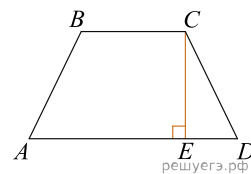


Вариант 172

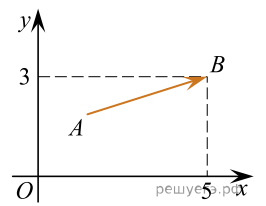
№ 1.

Большее основание равнобедренной трапеции равно 34. Боковая сторона равна 14. Синус острого угла равен $\frac{2\sqrt{10}}{7}$. Найдите меньшее основание.



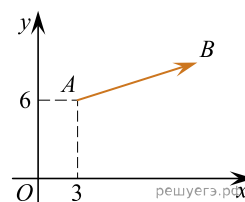
№ 2.

Вектор $\vec{AB}$ с концом в точке $B(5; 3)$ имеет координаты $(3; 1)$. Найдите абсциссу точки A .



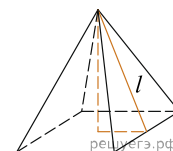
№ 3.

Вектор $\vec{AB}$ началом в точке $A(3;6)$ имеет координаты $(9;3)$. Найдите сумму координат точки B .



№ 4.

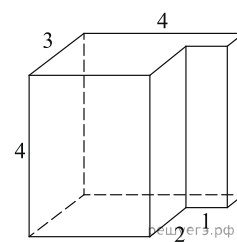
Найдите площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 и высота равна 4.



репетитор.рф

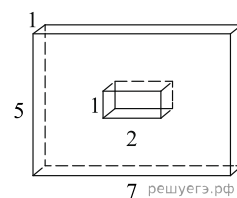
№ 5.

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



№ 6.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



No 7.

Фабрика выпускает сумки. В среднем 8 сумок из 100 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

№ 8.

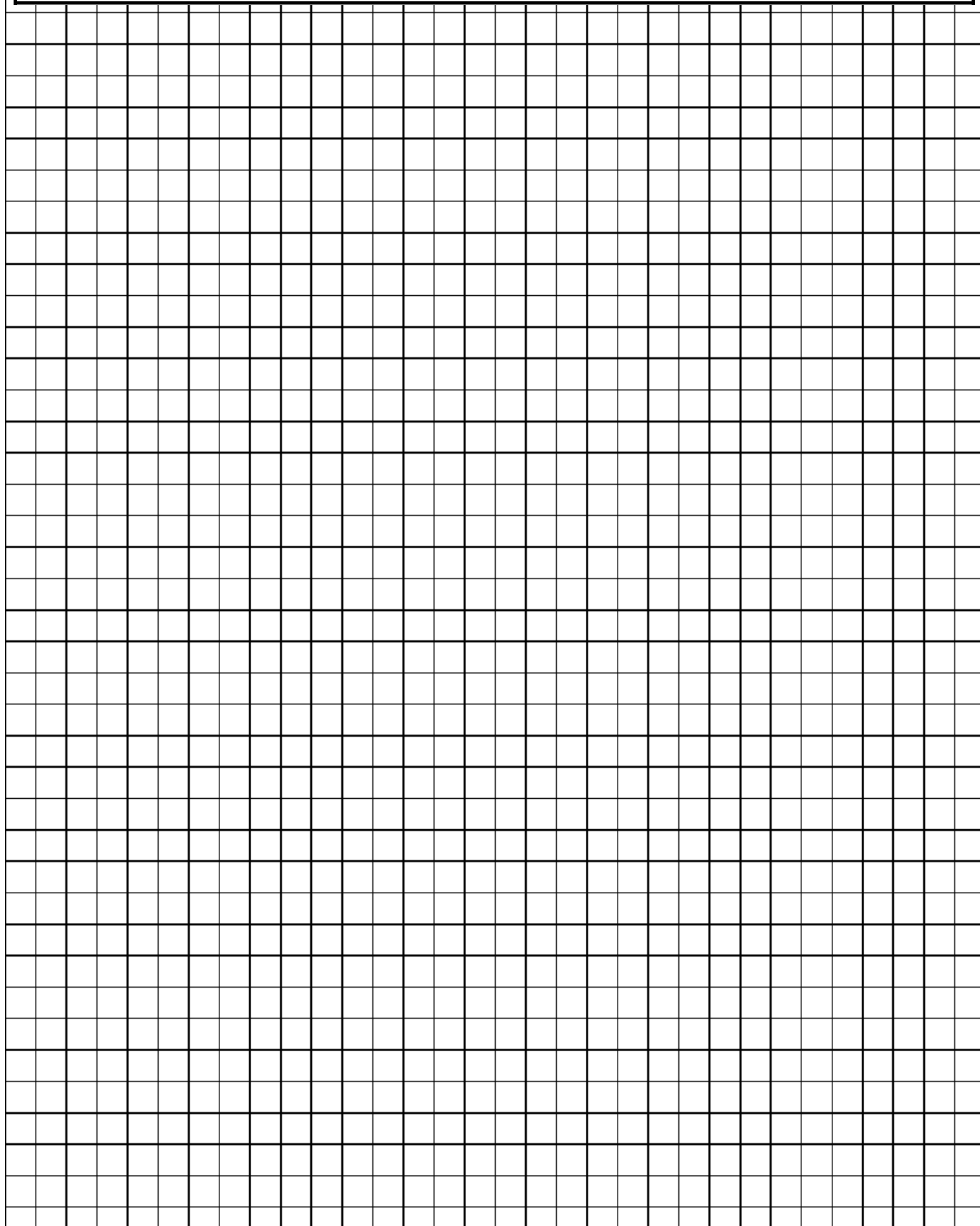
За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

№ 9.

Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

№ 10.

В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.



No 11.

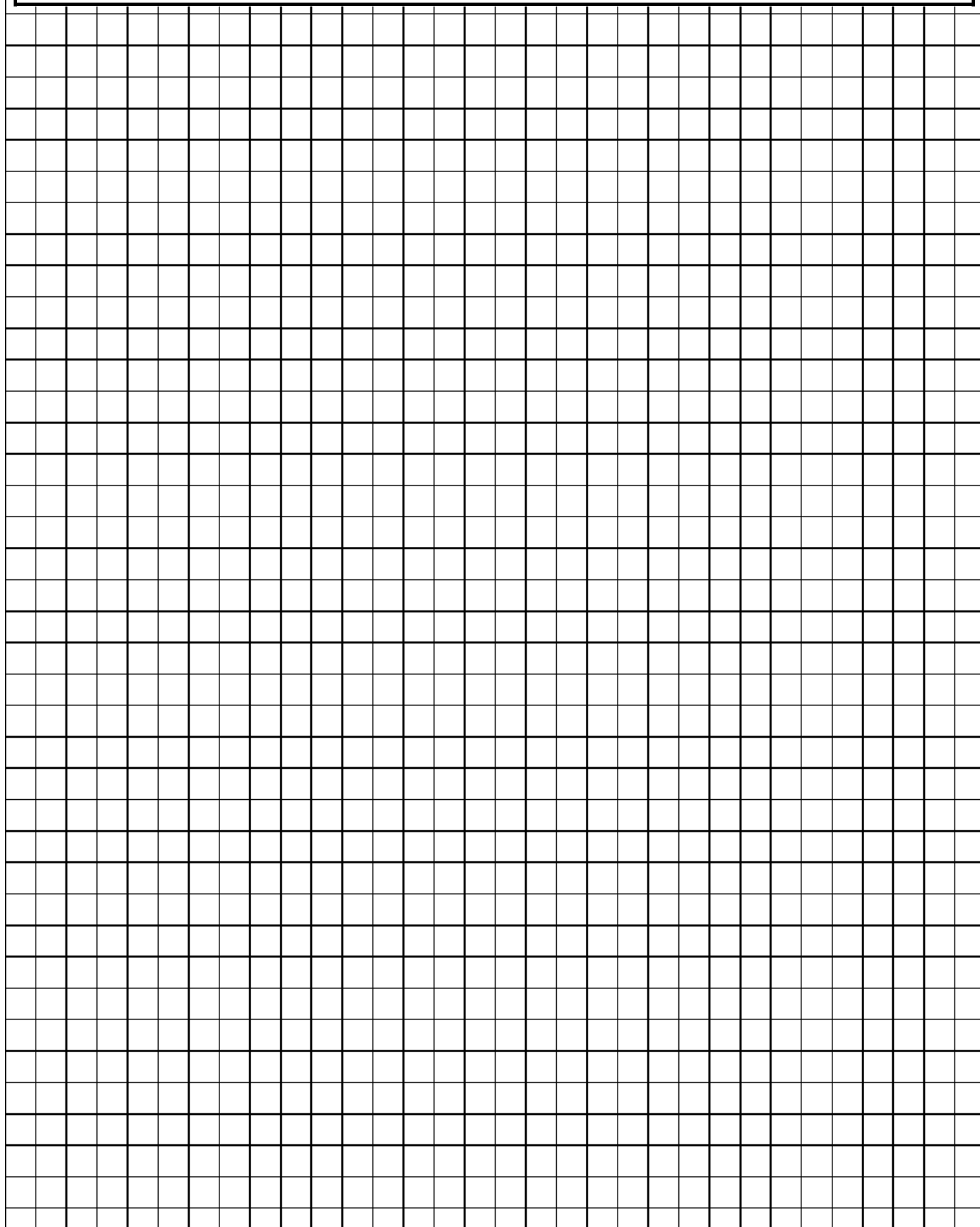
Правильный игральный кубик бросали до тех пор, пока сумма выпавших при всех бросках очков не стала равна 3. Какова вероятность того, что был сделан ровно один бросок? Ответ округлите до сотых.

No 12.

Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе: игроки случайным образом разбиваются на игровые пары; проигравший в каждой паре выбывает из турнира, а победитель выходит в следующий тур, где встречается со следующим противником, который определен жребием. Всего в турнире участвует 16 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игрока равна 0,5. Среди игроков два друга — Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придется сыграть друг с другом?

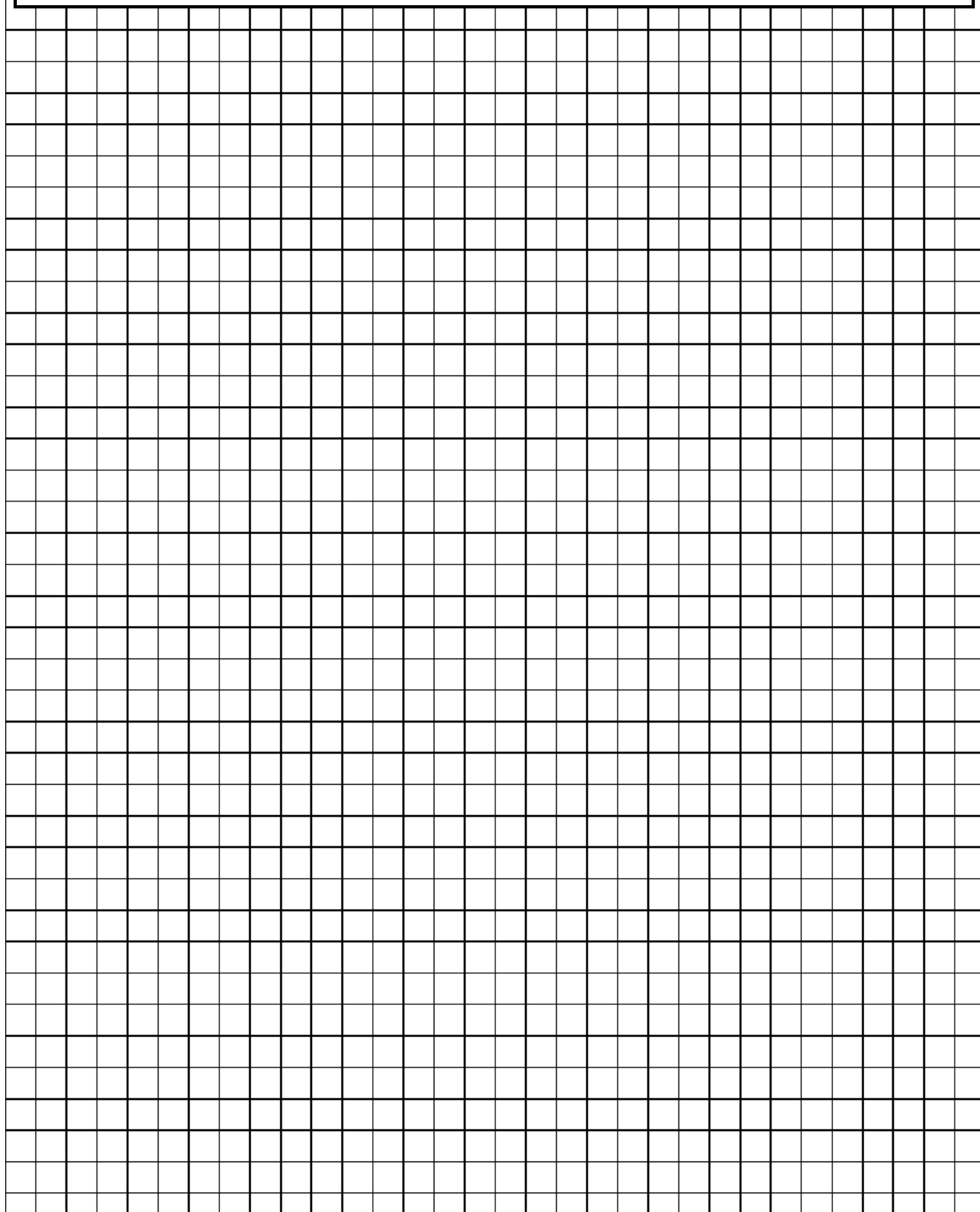
№ 13.

Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0.3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.



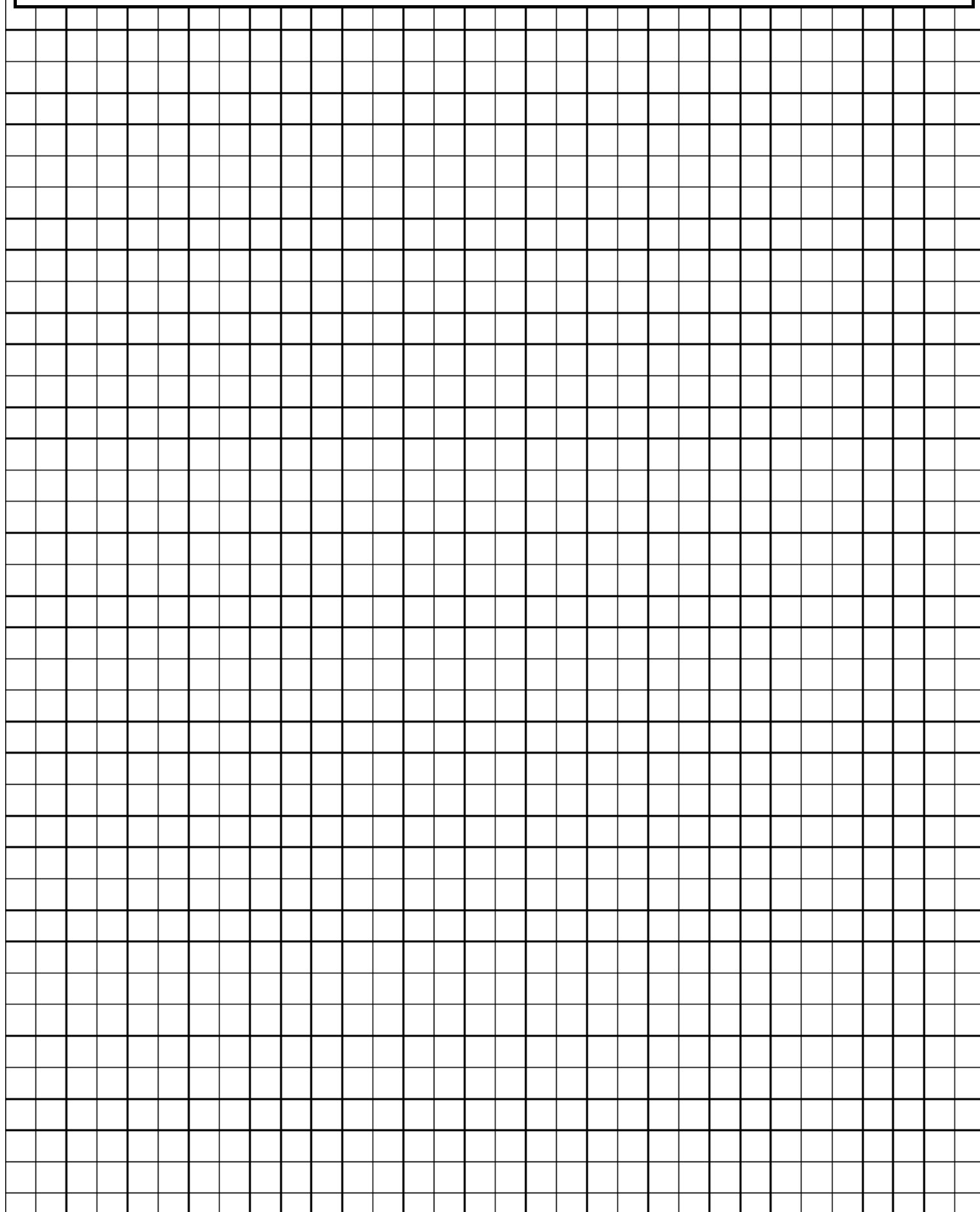
№ 14.

Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика нет нечётных чисел, а чётные числа 2, 4 и 6 встречаются по два раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 4 и 6 очков. Какова вероятность того, что бросали первый кубик?



