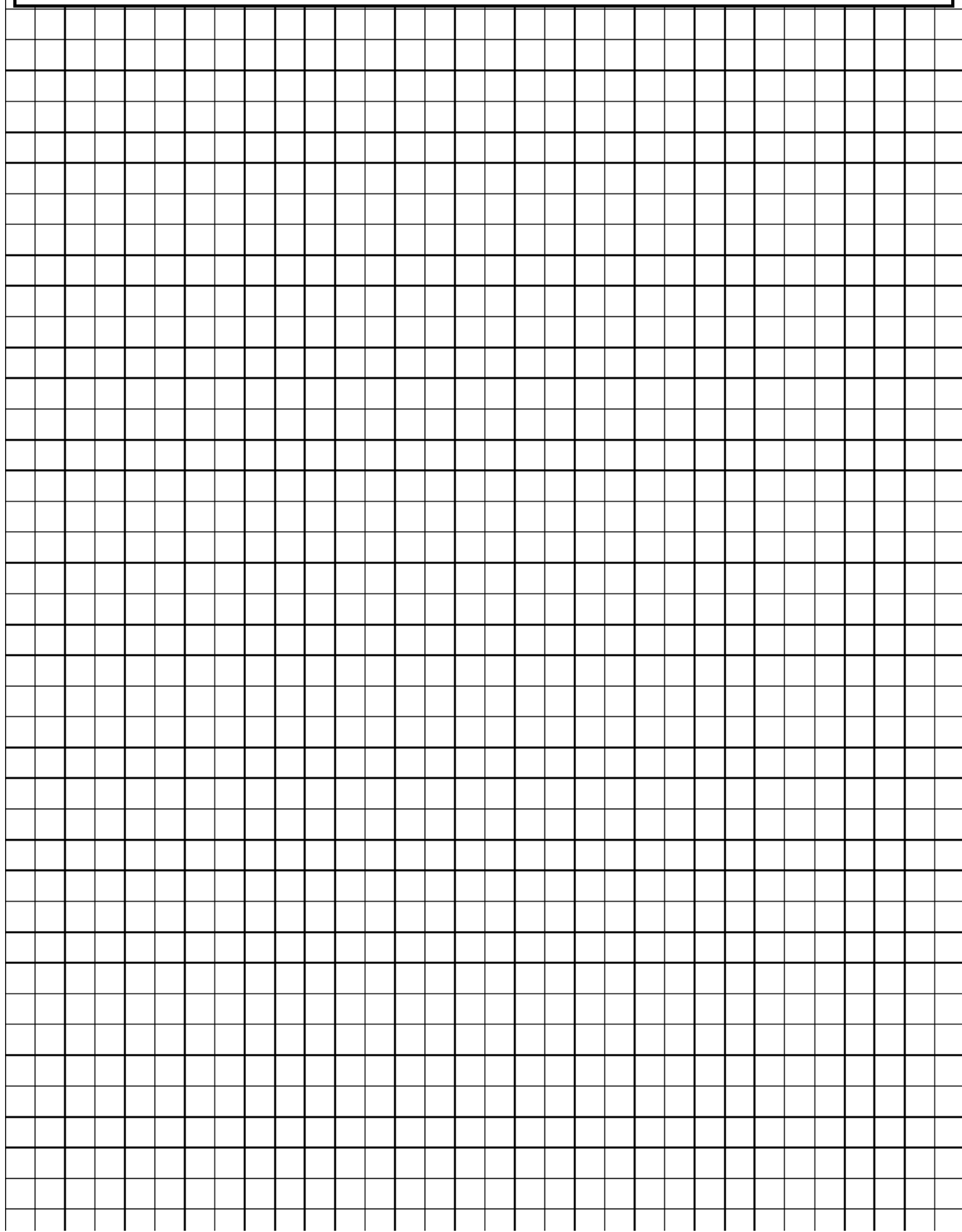
№ 12.

На рисунке изображён график функции  $f(x) = k\sqrt{x}$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 3,5$ .



№ 13.

Найдите наименьшее значение функции  $y = x^3 - 27x$  на отрезке  $[0; 4]$ .



№ 14.

а) Решите уравнение  $\sqrt{\operatorname{ctg} x} \left( \sin^2 x - \frac{1}{4} \right) = 0$ .

