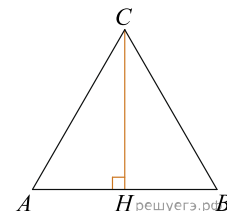


# Вариант 145

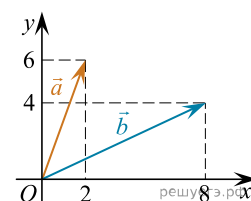
№ 1.

В треугольнике  $ABC$   $AB = BC = AC = 2\sqrt{3}$ . Найдите высоту  $CH$ .



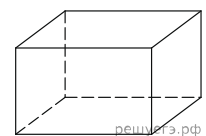
№ 2.

Найдите квадрат длины вектора  $\vec{a} - \vec{b}$ .



№ 3.

Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1 и 2. Объем параллелепипеда равен 6. Найдите площадь его поверхности.



№ 4.

В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по теме «Неравенства». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопроса по теме «Неравенства».

№ 5.

Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

№ 6.

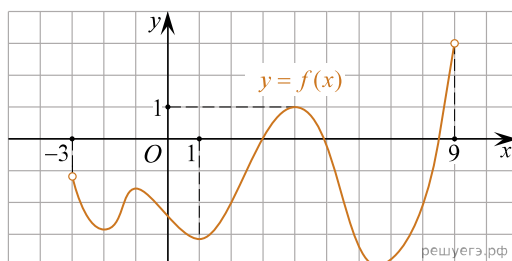
Найдите корень уравнения:  $\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7}$ .

№ 7.

Найдите значение выражения  $(432^2 - 568^2) : 1000$ .

№ 8.

На рисунке изображен график функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-3; 9)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции равна нулю на отрезке  $[0; 8]$ .



№ 9.

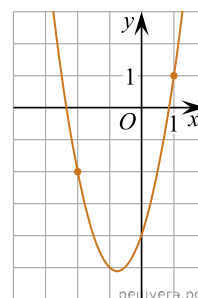
В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = at^2 + bt + H_0$ , где  $H_0 = 4$  — начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{100}$  м/мин<sup>2</sup> и  $b = -\frac{2}{5}$  м/мин — постоянные,  $t$  — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

№ 10.

Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующий час — со скоростью 100 км/ч, а затем два часа — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

№ 11.

На рисунке изображён график функции  $f(x) = 2x^2 + bx + c$ . Найдите  $f(-5)$ .



№ 12.

Найдите наименьшее значение функции  $y = x^3 - 27x$  на отрезке  $[0; 4]$ .

№ 13.

- Решите уравнение  $\log_2^2 \sin x + \log_2 \sin^2 x = \log_2 5 \cdot \log_2 \sin x$ .
- Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{\pi}{6}; 2\pi\right]$ .

---

**№ 14.**

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  все рёбра равны 1.

- а) Докажите, что расстояние между прямыми  $AA_1$  и  $BC_1$  равно расстоянию между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $BCC_1$ .  
б) Найдите это расстояние.
- 

**№ 15.**

Решите неравенство  $\frac{2^{3x} - 2 \cdot 4^{x+1} + 5 \cdot 2^{x+2} - 16}{x-1} \geq 0$ .

---

**№ 16.**

В июле клиент планирует взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
  - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
- На сколько лет планирует клиент взять кредит, если наибольший годовой платёж составит 1,8 млн рублей?
- 

**№ 17.**

Окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$  разных радиусов пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Хорда  $AC$  большей окружности пересекает меньшую окружность в точке  $M$  и делится этой точкой пополам.

- а) Докажите, что проекция отрезка  $O_1O_2$  на прямую  $AC$  в четыре раза меньше  $AC$ .  
б) Найдите  $O_1O_2$ , если известно, что радиусы окружностей равны 10 и 15, а  $AC = 24$ .
- 

**№ 18.**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5-7x} \cdot \ln(9x^2 - a^2) = \sqrt{5-7x} \cdot \ln(3x+a)$$

имеет ровно один корень.

---

**№ 19.**

Имеются каменные глыбы: 50 штук по 800 кг, 60 штук по 1000 кг и 60 штук по 1500 кг (раскалывать глыбы нельзя).