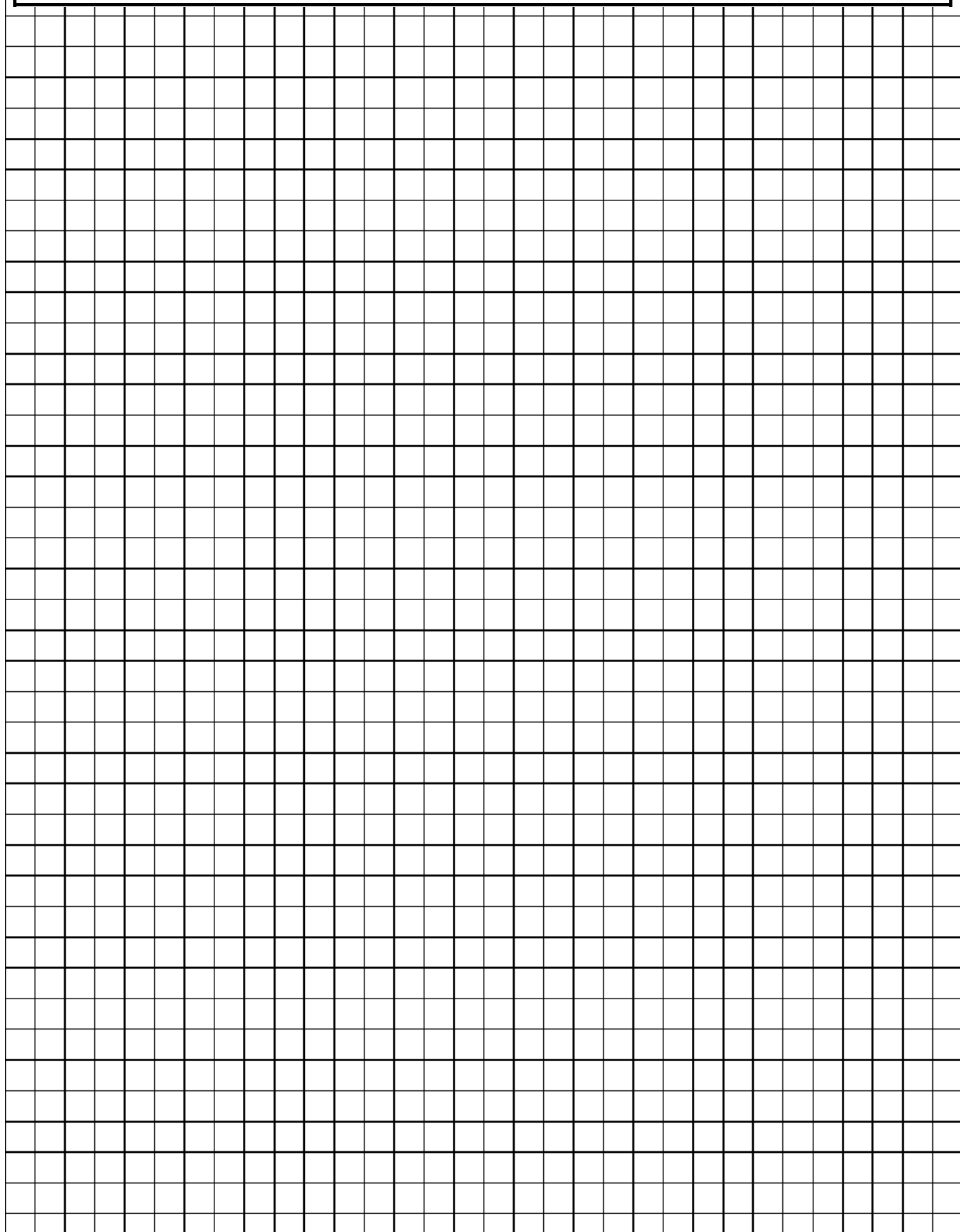
№ 15.

Стрелок стреляет по одному разу по каждой из пяти одинаковых мишеней. Вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна $0,8$. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно четыре мишени» больше вероятности события «стрелок поразит ровно три мишени»?



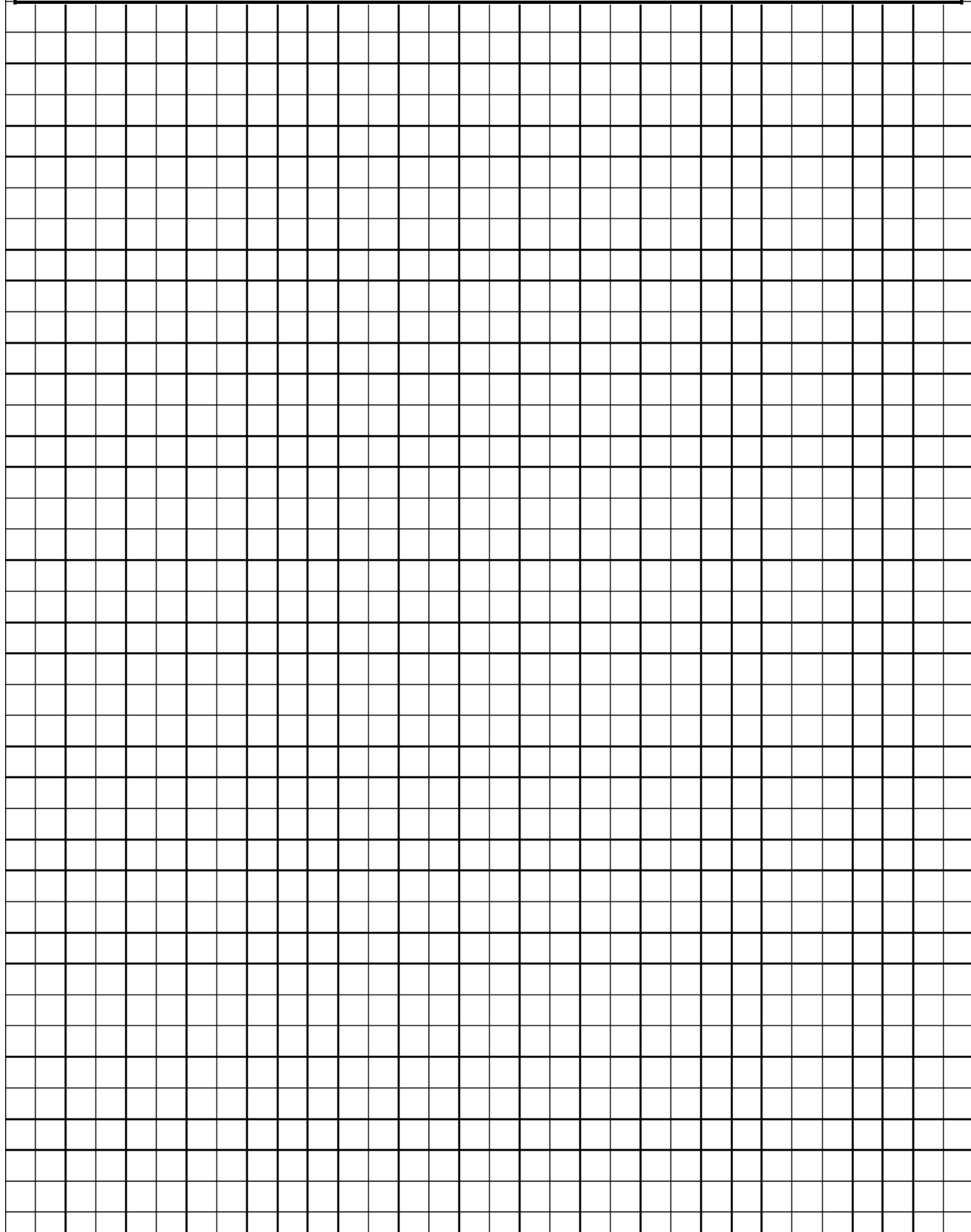
№ 16.

Найдите корень уравнения $\log_8 2^{8x-4} = 4$.



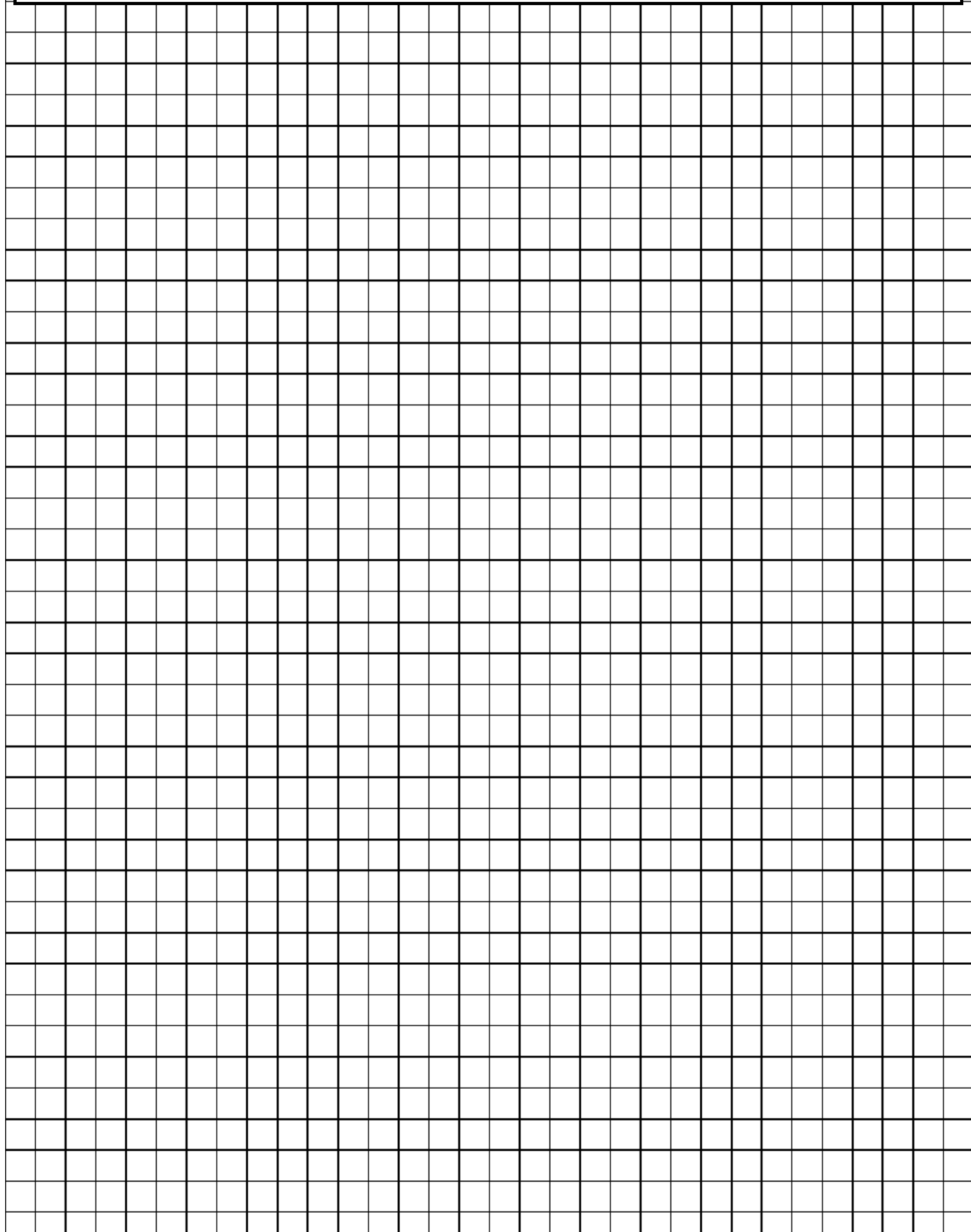
№ 17.

Найдите корень уравнения $7^{18,5x+0,7} = \frac{1}{343}$.



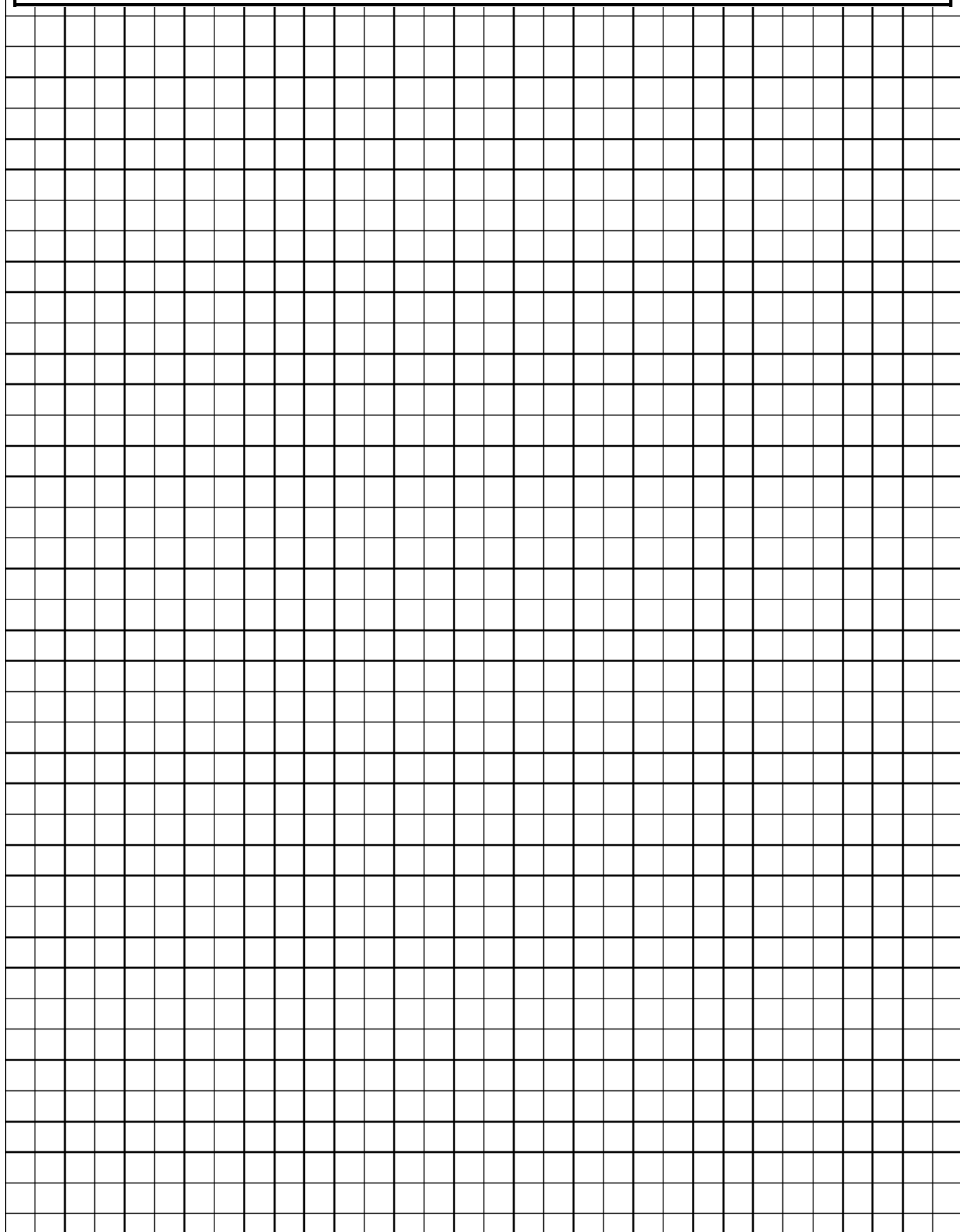
№ 18.

Найдите корень уравнения $\frac{1}{3x-4} = \frac{1}{4x-11}$.



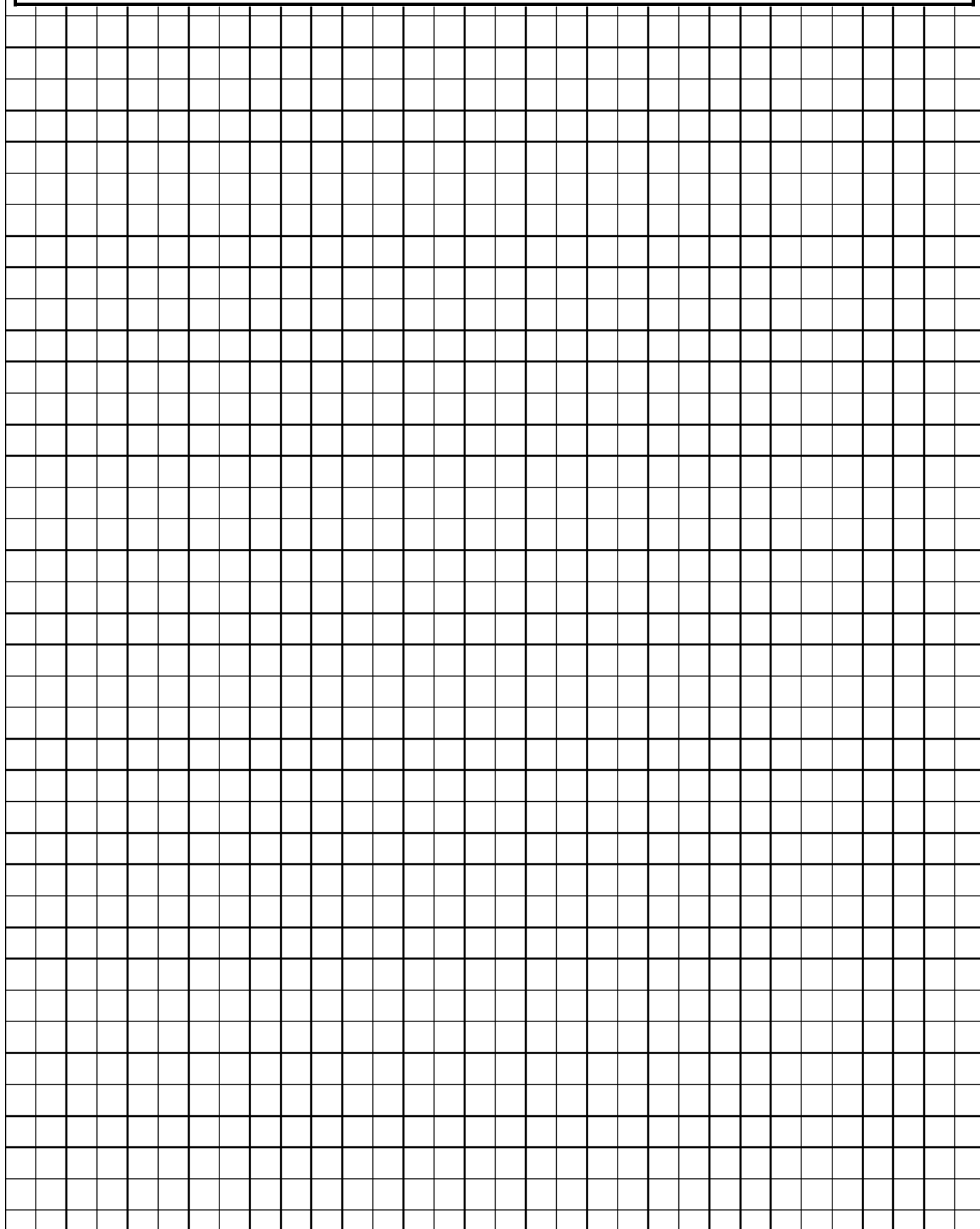
№ 19.

Найдите корень уравнения $\log_5(5-x) = \log_5 3$.