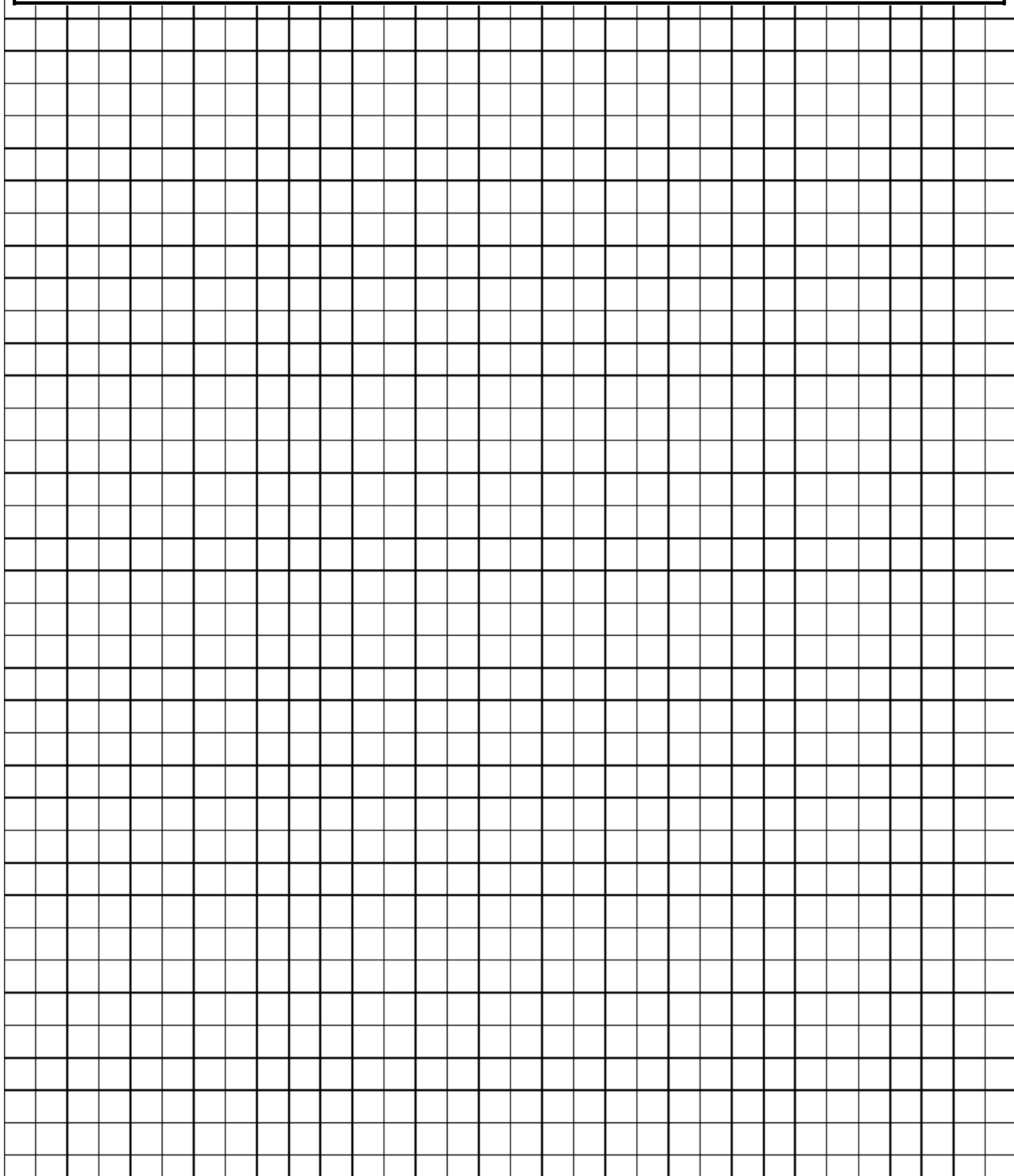
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ -\frac{3\pi}{2}; 0 \right]$ .

№ 15.

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 6, а боковое ребро  $SA$  равно 5. На рёбрах  $AB$  и  $SC$  отмечены точки  $K$  и  $M$  соответственно, причём  $AK:KB = SM:MC = 5:1$ . Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $KM$  и параллельна  $SA$ .

