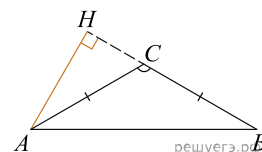


Вариант 166

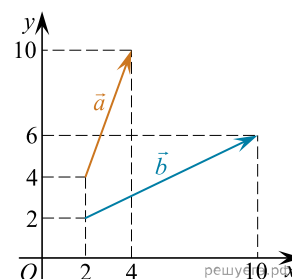
№ 1.

В тупоугольном треугольнике ABC $AC=BC=25$, высота AH равна 20. Найдите $\cos ACB$.



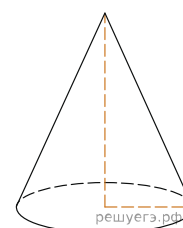
№ 2.

Найдите сумму координат вектора $\vec{a} + \vec{b}$.



№ 3.

Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшится в 1,5 раза, а образующая останется прежней?



№ 4.

Для подтверждения скидки магазин отправляет покупателю на телефон сообщение с трёхзначным кодом, ровно две из цифр которого совпадают. У Пети разряжен телефон. Какова вероятность того, что он случайно угадает код? Ответ округлите до тысячных.

№ 5.

В викторине участвуют 6 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая команда играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых трёх играх победила команда A . Какова вероятность того, что эта команда выиграет четвёртый раунд?

№ 6.

Решите уравнение $\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

№ 7.

Найдите $5 \sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

№ 8.

Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$. Найдите абсциссу точки касания.

№ 9.

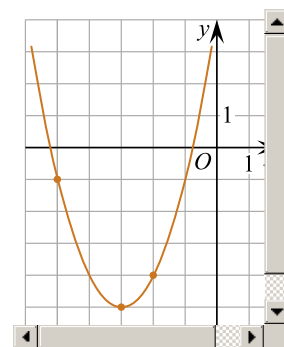
На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ — постоянная, r — радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ Н/кг}$). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 336000Н? Ответ выразите в метрах.

№ 10.

Пристани A и B расположены на озере, расстояние между ними 390км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из A в B . На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 3км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 9часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B . Найдите скорость баржи на пути из A в B . Ответ дайте в км/ч.

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите $f(-9)$.



№ 12.

Найдите наибольшее значение функции $y = 2\cos x - \frac{18}{\pi}x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

№ 13.

а) Решите уравнение $\sqrt{\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} \cdot \cos x = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{4}; \pi\right]$.

№ 14.

В цилиндре на окружности нижнего основания отмечены точки M и N , а на окружности верхнего основания отмечены точки M_1 и K_1 так, что прямая MM_1 является образующей, перпендикулярной основаниям, а прямая MK_1 пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что прямые MN и M_1K_1 перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми MK_1 и MM_1 , если известно, что $MN = 20$, $M_1K_1 = 15$.

№ 15.

Решите неравенство: $\log_{625x} 25 \cdot \log_{0,2}^2(25x) \leq 2$.

№ 16.

15 декабря планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 48 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга.

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 24-й долг должен быть на 100 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

— 15-го числа каждого месяца с 25-го по 48-й долг должен быть на 50 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

— к 15-му числу 48-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

№ 17.

Дан параллелограмм $ABCD$ с острым углом DAB . В нем опущены высоты BP и BQ на стороны AD и CD соответственно. На стороне AD отмечена точка M так, что $AM = BP$. Известно, что $AB = BQ$.

а) Докажите, что $BM = PQ$.

б) Найдите площадь треугольника APQ , если $AM = BP = 12$, $AB = BQ = 15$.

№ 18.

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(7x + |x + a| - |6x|)^2 + (a + 1)(7x + |x + a| - |6x|) - a - 1 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

№ 19.

В ящике лежат 68 овощей, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два овоща различной массы, а средняя масса всех овощей равна 1000 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых меньше 1000 г, равна 944 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых больше 1000 г, равна 1016 г.

а) Могло ли в ящике оказаться поровну овощей массой меньше 1000 г и овощей массой больше 1000 г?

б) Могло ли в ящике оказаться ровно 15 овощей, масса каждого из которых равна 1000 г?

в) Какую наименьшую массу может иметь овощ в этом ящике?