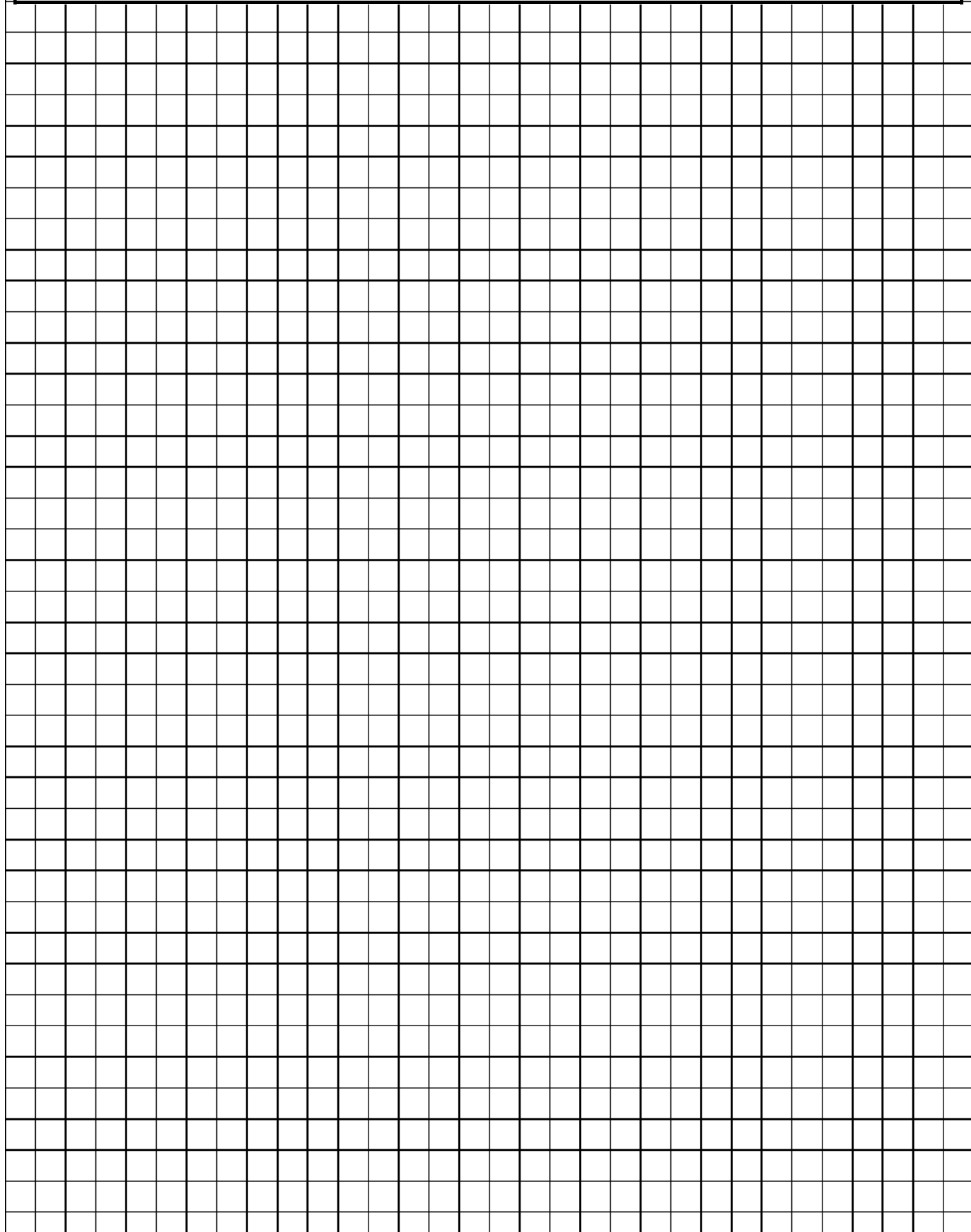
№ 20.

Решите уравнение $\frac{13x}{2x^2-7} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.



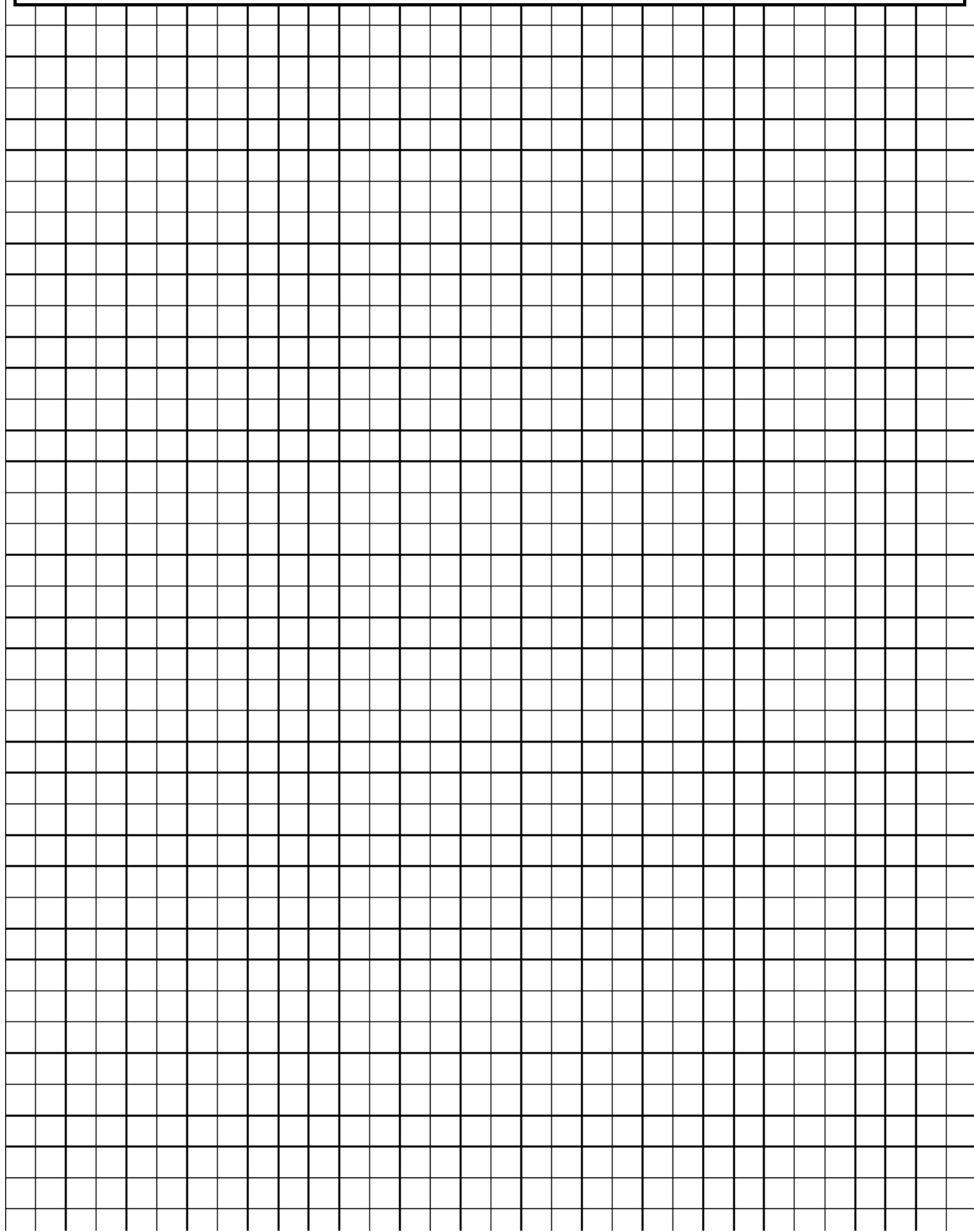
№ 21.

Найдите корень уравнения: $-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9}$.



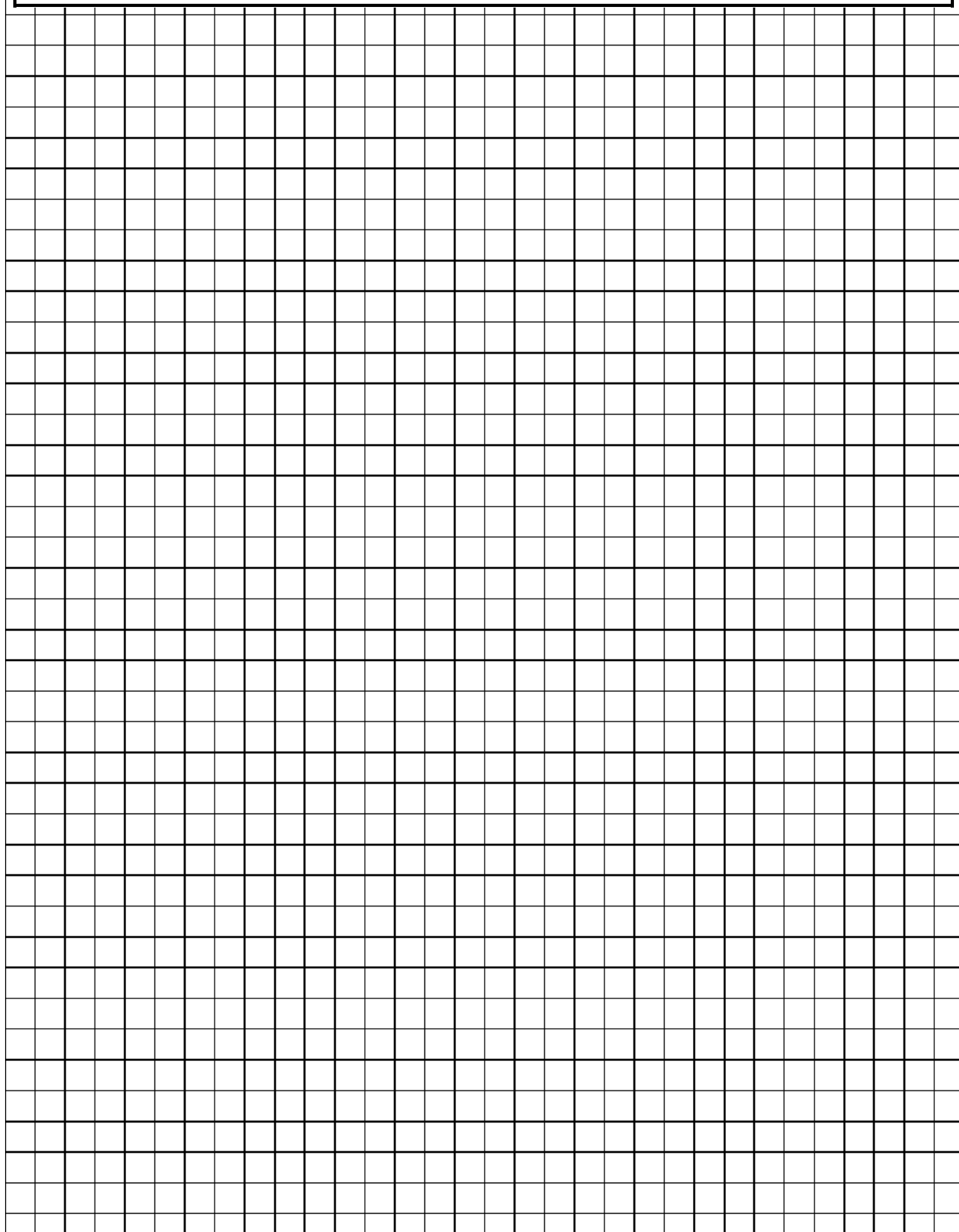
№ 22.

Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}}$.



№ 23.

Найдите значение выражения $\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25$.

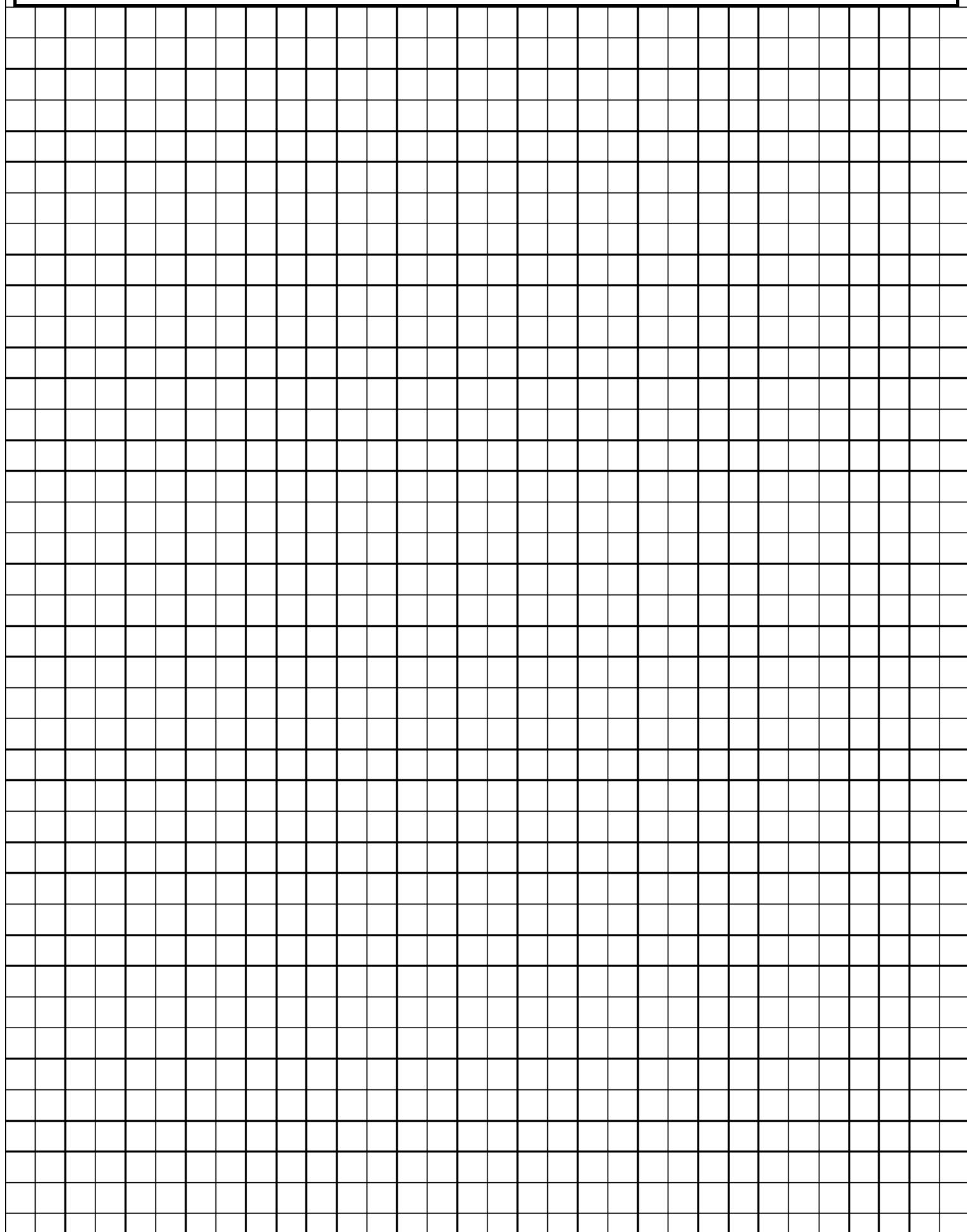


№ 24.

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{a} \sqrt[18]{a}}{a \sqrt[6]{a}}$ при $a = 1,25$.

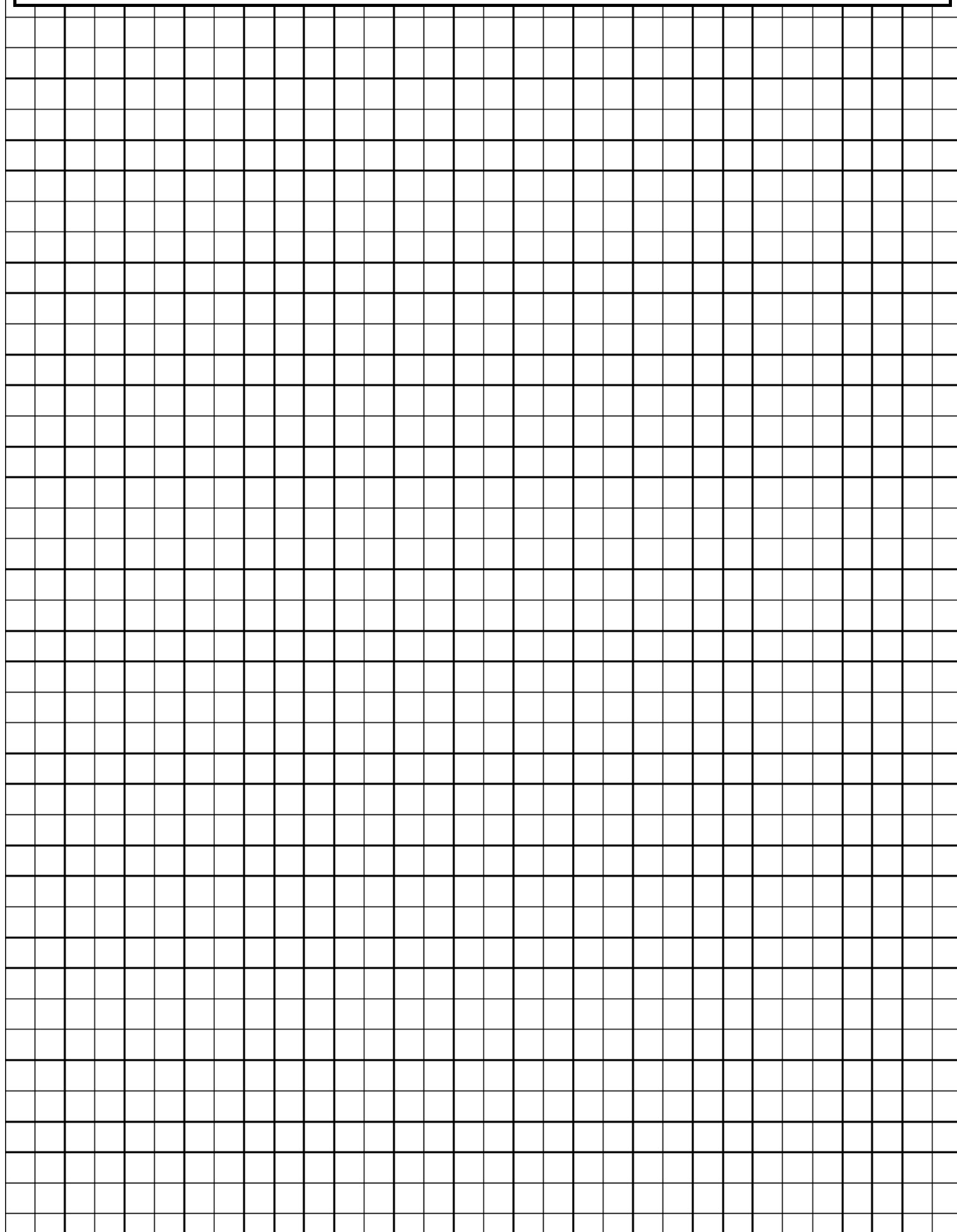
№ 25.

Найдите значение выражения $24\sqrt{2}\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.