- а) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 60 грузовиках, грузоподъёмностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?  
б) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 38 грузовиках, грузоподъёмностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?  
в) Какое наименьшее количество грузовиков, грузоподъёмностью 5 тонн каждый, понадобится, чтобы вывезти все эти глыбы одновременно, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?
- 

**Ответы**

| Номер | Задание                | Ответ |
|-------|------------------------|-------|
| 1     | <a href="#">27792</a>  | 3     |
| 2     | <a href="#">27733</a>  | 40    |
| 3     | <a href="#">27146</a>  | 22    |
| 4     | <a href="#">285927</a> | 0,6   |
| 5     | <a href="#">320173</a> | 0,02  |
| 6     | <a href="#">26662</a>  | 13    |
| 7     | <a href="#">77390</a>  | -136  |
| 8     | <a href="#">661019</a> | 3     |
| 9     | <a href="#">27960</a>  | 20    |
| 10    | <a href="#">99606</a>  | 70    |
| 11    | <a href="#">508911</a> | 31    |
| 12    | <a href="#">77421</a>  | -54   |

№ 13.

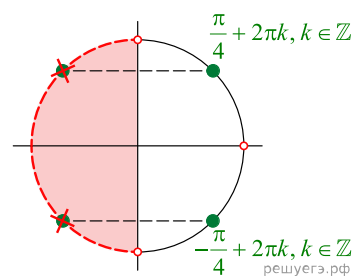
| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                               | Баллы |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах                                                                                                                                                   | 2     |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте а),<br>ИЛИ<br>получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б) | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                  | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>                                                                                                                                                                             | 2     |

**Решение.** а) При допустимых значениях букв справедливо тождество

$$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c,$$

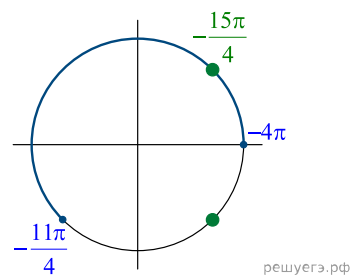
из которого получаем:

$$\begin{aligned} \log_2(\cos x) \cdot \log_{\cos x}(\sin^2 x) = -1 &\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 \sin^2 x = -1, \\ 0 < \cos x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 x = \frac{1}{2}, \\ 0 < \cos x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ 0 < \cos x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, \\ x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \end{cases} &k \in \mathbb{Z}. \log_2(\cos x) \cdot \log_{\cos x}(\sin^2 x) = -1 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 \sin^2 x = -1, \\ 0 < \cos x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 x = \frac{1}{2}, \\ 0 < \cos x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ 0 < \cos x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, \\ x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \end{cases} &k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$



б)Отберем корни при помощи единичной окружности (см.рис.). Подходит число  $-\frac{15\pi}{4}$ .

Ответ: а)  $\left\{-\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$ ; б)  $-\frac{15\pi}{4}$ .



№ 14.

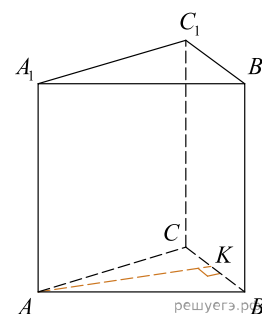
| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                                                                                                             | Баллы |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)                                                                                                                                                                                | 3     |
| Получен обоснованный ответ в пункте б)<br>ИЛИ<br>имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки                                                                                      | 2     |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а),<br>ИЛИ<br>при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше                                                                                                                                                                                                                  | 0     |
| Максимальный балл                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3     |

**Решение.** а)Прямая  $BC_1$  пересекается с прямой  $BB_1$ , параллельной прямой  $AA_1$ , и лежит в плоскости  $BCC_1$ , параллельной  $AA_1$ , поэтому расстояние между прямыми  $AA_1$  и  $BC_1$  равно расстоянию от прямой  $AA_1$  до плоскости  $BCC_1$ .

б)Пусть  $AK$ — высота треугольника  $ABC$ .  $AK$  перпендикулярна грани  $BCC_1B_1$ , поскольку перпендикулярна двум пересекающимся прямым ( $BC$  и  $BB_1$ ), лежащим в плоскости  $BCC_1$ . Таким образом, искомое расстояние— длина отрезка  $AK$ . Из равностороннего треугольника  $ABC$  находим:

$$AK = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .