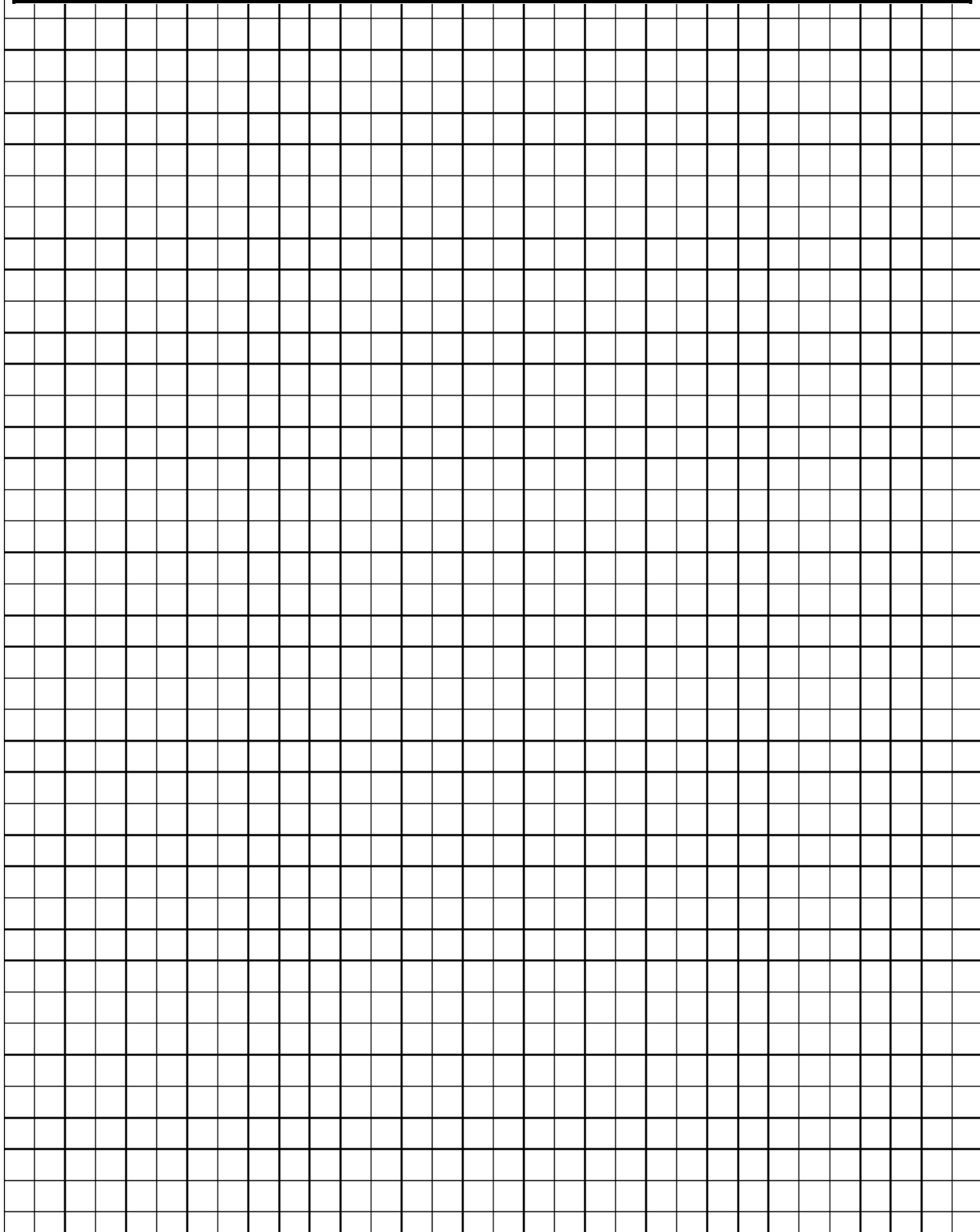
а) Докажите, что сечение пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$  — прямоугольник.

б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка  $A$ , а основанием — сечение пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .