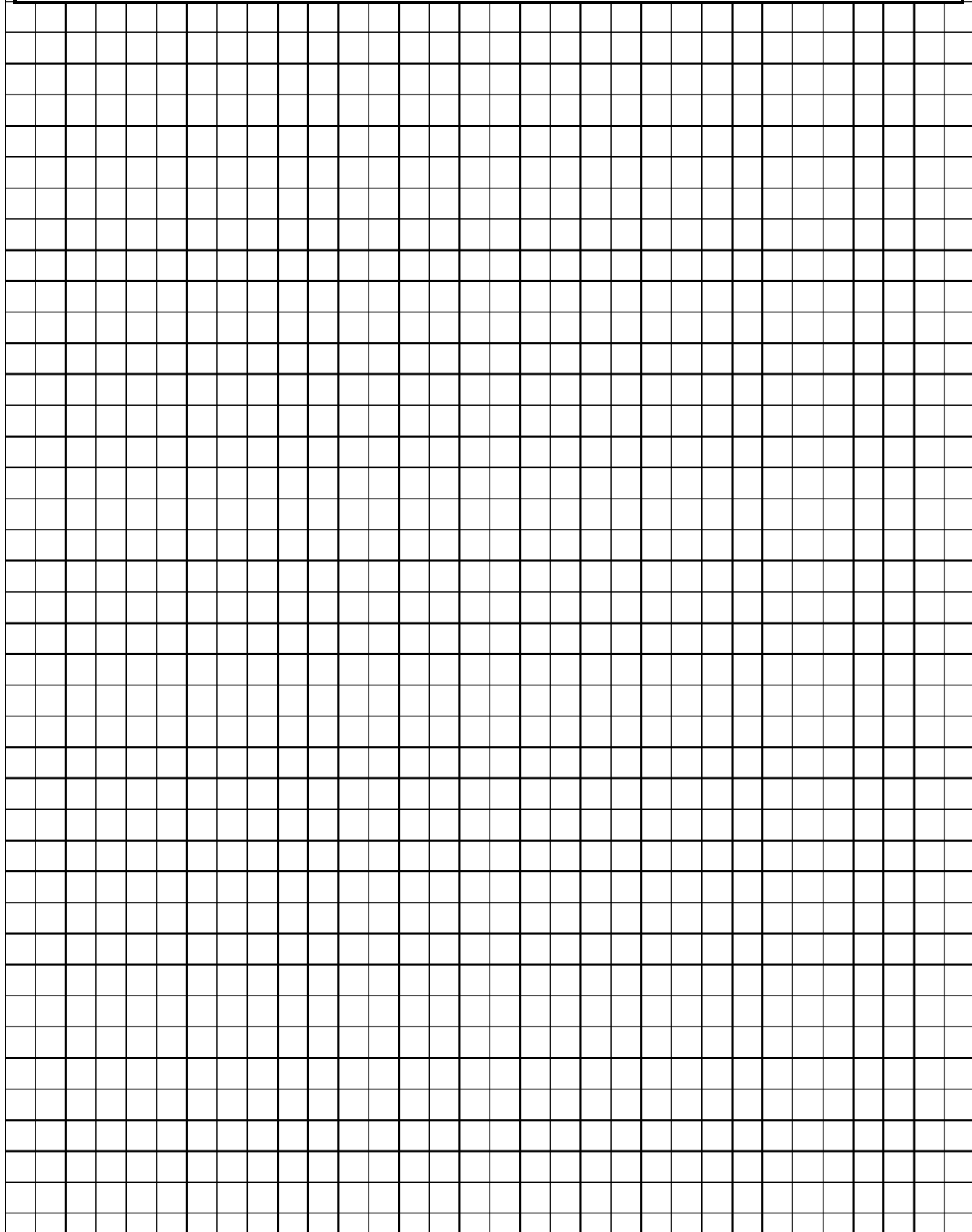
№ 26.

Найдите значение выражения $5^{\log_{25} 49}$.



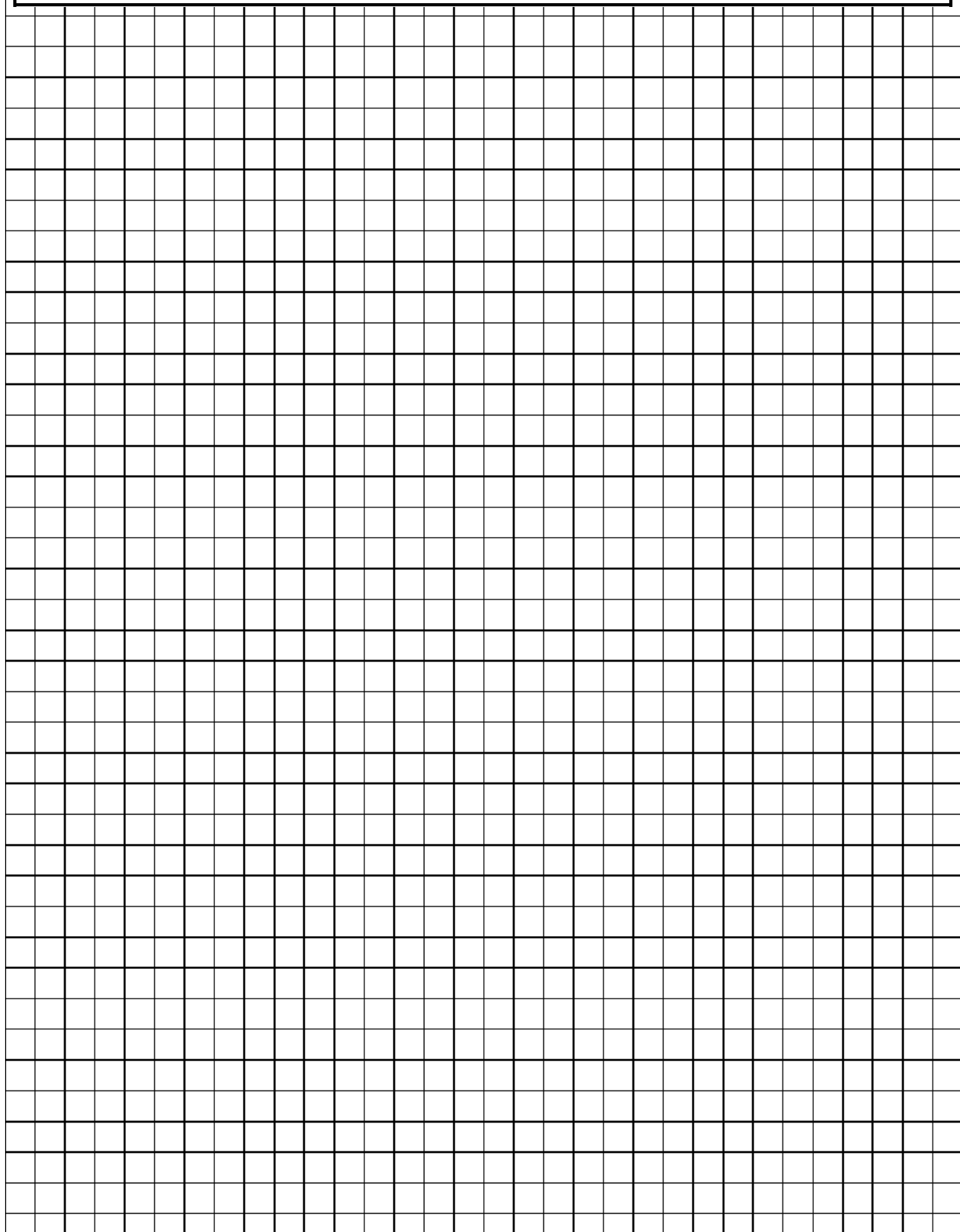
№ 27.

Найдите значение выражения $\frac{24}{3^{\log_3 2}}$.



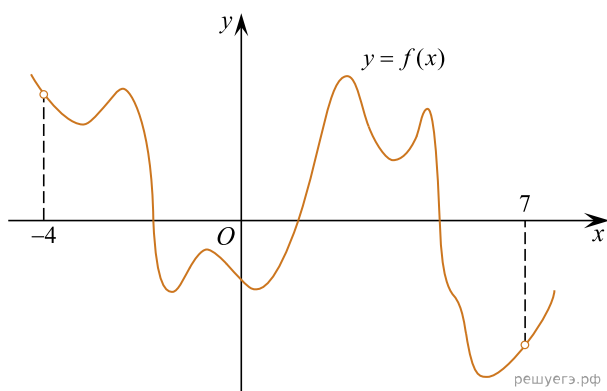
№ 28.

Найдите значение выражения $\log_5 60 - \log_5 12$.



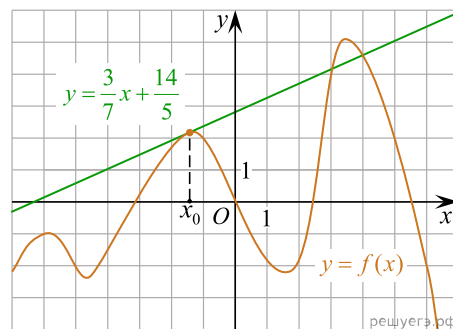
№ 29.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих интервалу $(-4; 7)$.



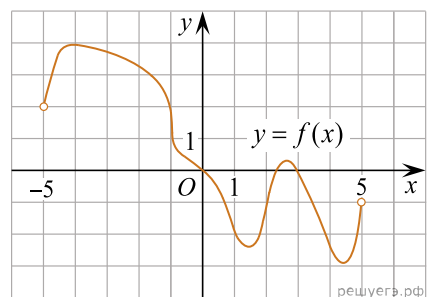
№ 30.

На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0 . Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции $g(x)=3f(x)+\frac{5}{7}x-4$ в точке x_0 .



№ 31.

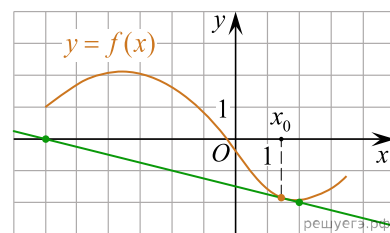
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$ или совпадает с ней.



reshyva.pf

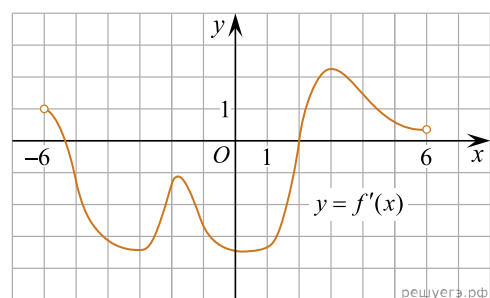
№ 32.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



№ 33.

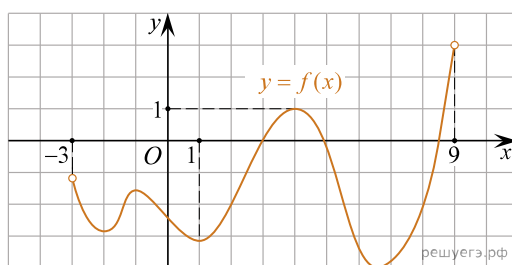
На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



reshyegaz.ru

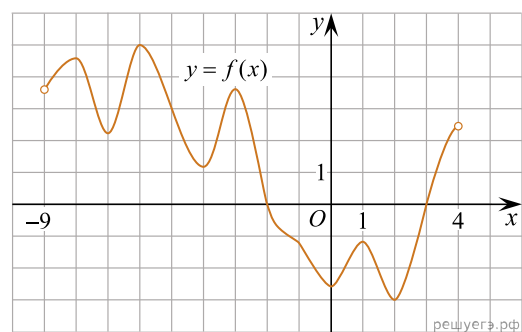
№ 34.

На рисунке изображен график функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 9)$. Найдите количество точек, в которых производная функции равна нулю на отрезке $[0; 8]$.



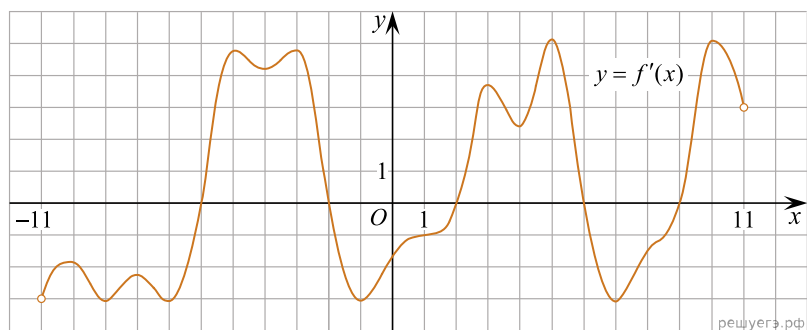
№ 35.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-9; 4)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



№ 36.

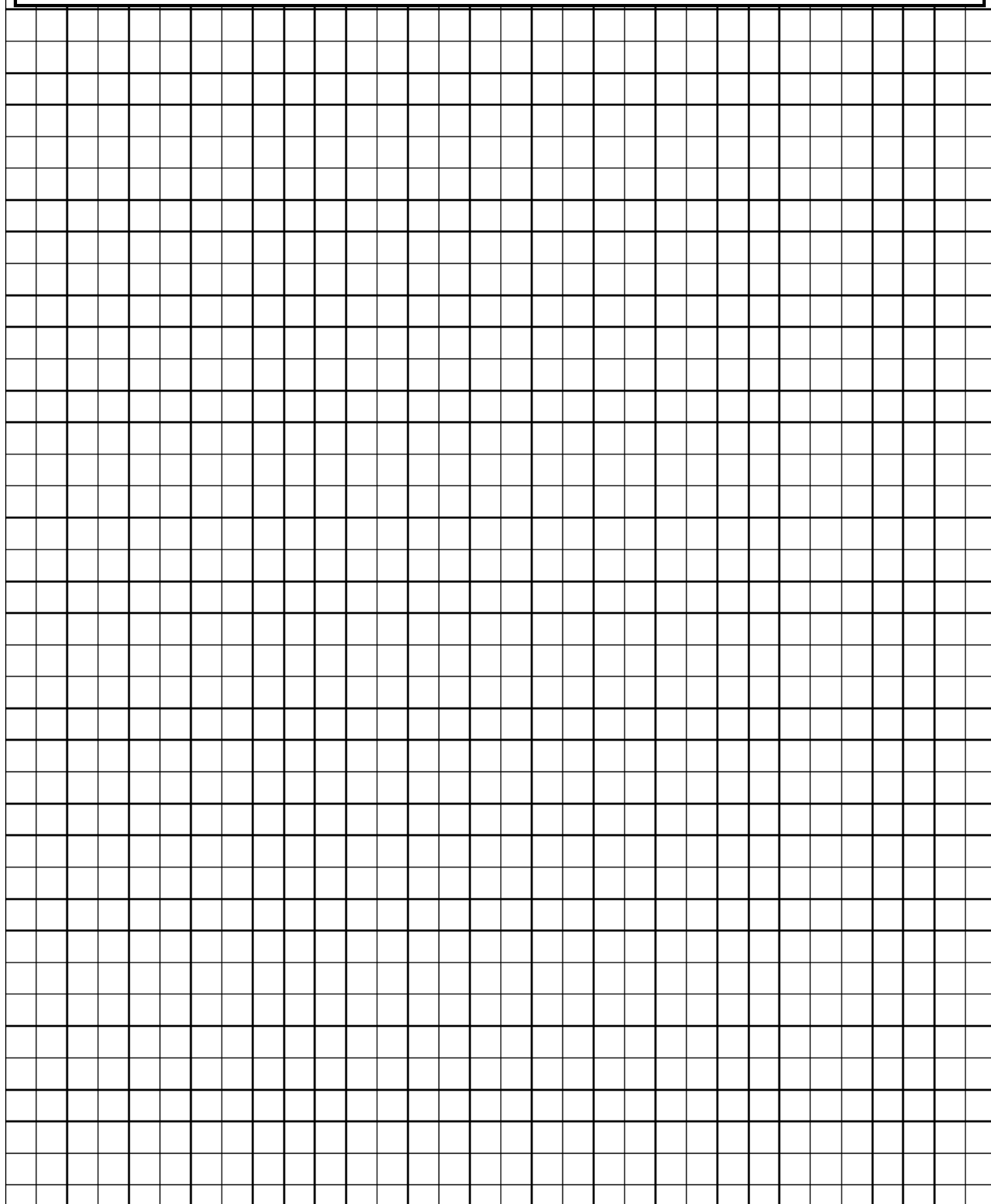
На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 11)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-10; 10]$.



решуегэ.рф

№ 37.

Наблюдатель находится на высоте h , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 4 километров? Ответ выразите в метрах.



N_o 38.

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности I_n , оперативности O_p , объективности публикаций Tr , а также качества сайта Q . Каждый отдельный показатель — целое число от -2 до 2 .

Составители рейтинга считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — впятеро дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид
$$R = \frac{5In + Op + 3Tr + Q}{A},$$

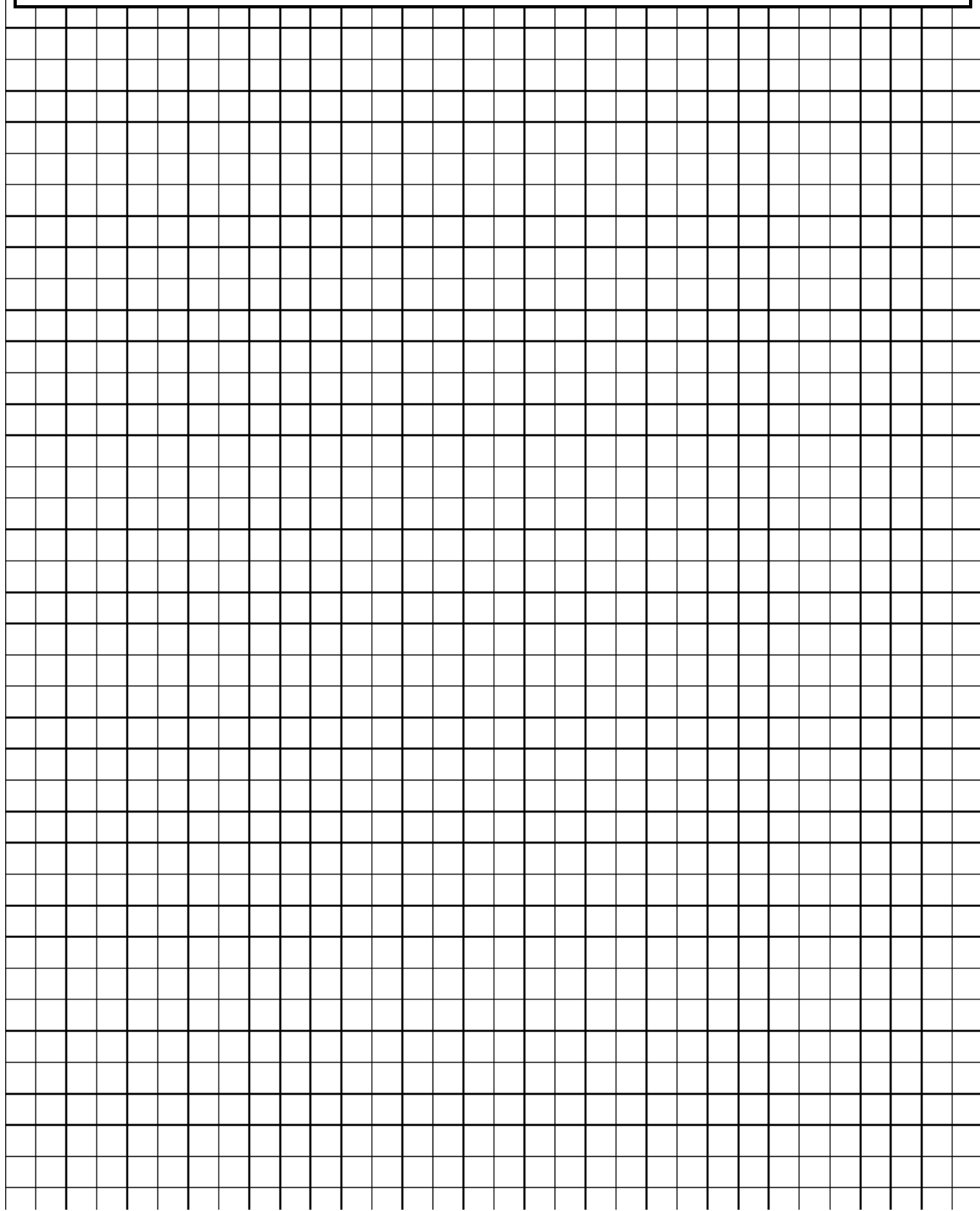
Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A , при котором это условие будет выполняться.