№ 15.

| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                               | Баллы |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Обоснованно получен верный ответ                                                                                                                                                                     | 2     |
| Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек,<br>ИЛИ<br>получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1     |

|                                                                      |   |
|----------------------------------------------------------------------|---|
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. | 0 |
| Максимальный балл                                                    | 2 |

**Решение.** Рассмотрим числитель дроби:

$$2^{3x} - 2 \cdot 4^{x+1} + 5 \cdot 2^{x+2} - 16 = 2^{3x} - 8 \cdot 2^{2x} + 20 \cdot 2^x - 16.$$

Пусть  $2^x = t$ , получим:  $t^3 - 8t^2 + 20t - 16$ . Заметим, что  $t=2$  является корнем данного многочлена. Чтобы разложить многочлен на множители, разделим его на  $t-2$  «в столбик» или применив схему Горнера. Таким образом, имеем:

$$t^3 - 8t^2 + 20t - 16 = (t-2)(t^2 - 6t + 8) = (t-2)^2(t-4).$$

Вернемся к исходному неравенству:

$$\frac{2^{3x} - 2 \cdot 4^{x+1} + 5 \cdot 2^{x+2} - 16}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(2^x-2)^2(2^x-4)}{x-1} \geq 0.$$

Решим полученное неравенство методом интервалов. Для этого рационализируем неравенство, применив теорему о знаках: при положительных  $a$  выражения  $(a^b - a^c)$  и  $(a-1)(b-c)$  имеют одинаковые знаки. Получим:

$$\begin{aligned} \frac{(2^x-2)^2(2^x-4)}{x-1} \geq 0 &\Leftrightarrow \frac{(2^x-2^1)^2(2^x-2^2)}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(2-1)^2(x-1)^2(2-1)(x-2)}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{(x-1)^2(x-2)}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1, \\ (x-1)(x-2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1, \\ x \geq 2. \end{cases} \frac{(2^x-2)^2(2^x-4)}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(2^x-2^1)^2(2^x-2^2)}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{(2-1)^2(x-1)^2(2-1)(x-2)}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{(x-1)^2(x-2)}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1, \\ (x-1)(x-2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1, \\ x \geq 2. \end{cases} \frac{(2^x-2)^2(2^x-4)}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(2^x-2^1)^2(2^x-2^2)}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{(2-1)^2(x-1)^2(2-1)(x-2)}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{(x-1)^2(x-2)}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1, \\ (x-1)(x-2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1, \\ x \geq 2. \end{cases} \end{aligned}$$



Ответ:  $(-\infty; 1) \cup [2; +\infty)$ .

№ 16.

| Критерии оценивания выполнения задания                              | Баллы |
|---------------------------------------------------------------------|-------|
| Обоснованно получен верный ответ                                    | 2     |
| Верно построена математическая модель                               | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0     |
| Максимальный балл                                                   | 2     |

**Решение.** Пусть кредит планируется взять на  $n$  лет. Долг перед банком (в млн рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться до нуля равномерно:

$$6, \frac{6(n-1)}{n}, \dots, \frac{6 \cdot 2}{n}, \frac{6}{n}, 0.$$

По условию каждый январь долг возрастает на 20%, значит, последовательность размеров долга (в млн рублей) в январе такова:

$$7, 2, \frac{7 \cdot 2(n-1)}{n}, \dots, \frac{7 \cdot 2 \cdot 2}{n}, \frac{7 \cdot 2}{n}.$$

Следовательно, выплаты (в млн рублей) должны быть следующими:

$$1, 2 + \frac{6}{n}, \frac{1 \cdot 2(n-1) + 6}{n}, \dots, \frac{1 \cdot 2 \cdot 2 + 6}{n}, \frac{1 \cdot 2 + 6}{n}.$$

Получаем  $1,2 + \frac{6}{n} = 1,8$ , откуда  $n = 10$ .

Ответ: 10.