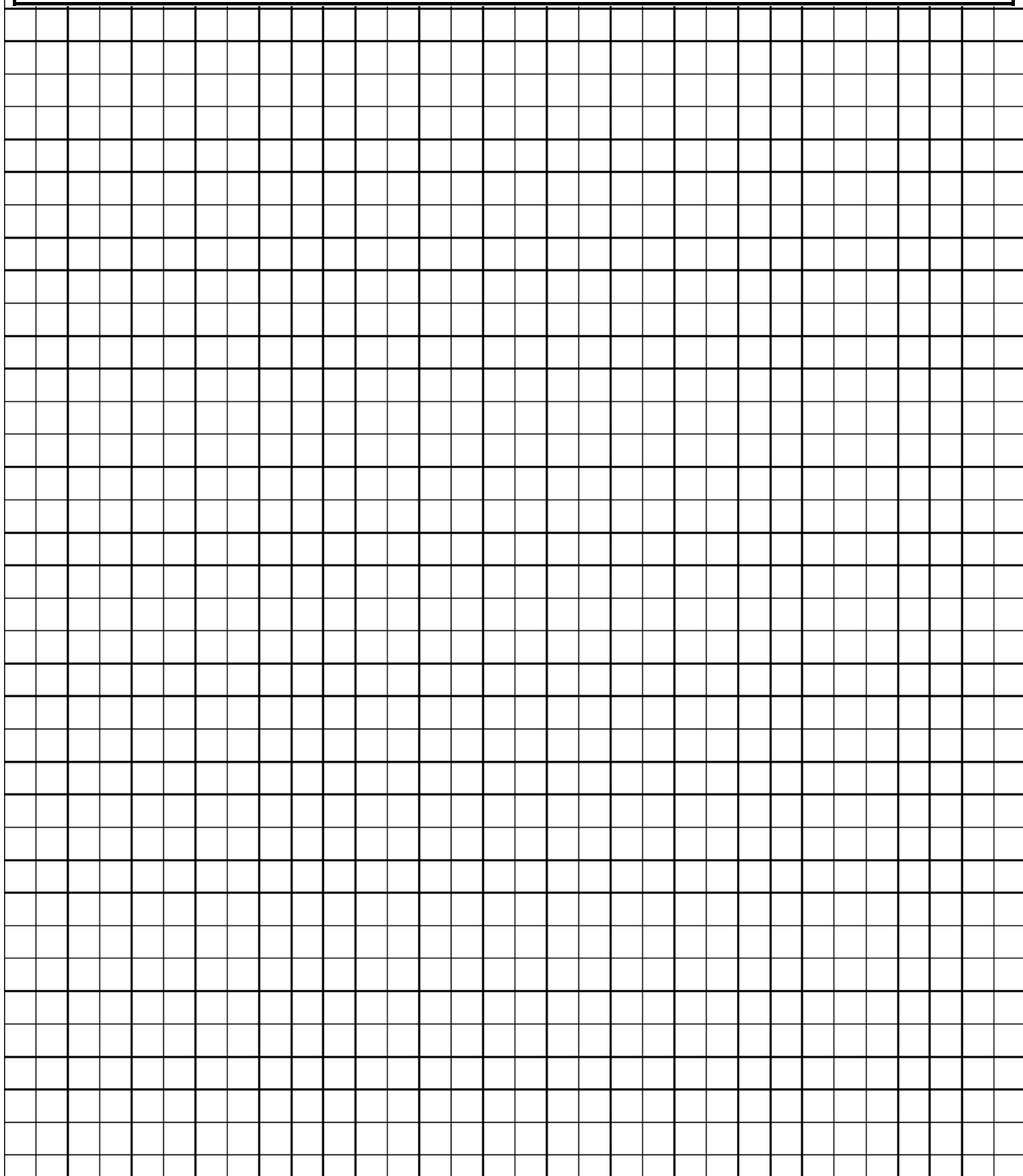
№ 16.

Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{3}} \left( 5^{1+\log_{15} x} - \frac{1}{3^{1+\log_{15} x}} \right) \geq -1 + \log_{15} x$ .



№ 17.

Инвестору предлагаются два проекта для вложения денежных средств. В каждом проекте зависимость прибыли  $y$  (в тысячах рублей) от вложений  $x$  (тыс.руб.) определяется квадратичной функцией  $y(x) = ax^2 + bx$  с коэффициентами  $a$  и  $b$ , зависящими от проекта. Известно, что при инвестировании средств только в первый проект максимальная прибыль в 200тыс.руб. достигается при вложении 100тыс.руб., а при инвестировании только во второй проект максимальная прибыль в 150тыс.руб. достигается при вложении 150тыс.руб. Инвестор решил вложить 290тыс. рублей в оба проекта. Какую сумму ему следует вложить в каждый из проектов, чтобы общая прибыль была максимальной? Найдите эту максимальную общую прибыль.



№ 18.

На стороне  $AC$  равностороннего треугольника  $ABC$  взяли точку  $M$ . Серединный перпендикуляр к  $BM$  пересекает  $AB$  и  $BC$  в точках  $E$  и  $K$  соответственно.

а) Докажите, что углы  $AEM$  и  $KMC$  равны.