№ 39.

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 256 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

№ 40.

Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой $h(t) = -5t^2 + 18t$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 9 метров?



№ 41.

Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

№ 42.

Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 5 \sin \pi t$ (см/с), где t — время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения была не менее 2,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

№ 43.

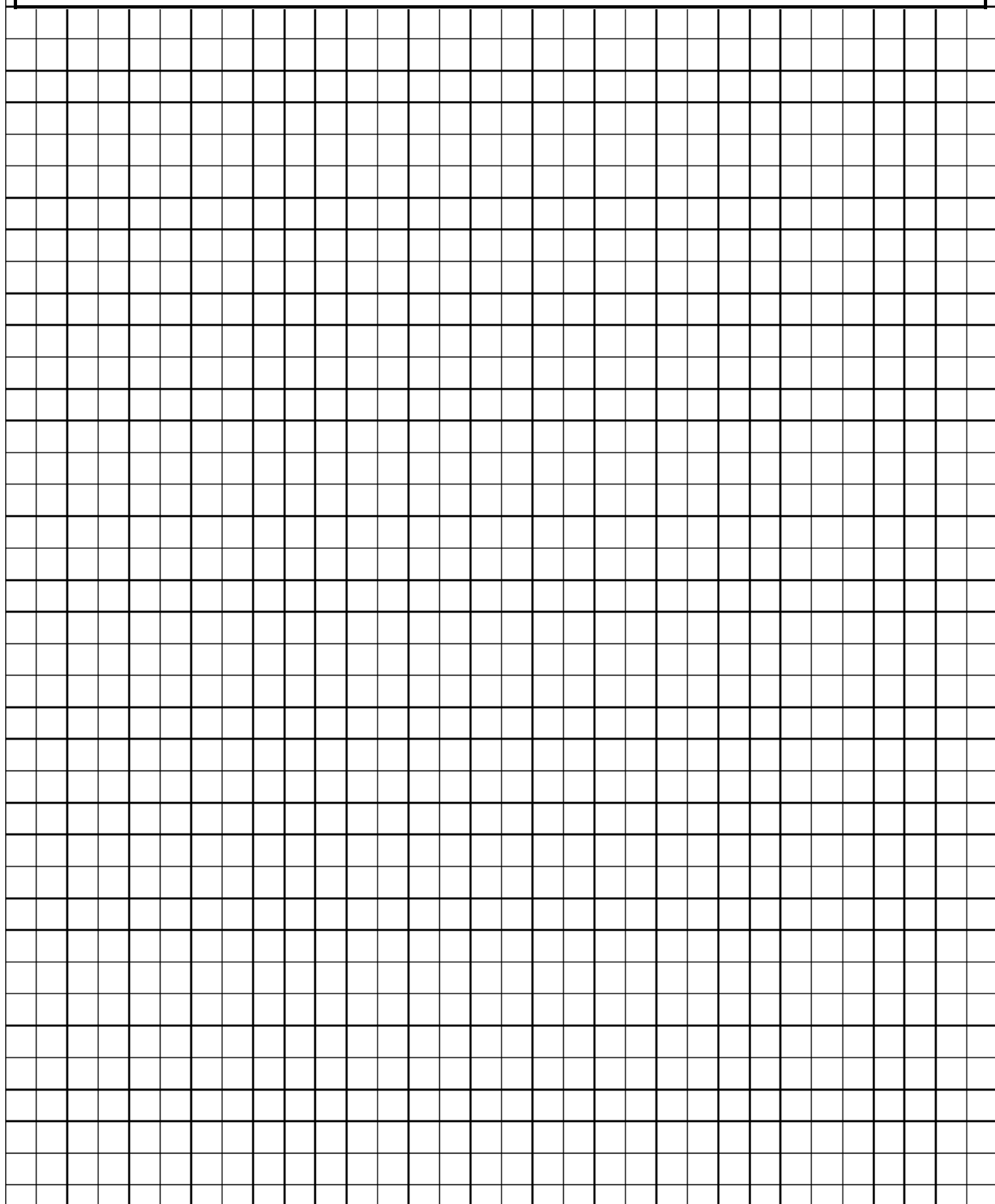
Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому $P = \sigma ST^4$, где P — мощность излучения звезды (в ваттах), $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{16} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а мощность её излучения равна $9,12 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$. Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

№ 44.

При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 1,25 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$, где p — давление газа (в Па), V — объём газа (в м^3), $k = \frac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в м^3) будет занимать газ при давлении p , равном $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

№ 45.

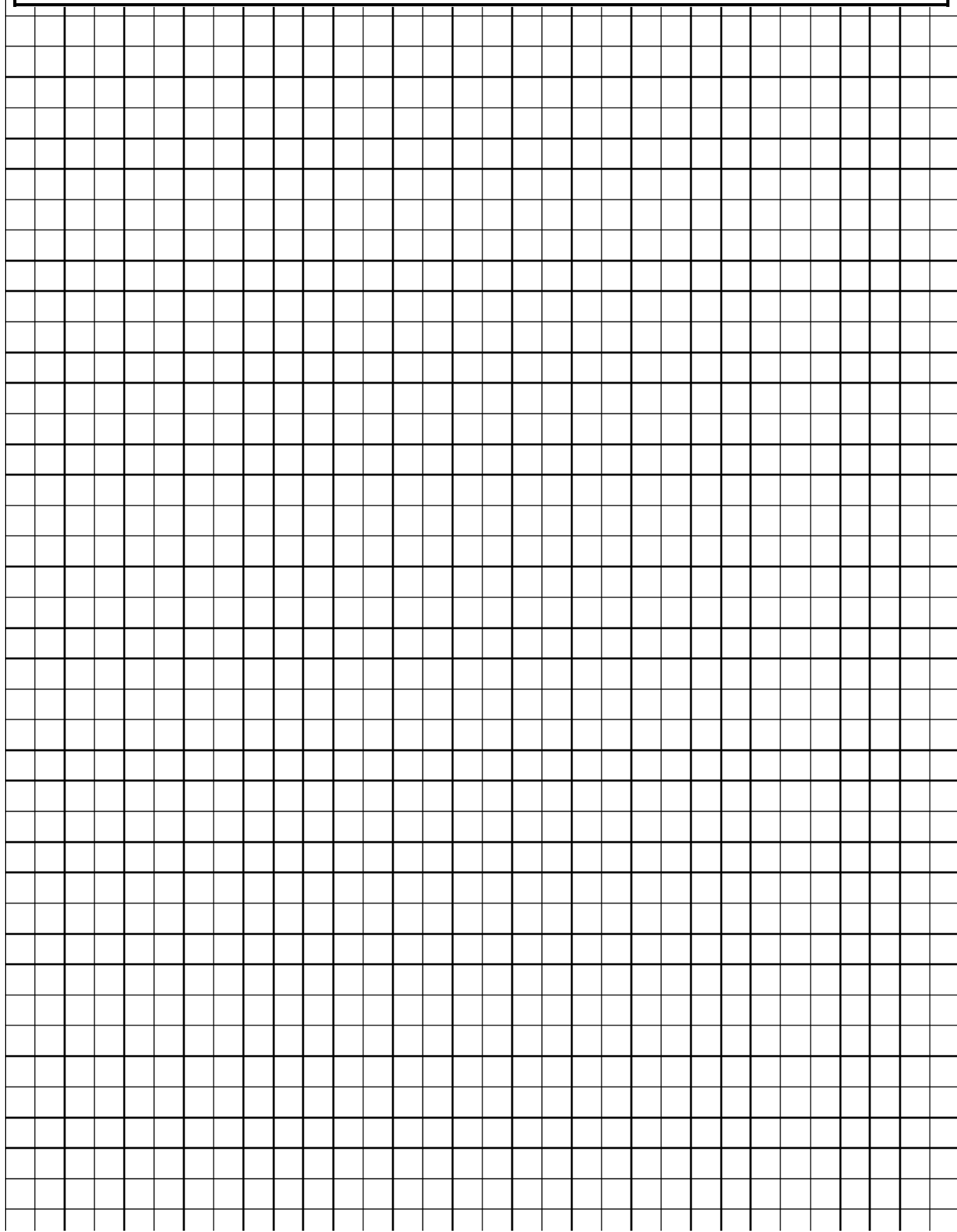
Электрический прибор после включения в сеть нагревается и через некоторое время автоматически выключается и начинает остывать. Температура прибора в градусах Цельсия вычисляется по формуле: $T = -t^2 + 14t + T_0$, где t — время в минутах, прошедшее после включения прибора в сеть, $T_0 = 25^\circ\text{C}$ — начальная температура прибора. На протяжении какого времени в минутах температура прибора будет не менее 70°C ?



№ 46.

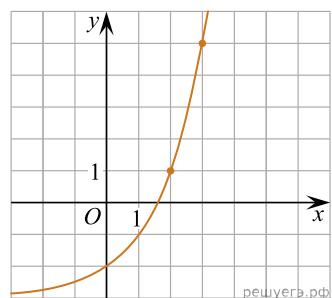
На рисунке изображен график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(4)$.

□



№ 47.

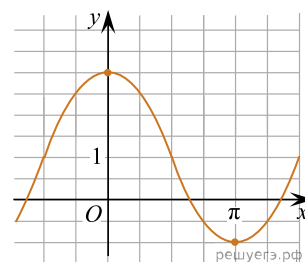
На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите $f(6)$.



reshyaer.ru

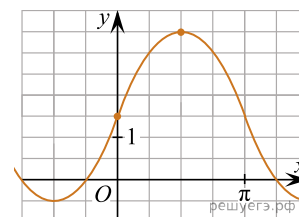
№ 48.

На рисунке изображён график функции $f(x) = a \cos x + b$, где a и b — целые числа. Найдите $y\left(\frac{13\pi}{3}\right)$.



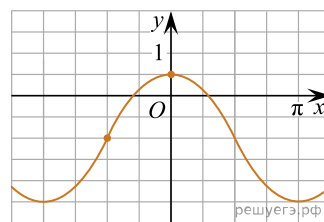
№ 49.

На рисунке изображён график функции $f(x) = a \sin x + b$. Найдите a .



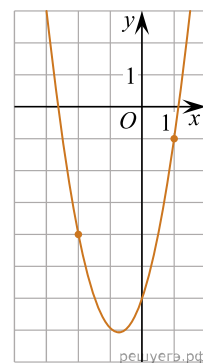
№ 50.

На рисунке изображён график функции $f(x) = a \cos x + b$. Найдите a .



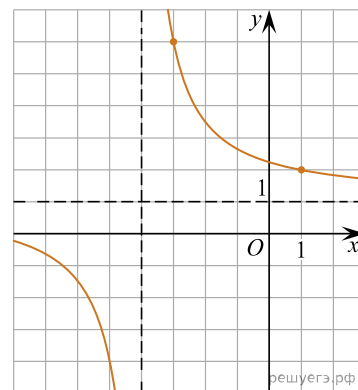
№ 51.

На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx - 6$. Найдите $f(-6)$.



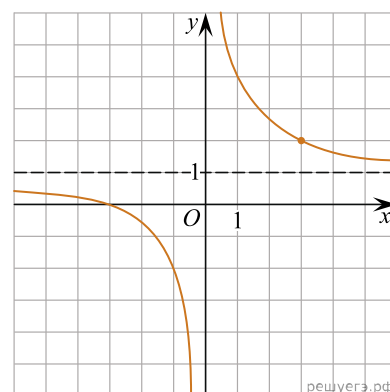
№ 52.

На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{kx+a}{x+b}$. Найдите a .



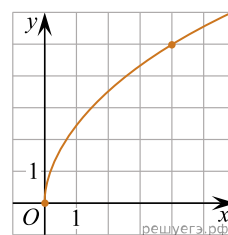
№ 53.

На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите $f(-12)$.



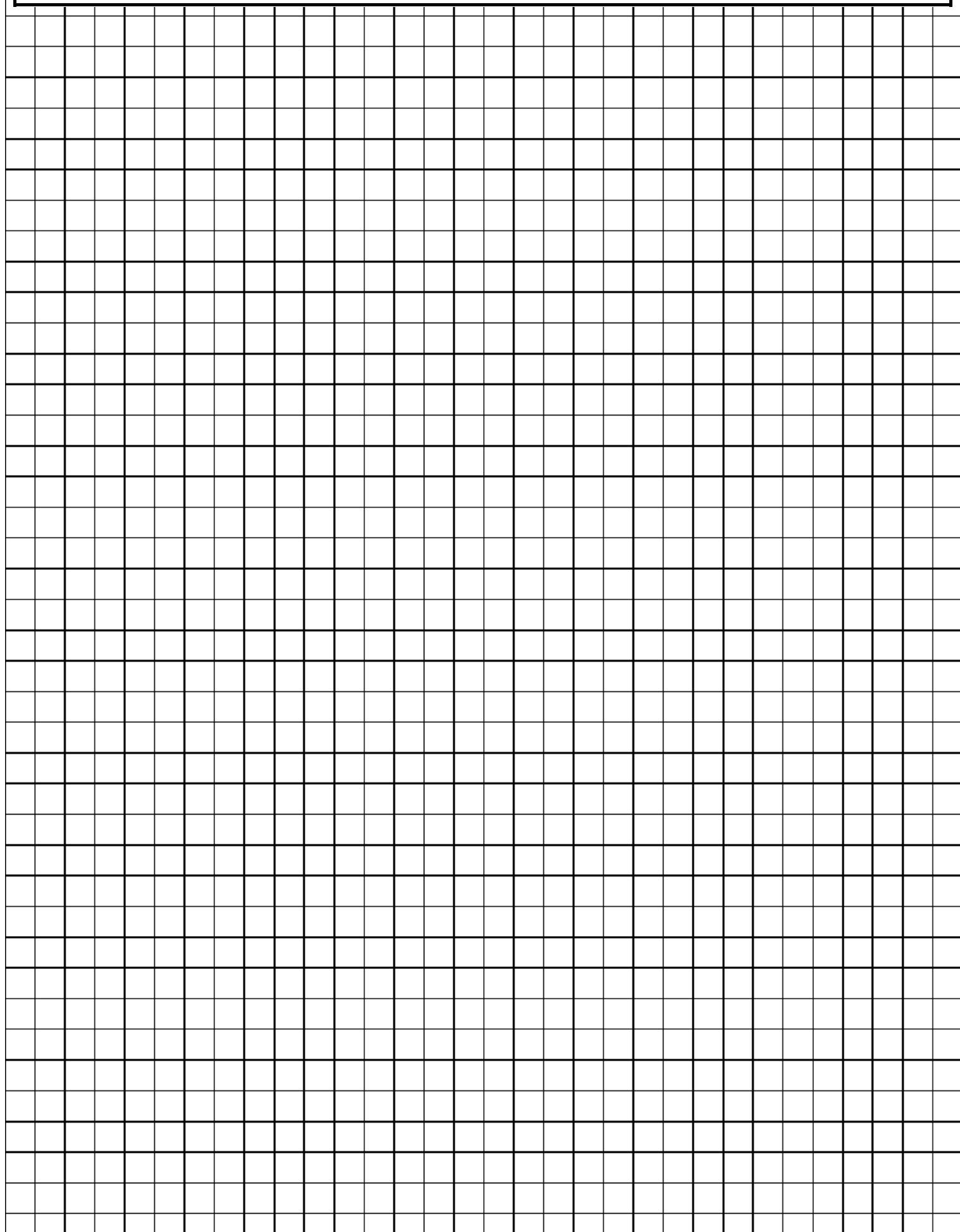
№ 54.

На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 3,5$.



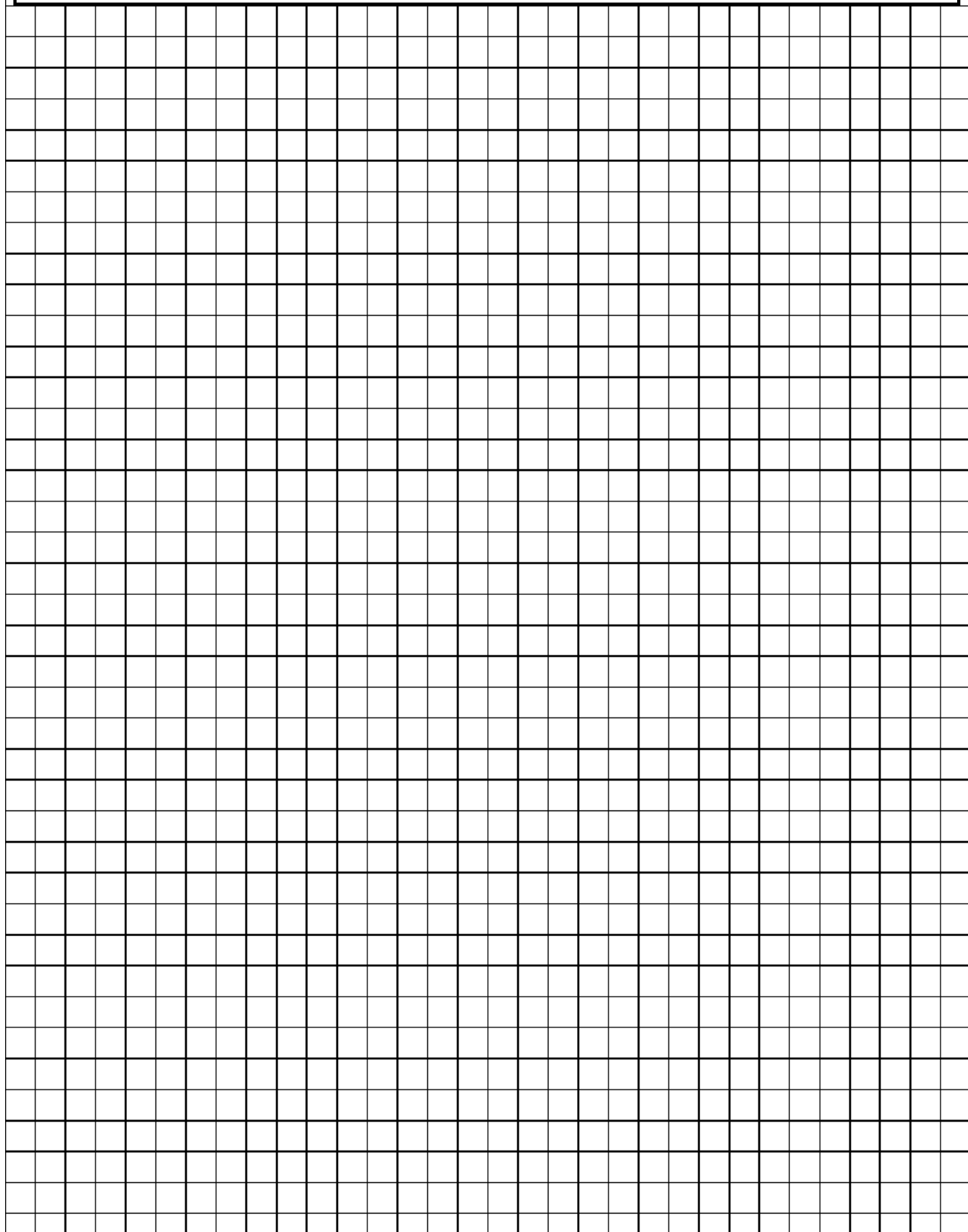
№ 55.