№ 17.

| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                                                                                                             | Баллы |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)                                                                                                                                                                                | 3     |
| Получен обоснованный ответ в пункте б)<br>ИЛИ<br>имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки                                                                                      | 2     |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а),<br>ИЛИ<br>при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше                                                                                                                                                                                                                  | 0     |
| Максимальный балл                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3     |

**Решение.** а) Пусть  $O_1H_1$  — перпендикуляр, проведенный к прямой  $AC$  из центра большей окружности, а  $O_2H_2$  — перпендикуляр, проведенный к  $AC$  из центра меньшей окружности. Радиус, перпендикулярный хорде, делит эту хорду пополам. Поэтому точка  $H_2$  — середина  $AM$ , а точка  $M$  совпадает с точкой  $H_1$ . Тогда

$$H_1H_2 = \frac{1}{2}AC - \frac{1}{2}AM = \frac{1}{4}AC.$$

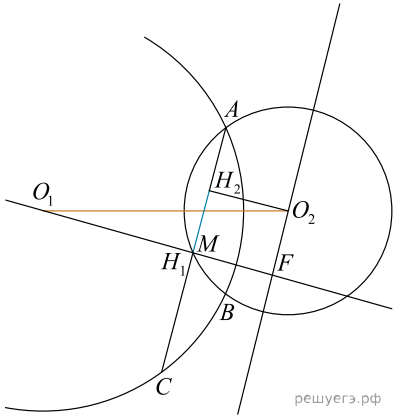
Что и требовалось доказать.

б) Проведем через  $O_2$  прямую, параллельную  $AC$ . Пусть эта прямая пересекает прямую  $O_1H_1$  в точке  $F$ . Тогда четырехугольник  $H_2O_2FH_1$  — прямоугольник со стороной  $H_1H_2 = \frac{24}{4} = 6$ . Находим:

$$\begin{aligned} O_1O_2^2 &= O_1F^2 + FO_2^2 = (O_1H_1 + O_2H_2)^2 + (H_1H_2)^2 = \\ &= (\sqrt{15^2 - 12^2} + \sqrt{10^2 - 6^2})^2 + 6^2 = 289 + 36 = 325. \quad O_1O_2^2 = O_1F^2 + FO_2^2 = \\ &= (O_1H_1 + O_2H_2)^2 + (H_1H_2)^2 = \\ &= (\sqrt{15^2 - 12^2} + \sqrt{10^2 - 6^2})^2 + 6^2 = \\ &= 289 + 36 = 325. \end{aligned}$$

Отсюда  $O_1O_2 = 5\sqrt{13}$ .

Ответ: б)  $5\sqrt{13}$ .



№ 18.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|----------------------------------------|-------|
| Обоснованно получен правильный ответ   | 4     |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| С помощью верного рассуждения получено множество значений параметра, отличающееся от искомого только исключением точек $a = -\frac{1}{2}$ и / или $a = \frac{8}{7}$                                                                                                                                                                        | 3 |
| В решении верно найдены все граничные точки множества значений $a$ $\left(a = -\frac{15}{7}, a = -\frac{1}{2}, a = \frac{8}{7}, a = \frac{15}{7}\right)$ , но неверно определены промежутки значений $a$<br>ИЛИ<br>верно пройдены все этапы решения, но неверно найдены граничные точки множества значений $a$ из-за вычислительной ошибки | 2 |
| Верно рассмотрен хотя бы один из случаев решения и получен один из промежутков $\left(-\frac{15}{7}; \frac{15}{7}\right)$ или $\left(-\frac{1}{2}; \frac{8}{7}\right]$ , возможно, с исключением граничной точки выполнены все решения                                                                                                     | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0 |
| Максимальный балл                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 4 |

**Решение.** Запишем уравнение в виде  $\sqrt{5-7x} \cdot (\ln(9x^2 - a^2) - \ln(3x+a))$  и рассмотрим два случая.

Первый случай:  $\sqrt{5-7x} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{7}$ , при выполнении условий

$$\begin{cases} 9x^2 - a^2 > 0, \\ 3x + a > 0 \end{cases}$$

Имеем:

$$\begin{cases} x = \frac{5}{7}, \\ \frac{9 \cdot 25}{49} - a^2 > 0, \\ \frac{3 \cdot 5}{7} + a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{7}, \\ (7a-15)(7a+15) < 0, \\ a > -\frac{15}{7}. \end{cases}$$

Для первого случая получаем:  $-\frac{15}{7} < a < \frac{15}{7}$ .

Второй случай:  $\ln(9x^2 - a^2) = \ln(3x+a)$  при условии  $x \leq \frac{5}{7}$ .