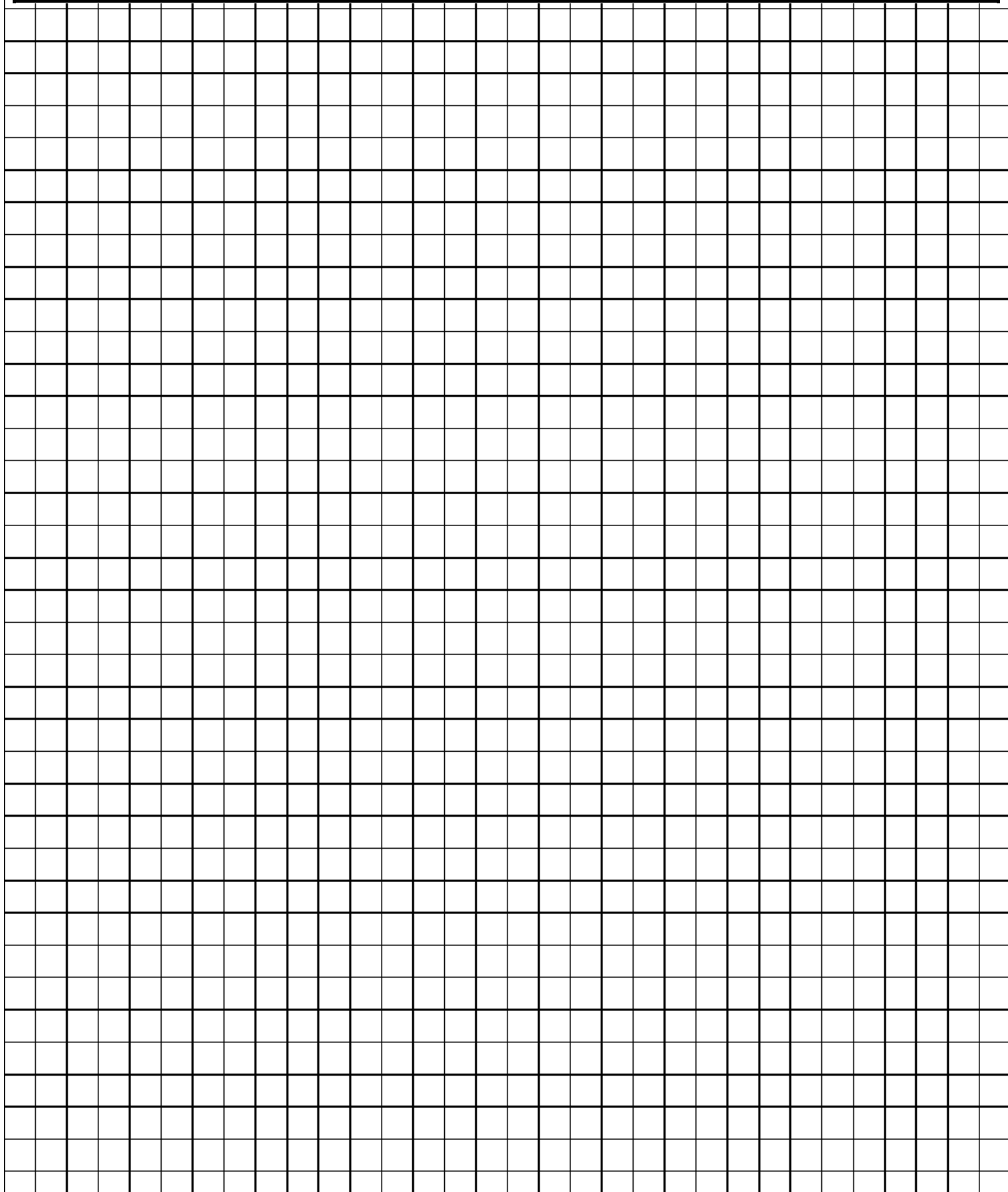
б) Найдите отношение площадей треугольников  $AEM$  и  $MKC$ , если  $AM : CM = 2 : 5$ .

№ 19.

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x+3a} \cdot \ln(x-2a) = (x-1) \cdot \ln(x-2a)$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .



**№ 20.**

В течение  $k$  дней Оля каждый день выписывала в тетрадь натуральные числа, каждое из которых меньше 21. При этом каждый день, начиная со второго, сумма выписанных за день чисел была меньше, чем в предыдущий день, а количество чисел — хотя бы на 3 больше.

- а) Может ли  $k$  равняться 8?  
 б) Может ли  $k$  равняться 154, если сумма чисел, записанных в первый день, не больше 600?  
 в) Известно, что сумма чисел, выписанных в первый день, равна 300. Какое наибольшее значение может принимать сумма всех выписанных за  $k$  дней чисел?

**№ 21.**

За новогодним столом дети ели бутерброды и конфеты, причем каждый что-то ел, и может быть так, что кто-то ел и то и другое. Известно, что мальчиков, евших бутерброды, было не более чем  $\frac{5}{16}$  от общего числа детей, евших бутерброды, а мальчиков, евших конфеты, было не более  $\frac{2}{5}$  от общего числа детей, евших конфеты.

- а) Могло ли за столом быть 13 мальчиков, если дополнительно известно, что всего за столом было 25 детей?  
 б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть за столом, если дополнительно известно, что всего за столом было 25 детей?  
 в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа детей без дополнительного условия пунктов а и б?