Найдите точку максимума функции $y = 8\ln(x+7) - 8x + 3$.



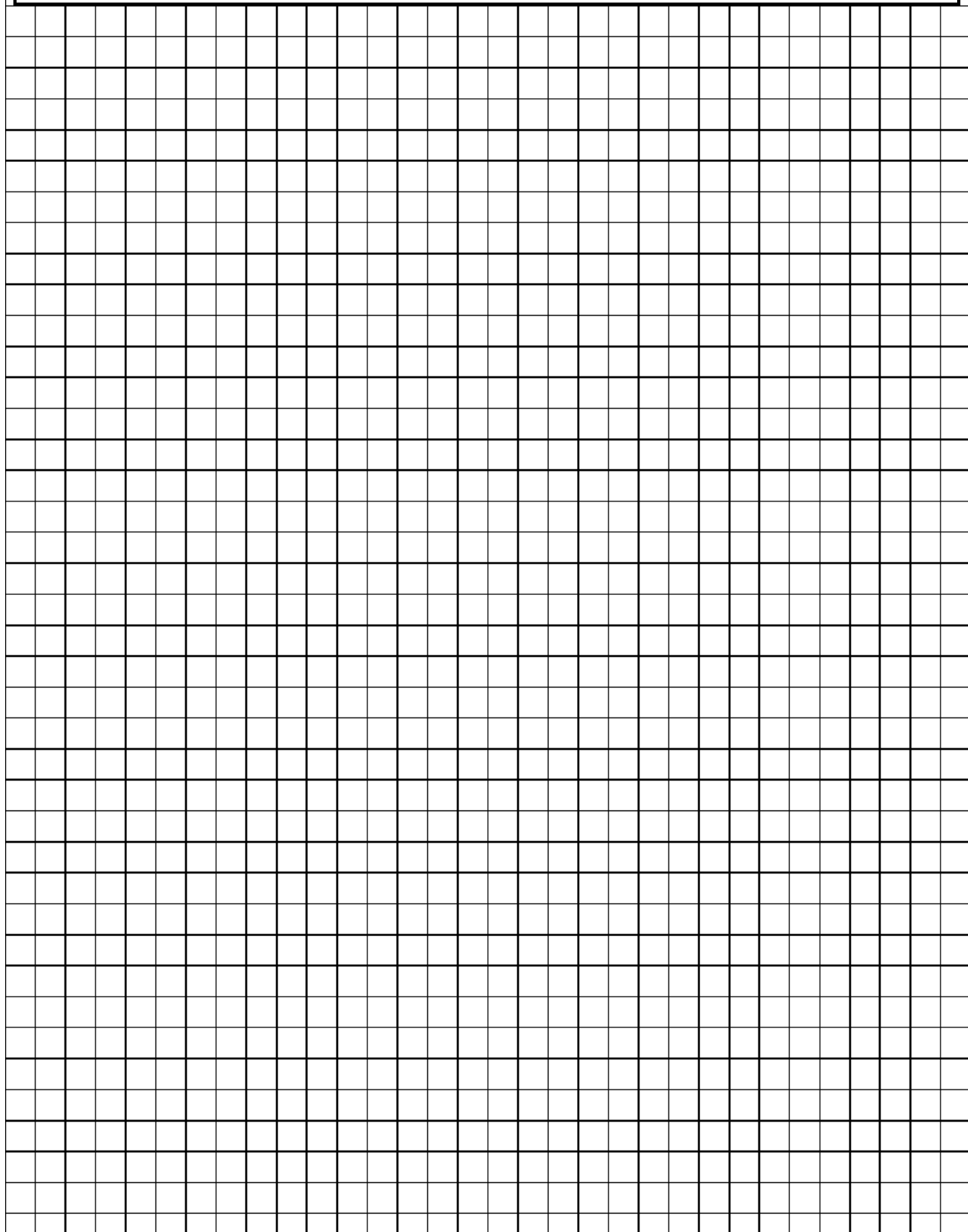
№ 56.

Найдите наибольшее значение функции $y = 15x - 3\sin x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.



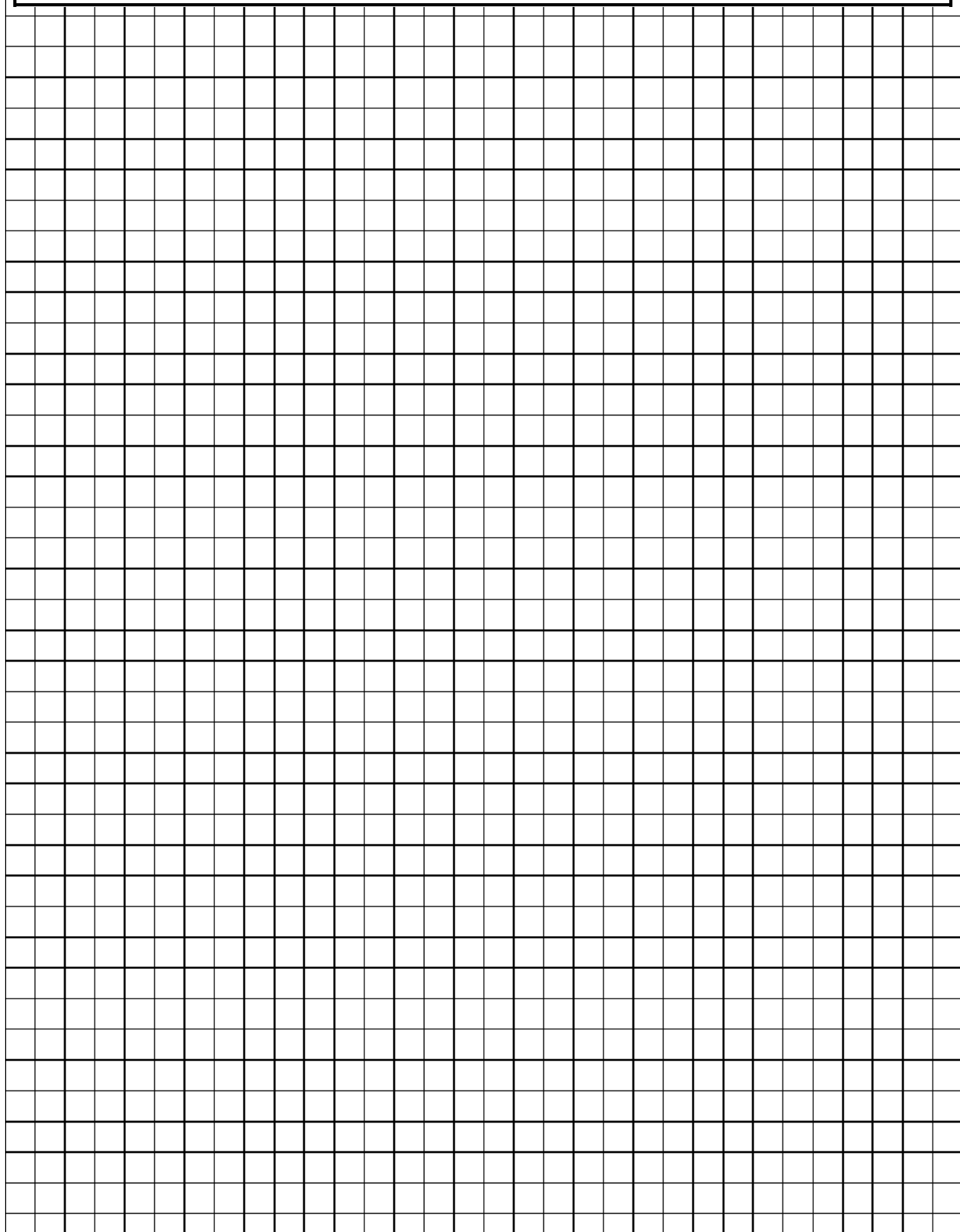
№ 57.

Найдите наибольшее значение функции $y = 14x - 7\operatorname{tg}x - 3,5\pi + 11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.



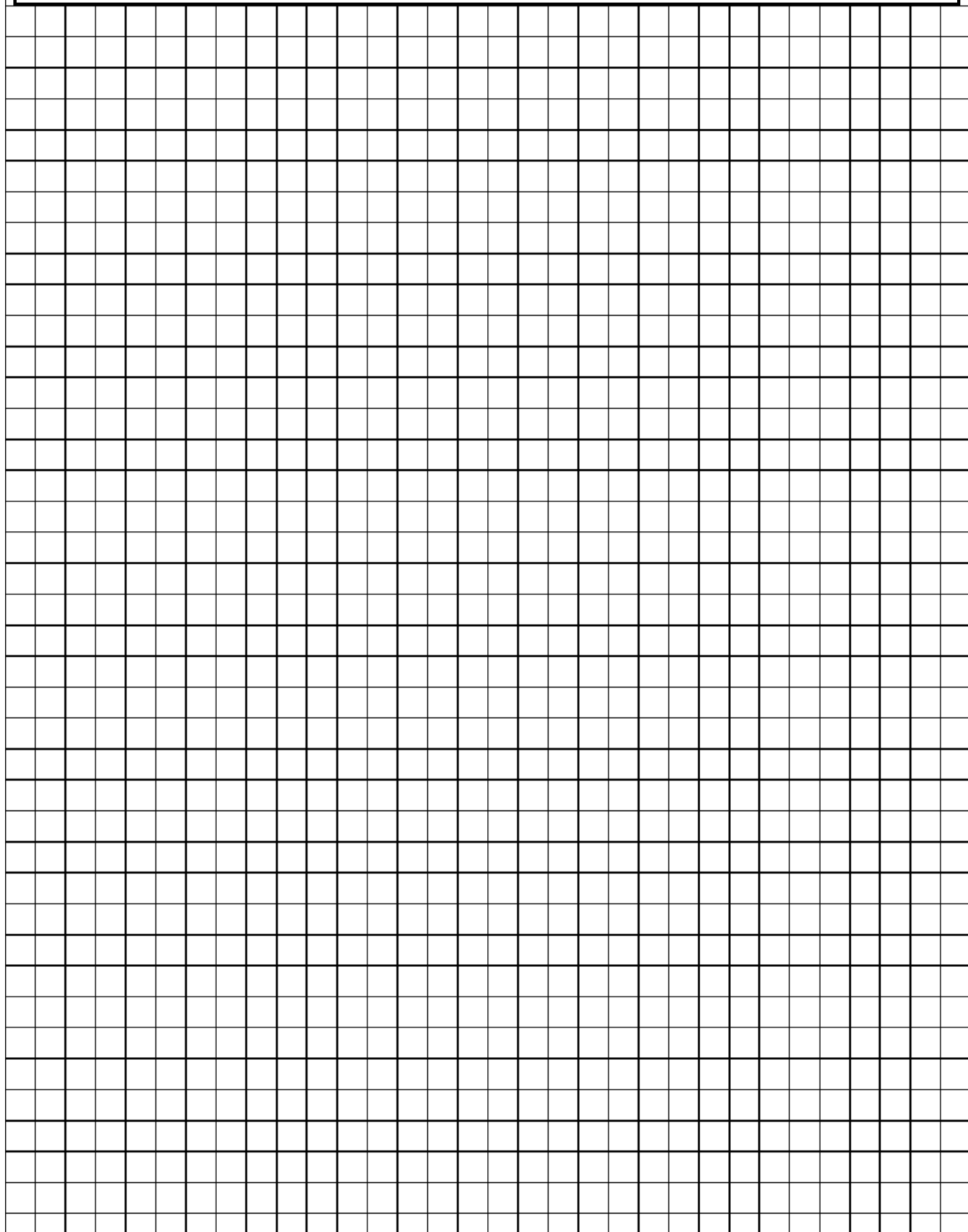
№ 58.

Найдите наименьшее значение функции $y = \log_3(x^2 - 6x + 10) + 2$.



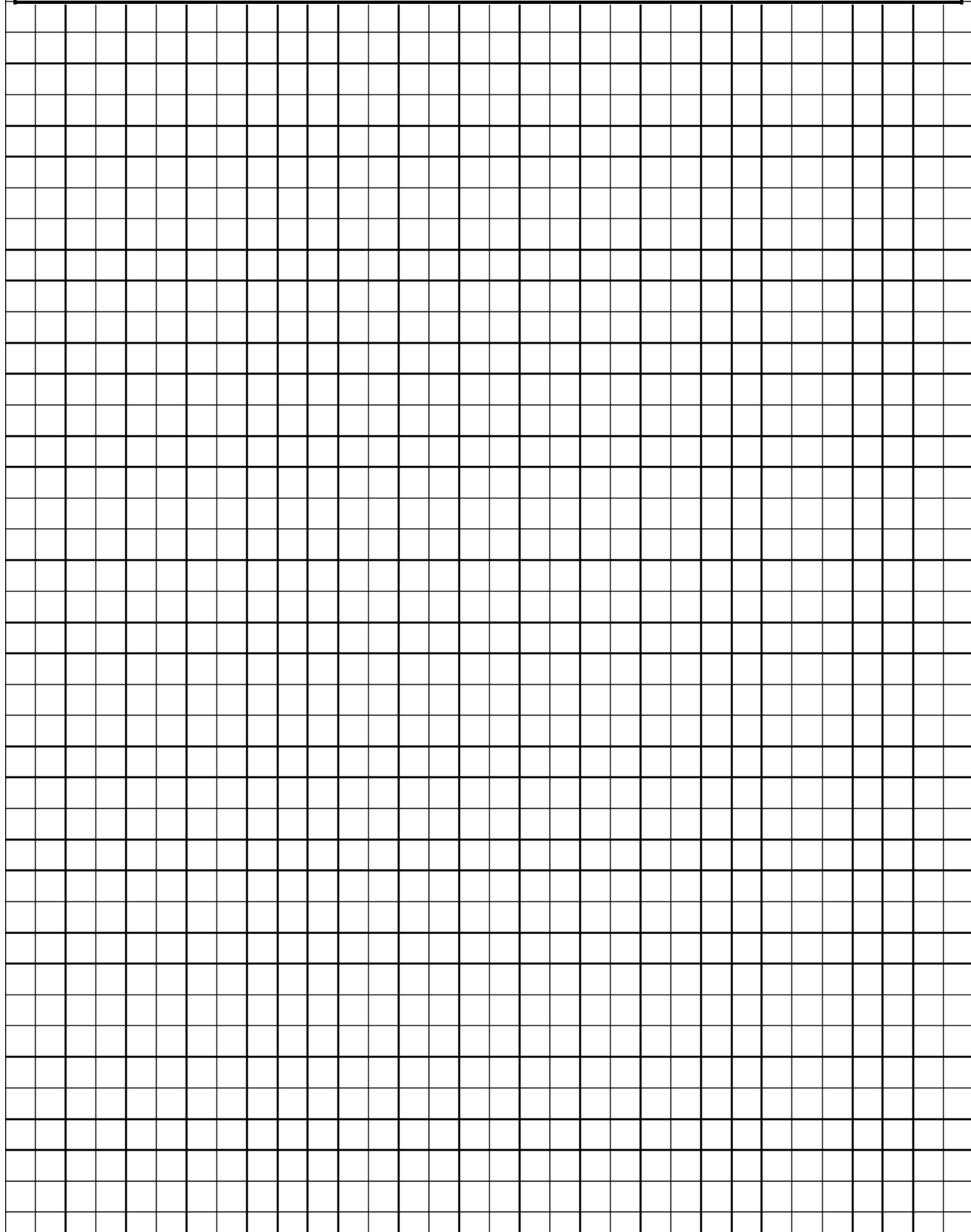
№ 59.

Найдите наибольшее значение функции $y = 16\operatorname{tg} x - 16x + 4\pi - 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.



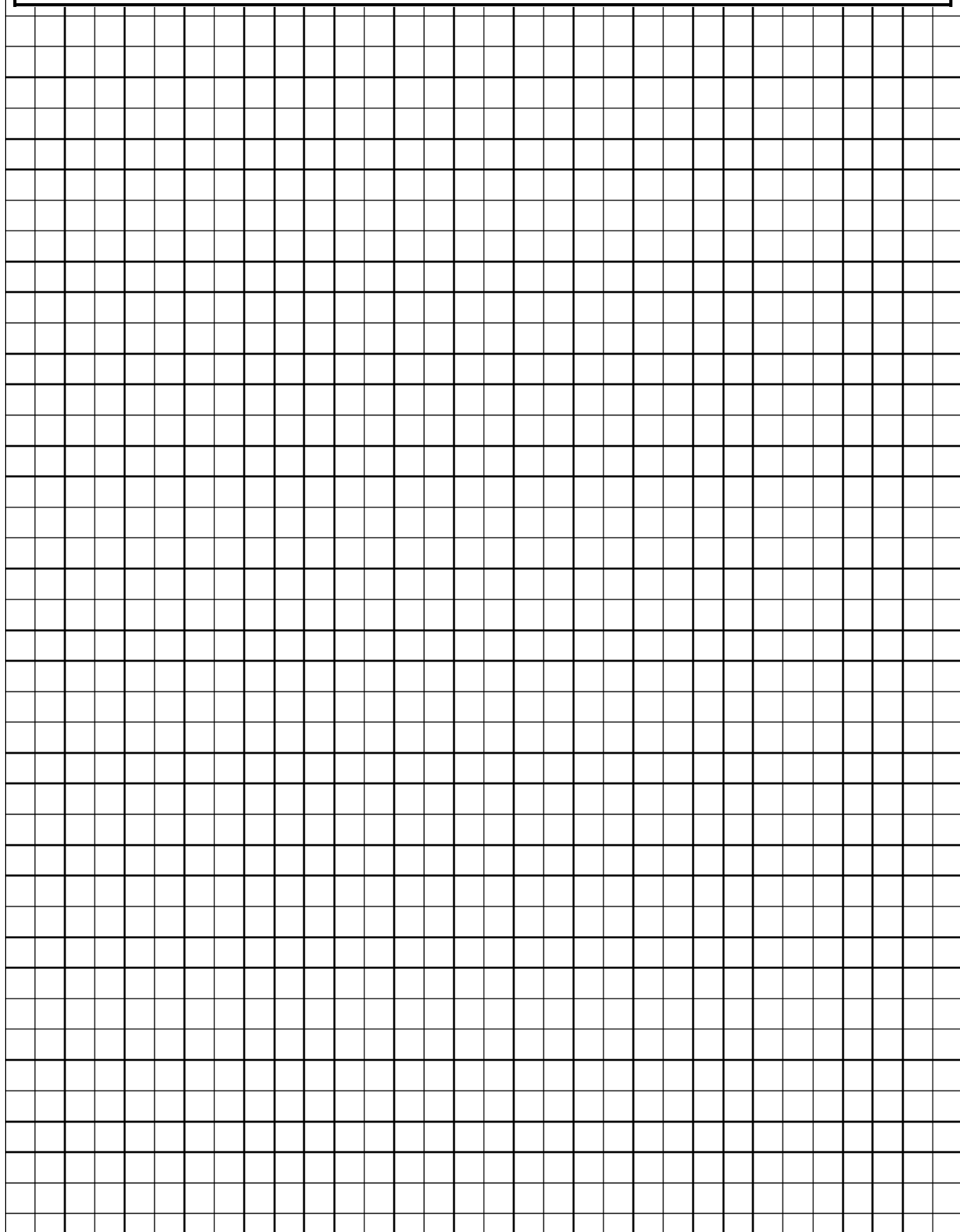
№ 60.