Имеем:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 9x^2 - a^2 = 3x+a, \\ 3x+a > 0, \\ x \leq \frac{5}{7} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (3x+a)(3x-a-1) = 0, \\ 3x+a > 0, \\ x \leq \frac{5}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5}{7}, \\ 3x+a > 0, \\ \begin{cases} x = -\frac{a}{3}, \\ x = \frac{a+1}{3} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2 - a^2 = 3x+a, \\ 3x+a > 0, \\ x \leq \frac{5}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (3x+a)(3x-a-1) = 0, \\ 3x+a > 0, \\ x \leq \frac{5}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5}{7}, \\ 3x+a > 0, \\ \begin{cases} x = -\frac{a}{3}, \\ x = \frac{a+1}{3} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -\frac{a}{3}, \\ \frac{a}{3} \geq \frac{5}{7}, \\ -3 \cdot \frac{a}{3} + a > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{a+1}{3}, \\ \frac{1+a}{3} \leq \frac{5}{7}, \\ 3 \cdot \frac{1+a}{3} + a > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -\frac{a}{3}, \\ a \geq \frac{15}{7}, \\ 0 \cdot a > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{a+1}{3}, \\ a \leq \frac{8}{7}, \\ a > -\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < a \leq \frac{8}{7}, \\ x = \frac{a+1}{3}. \end{cases} \end{aligned}$$

Корни уравнения  $x = \frac{5}{7}$  и  $x = \frac{a+1}{3}$  совпадают при  $a = \frac{8}{7}$ .

Интервал из первого случая полностью включает в себя полуинтервал из второго случая, а решение нам требуется только одно, поэтому исходное уравнение имеет ровно один корень при  $-\frac{15}{7} < a \leq \frac{8}{7}$  и  $\frac{8}{7} \leq a < \frac{15}{7}$ .

Ответ:  $\left(-\frac{15}{7}; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{8}{7}; \frac{15}{7}\right)$ .

---

№ 19.

| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                                                 | Баллы |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты                                                                                                                                                   | 4     |
| Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов                                                                                                                                               | 3     |
| Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов                                                                                                                                               | 2     |
| Верно получен один из следующих результатов:<br><br>— обоснованное решение п. а;<br><br>— обоснованное решение п. б;<br><br>— искомая оценка в п. в;<br><br>— пример в п. в, обеспечивающий точность предыдущей оценки | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                                    | 0     |
| Максимальный балл                                                                                                                                                                                                      | 4     |

**Решение.** а) Масса любых трёх таких глыб не превосходит 5 тонн. Значит, в 60 грузовиков можно погрузить 180 таких глыб. Всего глыб 170, поэтому их можно увезти на 60 грузовиках.

б) Суммарная масса глыб равна  $50 \cdot 800 + 60 \cdot 1000 + 60 \cdot 1500 = 190000$  (кг), то есть в точности совпадает с грузоподъёмностью 38 грузовиков. Значит, если возможно увезти эти глыбы на 38 грузовиках, то каждый грузовик должен быть загружен полностью (по массе груза).

Если в каком-то грузовике есть глыба массой 800 кг, то единственная возможность загрузить такой грузовик полностью — это добавить ещё 4 таких глыбы и одну глыбу массой 1000 кг. Таким образом, грузовиков, загруженных так, понадобится 10 штук. Поскольку осталось 60 глыб, массой 1500 кг каждая, и 28 грузовиков, то в одном из грузовиков должно быть хотя бы 3 такие глыбы. Но в грузовик, в который загружено 3 глыбы, массой 1500 кг каждая, ничего больше погрузить не получится.

Значит, на 38 грузовиках увезти эти глыбы нельзя.

в) В предыдущем пункте было показано, что 38 грузовиков не хватит.

Если в 10 грузовиков загрузить по 5 глыб, массой 800 кг каждая, и глыбу массой 1000 кг, в 25 грузовиков загрузить по 2 глыбы, массой 1000 кг каждая, и по 2 глыбы, массой 1500 кг каждая, в 3 грузовика загрузить

3 глыбы, массой 1500 кг каждая, и в один грузовик глыбу массой 1500 кг, то все глыбы окажутся загружены в 39 грузовиков. Значит, наименьшее количество грузовиков — это 39.

Ответ: а) да; б) нет; в) 39.

---