Найдите наибольшее значение функции $y = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 3x + 1$ на отрезке $[1; 9]$.



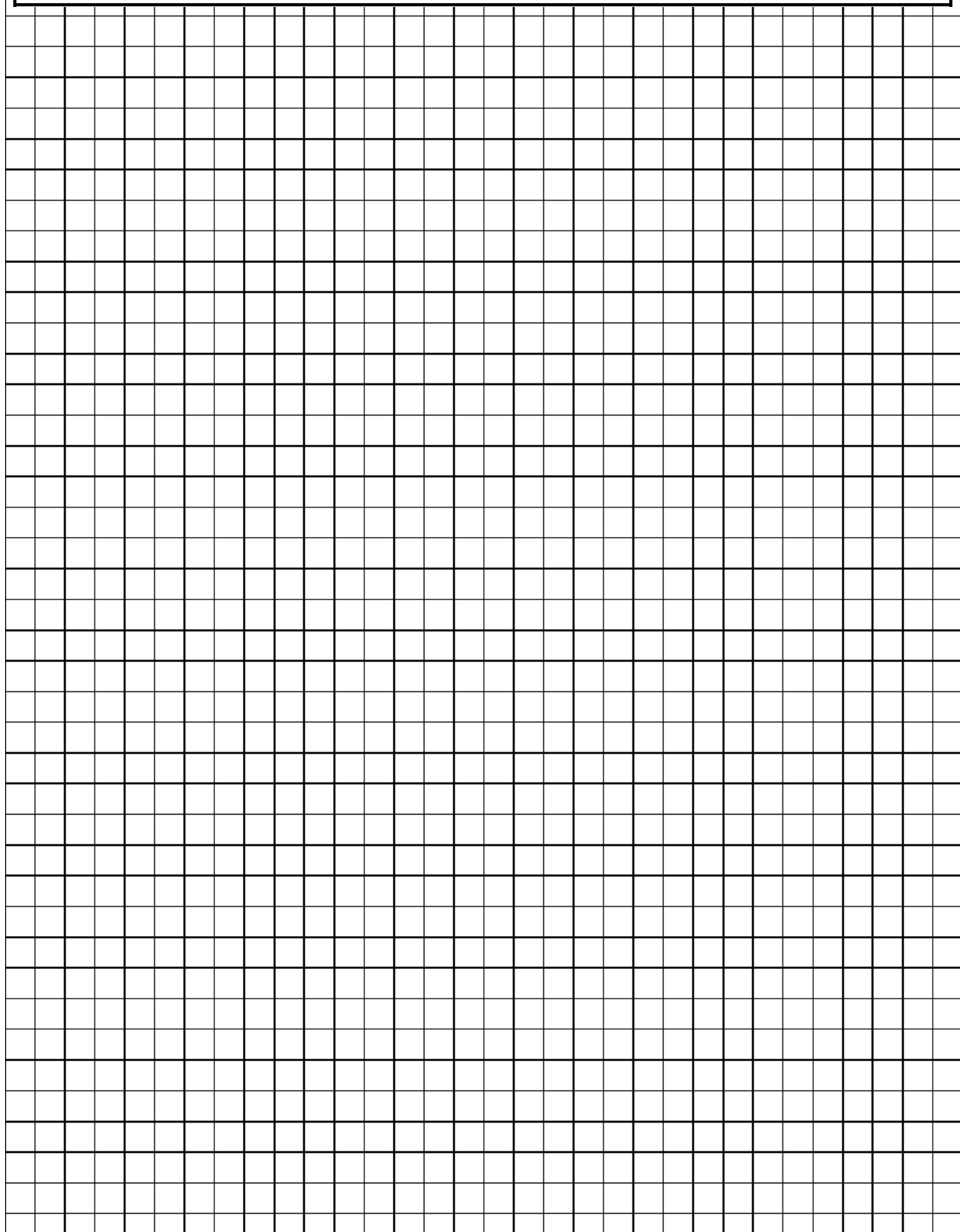
№ 61.

Найдите точку максимума функции $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$.



№ 62.

Найдите точку максимума функции $y = 7 + 6x - 2x^{\frac{3}{2}}$.



№ 63.

а) Решите уравнение $2\cos^2 x - 3\sin(-x) - 3 = 0$.

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

№ 64.

а) Решите уравнение $\frac{\cos x}{\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)} = \frac{\cos \frac{x}{2}}{\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)}$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

№ 65.

а) Решите уравнение $\sin 2x + \sqrt{2} \sin x = 2 \cos x + \sqrt{2}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

№ 66.

а) Решите уравнение $\frac{6\sin x - 2\cos 2x - 4\cos^2 x - 3}{\sqrt{7}\sin x - 3\cos x} = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi; -3\pi]$.

№ 67.

а) Решите уравнение $\frac{1 + 2 \sin^2 x - 3\sqrt{2} \sin x + \sin 2x}{2 \sin x \cos x - 1} = 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

№ 68.

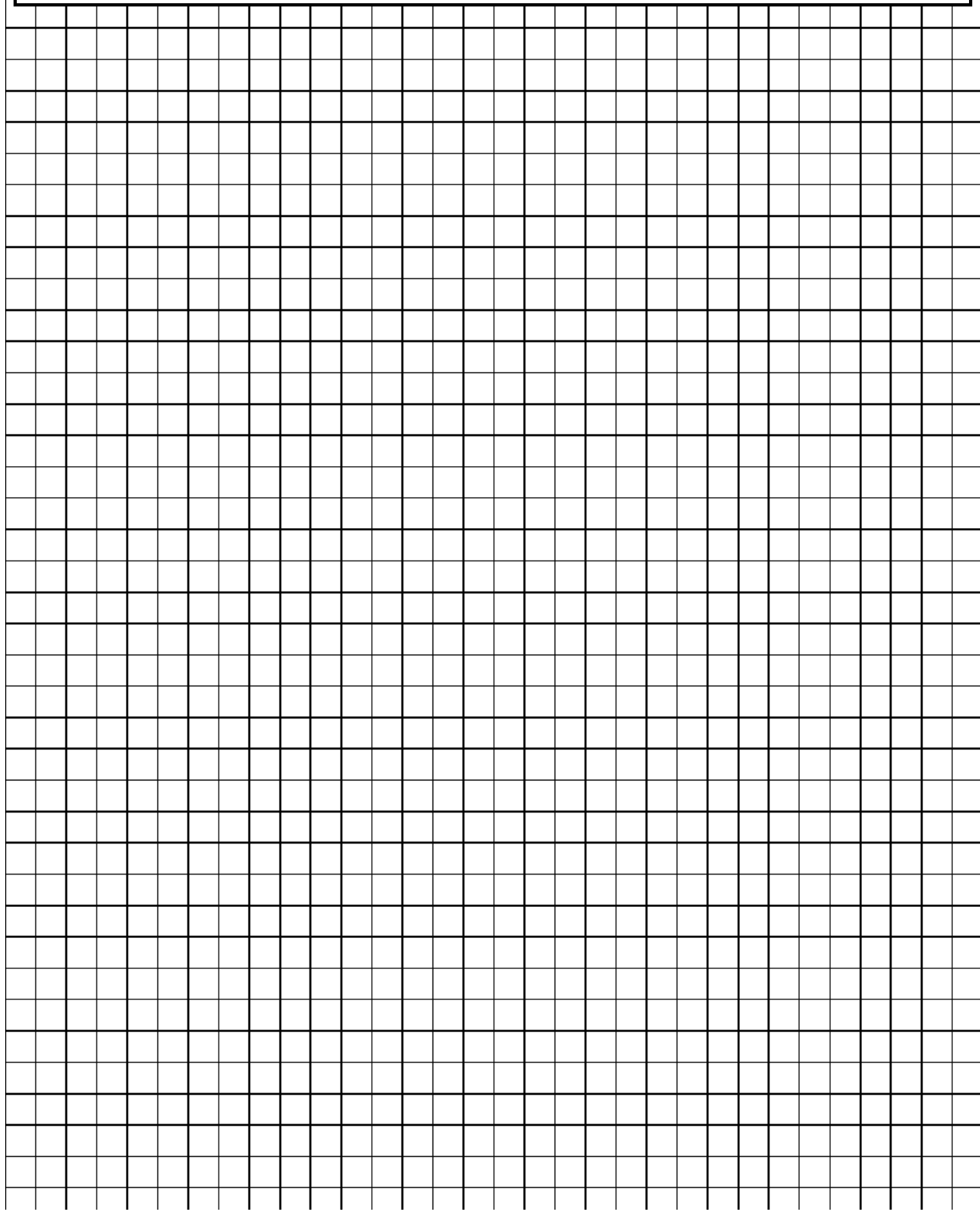
а) Решите уравнение $\log_2 \sin\left(x + \frac{5\pi}{12}\right) + \log_2 \sin\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = -1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

№ 69.

а) Решите уравнение $\frac{7}{1 - \cos^2 x} + \frac{9}{\sin x} = 10$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.



№ 70.

Точки M и N — середины ребер AB и BC соответственно куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Прямые CM и DN пересекаются в точке O . Через центры граней $ABB_1 A_1$ и $BCC_1 B_1$ и точку O проходит плоскость α .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро AB куба в отношении $1:4$, считая от точки A .

б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью ABC .

№ 71.

Основанием пирамиды с вершиной S является равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $AD = 2BC$. Сечение пирамиды $SABCD$ проходит через точку B и является прямоугольником. Известно, что это сечение делит высоту пирамиды в отношении $2:1$, считая от вершины S .

а) Докажите, что высота пирамиды $SABCD$ проходит через середину высоты основания $ABCD$.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью боковой грани SAB , если плоскость сечения наклонена к плоскости основания под углом 15° , а одна из сторон сечения равна большему основанию трапеции $ABCD$.

№ 72.

В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S точка M — середина SD , точка K — середина SA .

а) Докажите, что прямые BK и CM лежат в одной плоскости α .

б) Найдите высоту пирамиды, если угол между плоскостью α и плоскостью основания пирамиды равен 60° и $AB = 6$.

№ 73.

Основанием пирамиды является трапеция с основаниями 25 и 7 и острым углом $\arccos 0,6$. Каждое боковое ребро пирамиды наклонено к основанию под углом 60° .

а) Докажите, что существует точка M , одинаково удаленная от всех вершин пирамиды (центр описанной сферы).

б) Найдите объем данной пирамиды.

№ 74.

Ребро основания правильной треугольной призмы $LMNL_1M_1N_1$ равно её высоте и равно $2\sqrt{5}$.

а) Докажите, что сечение призмы, проходящее через L, M_1 и точку T — середину ребра L_1N_1 , является прямоугольным треугольником.

б) Найдите расстояние от точки L_1 до плоскости LM_1T .

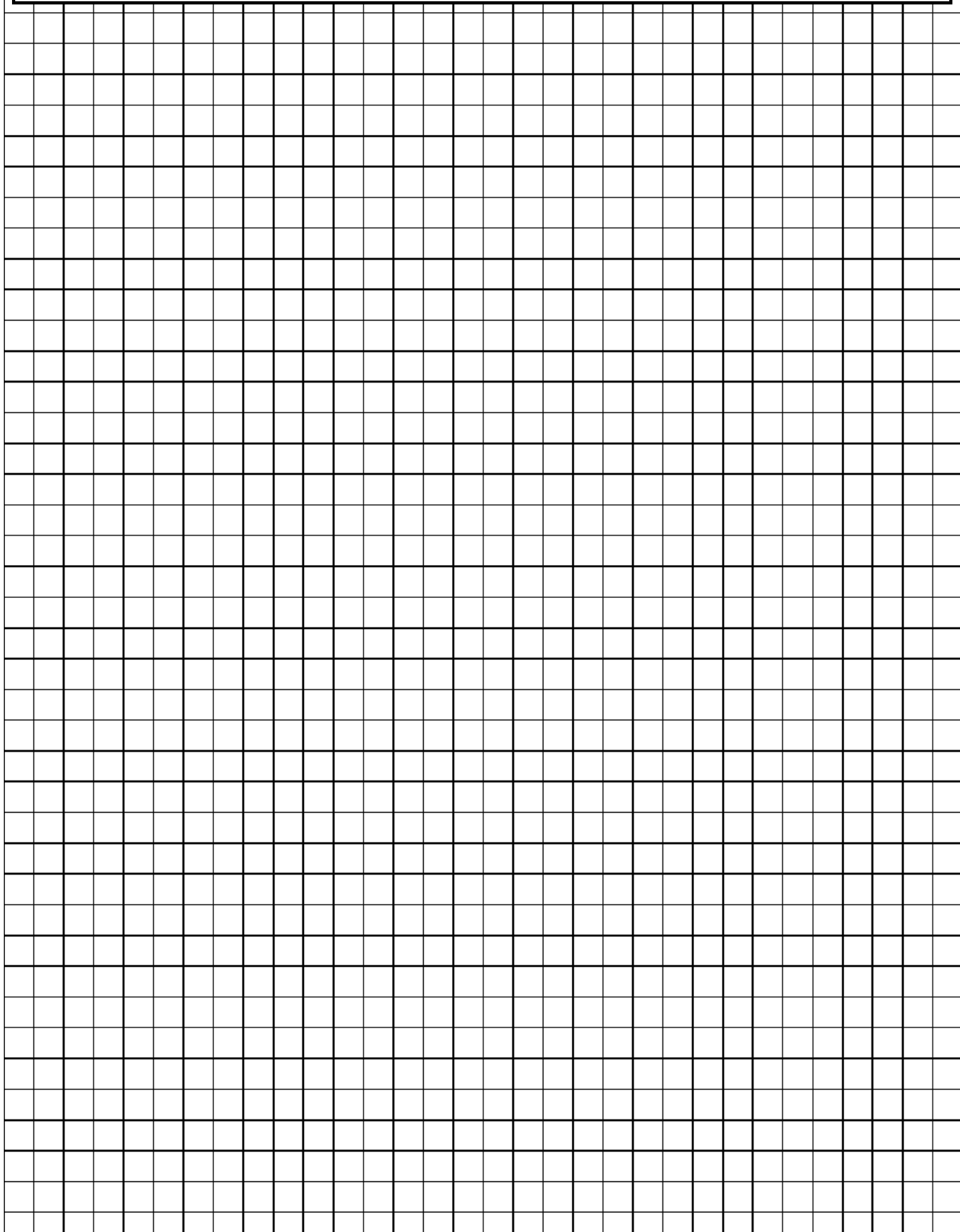
№ 75.

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ стороны основания ABC равны 12, а боковые ребра— 25. На ребрах AB , AC и SA отмечены точки F , E и K соответственно. Известно, что $AE = AF = 10$, $AK = 15$.

- а) Докажите, что объем пирамиды $KAEF$ составляет $\frac{5}{12}$ от объема пирамиды $SABC$.
б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью KEF .

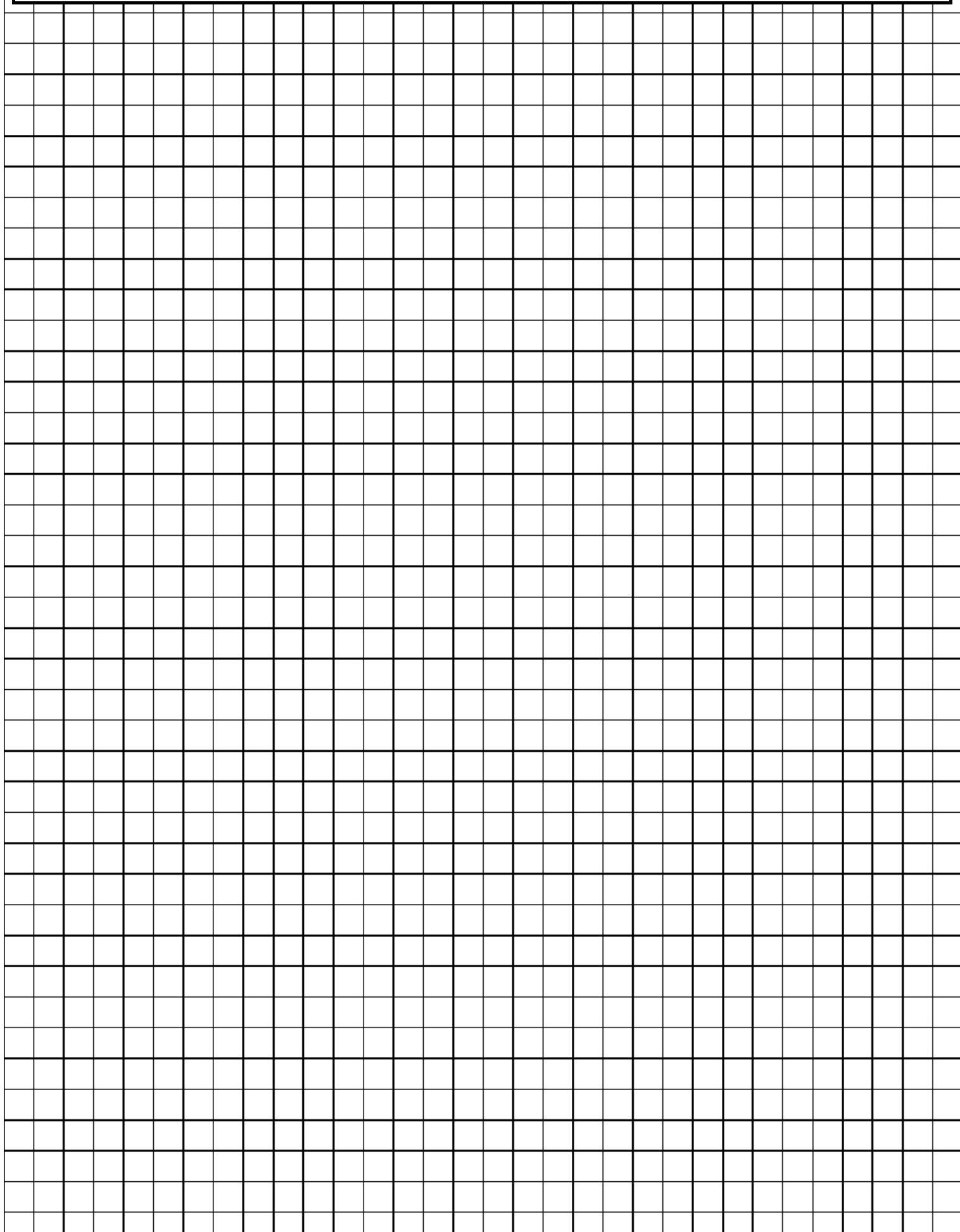
№ 76.

Решите неравенство $5^x \cdot \log_5 x - \sqrt{5} \geq \log_5 x^{\sqrt{5}} - 5^x$.



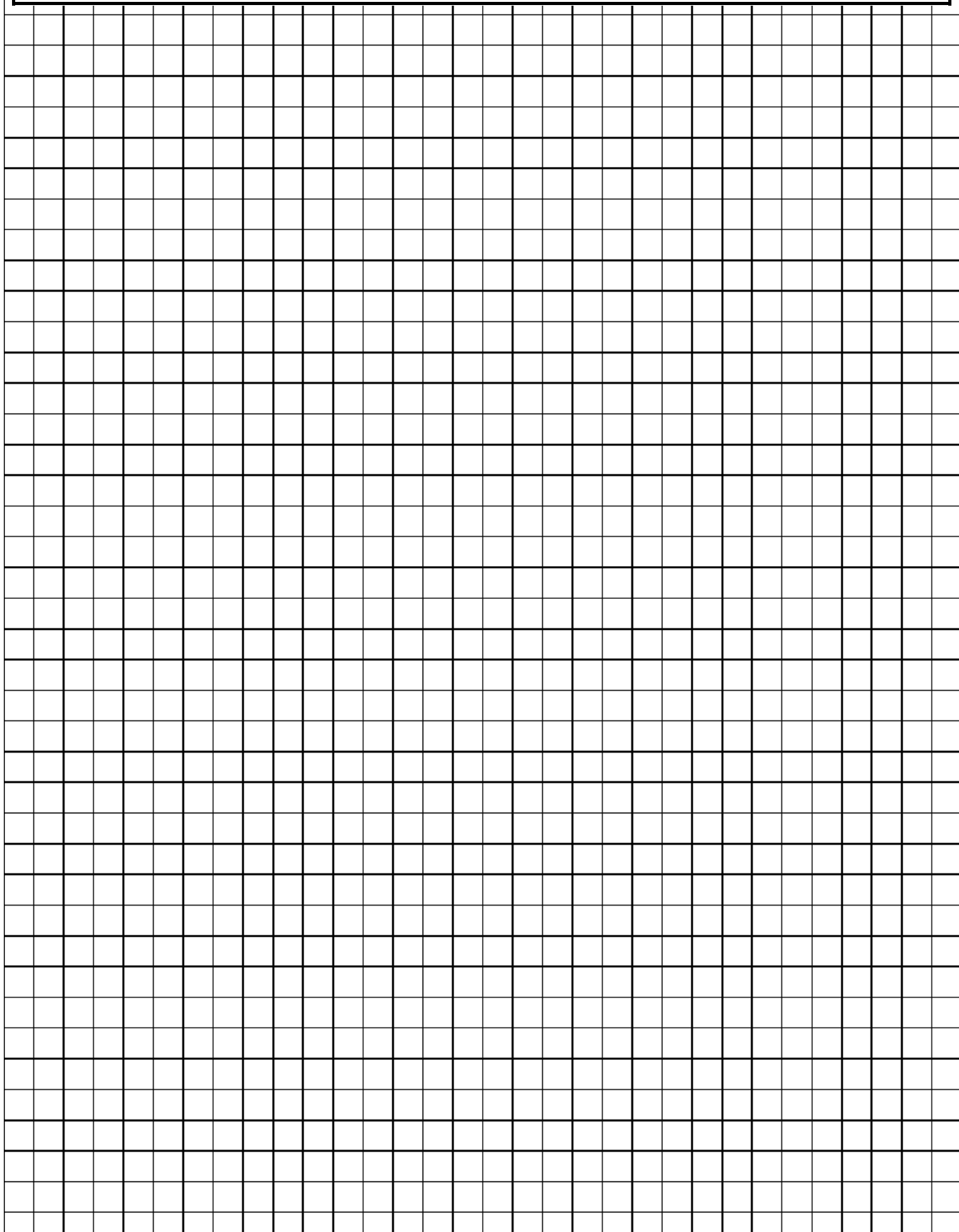
№ 77.

Решите неравенство: $5^{\log_{x+1}(3x^2+8x+4)} \geq (x^2+3x+2)^{\log_{x+1} 25}$.



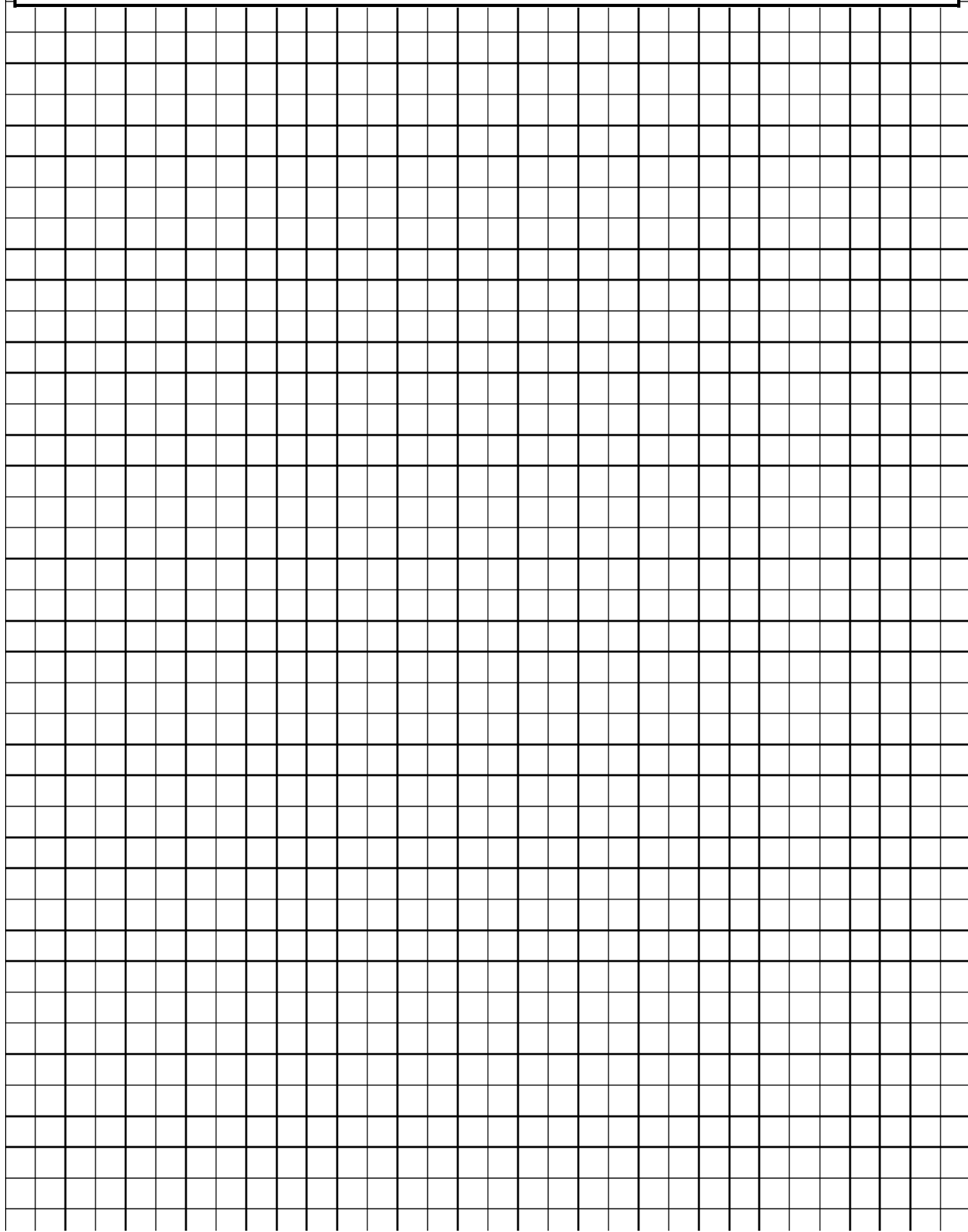
№ 78.

Решите неравенство $\log_3^2(x-4) - \log_3^2(x-6) \leq 0$.



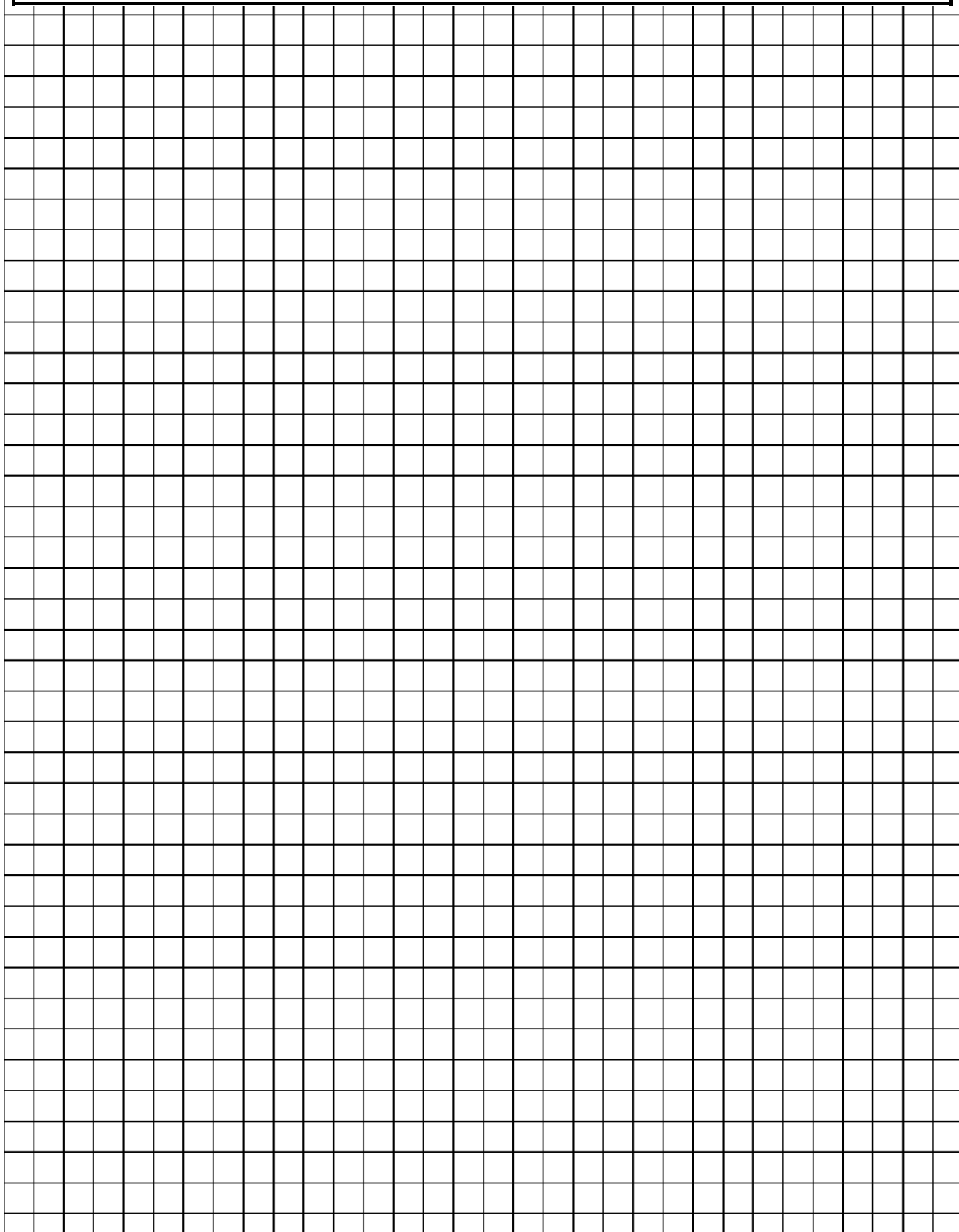
№ 79.

Решите неравенство $\frac{x^3+1}{x+1} + \frac{3}{x^2-x+1} \leq 4$.



№ 80.

Решите неравенство: $\log_{25}((x-4)(x^2-2x-8)) + 1 \geq 0,5 \log_5(x-4)^2$.



N_o 81.

Паром грузоподъемностью 109 тонн перевозит джипы и грузовики. Количество перевозимых на пароме грузовиков не менее чем на 20% превосходит количество перевозимых джипов. Вес и стоимость перевозки одного джипа составляют 3 тонны и 600 рублей, грузовика — 5 тонн и 700 рублей соответственно. Определите наибольшую возможную суммарную стоимость перевозки всех джипов и грузовиков при данных условиях.

№ 82.

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на срок 15 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $x\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите x , если известно, что наибольший платёж по кредиту составит не более 1,9 млн рублей, а наименьший — не менее 0,5 млн рублей.

№ 83.

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 600000 рублей на 26 месяцев. Условия его возврата таковы:

—1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

—со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

—15-го числа с 1 по 25 месяц долг должен уменьшаться на одну и ту же сумму;

—15-го числа 26 месяца долг должен быть погашен.

Сколько тысяч рублей составляет долг на 15 число 25 месяца, если всего было выплачено 691 тысяч рублей?

N_o 84.

В банк помещен вклад 64000 рублей под 25% годовых. В конце каждого из первых трех лет после начисления процентов вкладчик дополнительно клал на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу четвертого года после начисления процентов оказалось, что вклад составляет 385000 рублей. Какую сумму в рублях ежегодно добавлял вкладчик?

№ 85.

Окружность, вписанная в равнобедренную трапецию $ABCD$, касается ее боковой стороны CD в точке M . Луч AM вторично пересекает окружность в точке N , а прямую BC в точке K , причем $AK = 4$, $MN = 12$.

а) Докажите, что $\angle AMD = \angle MCK$.

б) Найдите основания трапеции.

№ 86.

Дан треугольник ABC . Биссектриса внутреннего угла при вершине B пересекает биссектрису внешнего угла при вершине C в точке M , а биссектриса внутреннего угла при вершине C пересекает биссектрису внешнего угла при вершине B в точке N .

а) Докажите, что $\angle NMB = \angle NCA$.

б) Найдите CN , если $AB = AC = 10$ и $BC = 16$.

№ 87.

Окружность с центром O , вписанная в треугольник ABC , касается его сторон BC , AB и AC в точках K , L и M соответственно. Прямая KM вторично пересекает в точке F окружность радиуса AM с центром A .

а) Докажите, что прямая AF параллельна прямой BC .

б) Пусть $\angle ABC = 90^\circ$, $AM = 3$, $CM = 2$, O — точка пересечения прямых KM и AB , а T — такая точка на отрезке FO , что $\angle OAT = 45^\circ$. Найдите OT .

№ 88.

Найдите наибольшее значение параметра a , при котором уравнение

$$ax^2 = |2x - 1|\sqrt{2x - 1} + |x - 1|\sqrt{4x - 1}$$

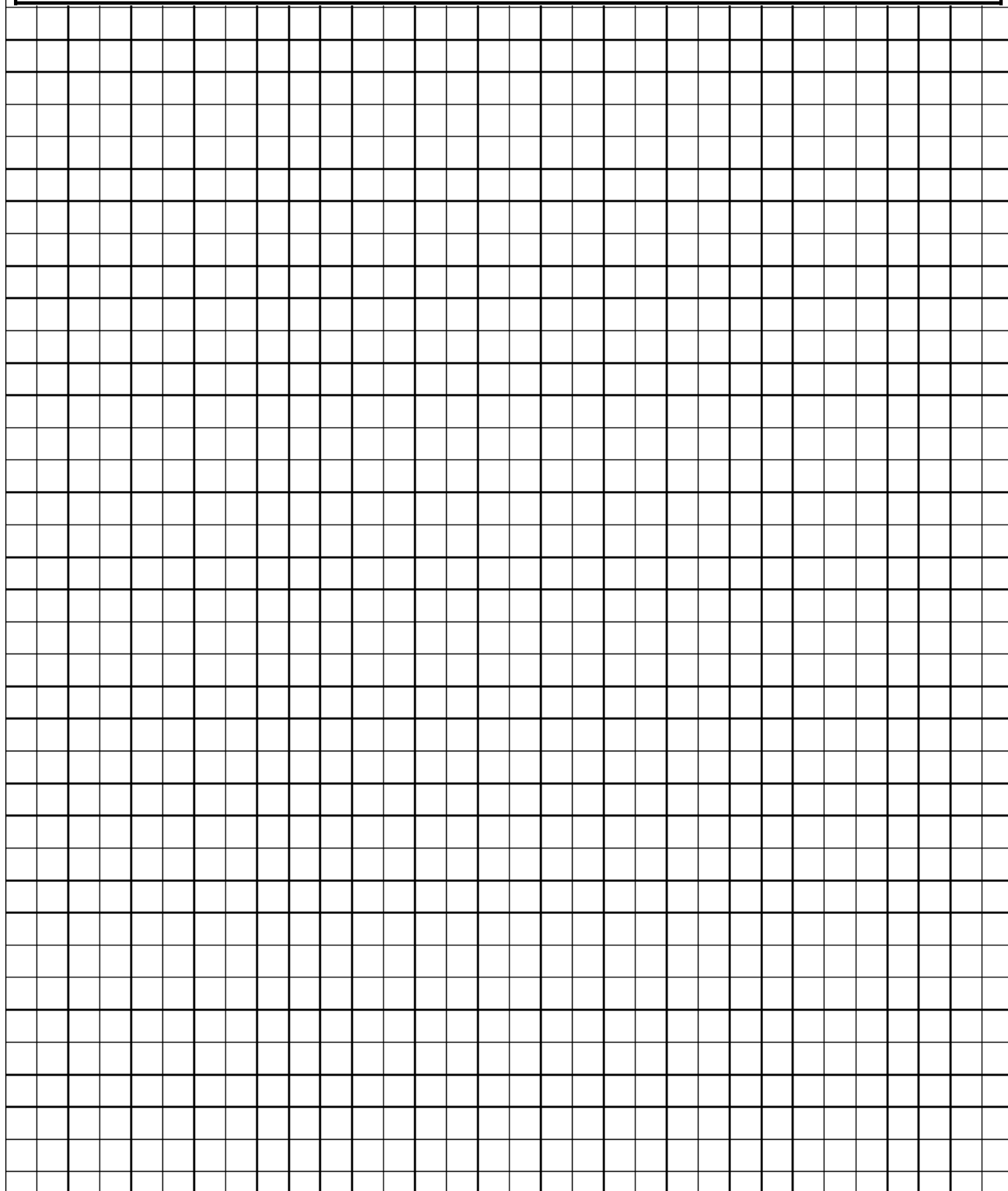
имеет хотя бы один корень, и укажите корни этого уравнения для такого значения a .

№ 89.

Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{3|x+a| - a + x - 10}{\sqrt{x^2 - 18x - 88}} = 0$$

имеет ровно два корня.



№ 90.

На доске записано k последовательных натуральных чисел. Оказалось, что среди них чисел, делящихся на 20, меньше, чем чисел, делящихся на 23.

- а) Могло ли среди записанных чисел быть ровно три числа, делящихся на 20?
- б) Могло ли среди записанных чисел быть ровно десять чисел, делящихся на 20?
- в) Найдите наибольшее возможное значение k .