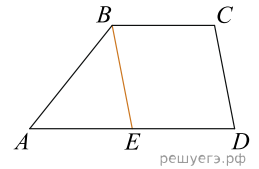


Вариант 177

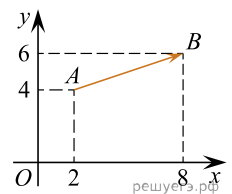
№ 1.

Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 4, отсекает треугольник, периметр которого равен 15. Найдите периметр трапеции.



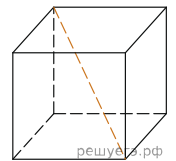
№ 2.

Найдите квадрат длины вектора $\vec{AB}$.



№ 3.

Диагональ куба равна $\sqrt{12}$. Найдите его объем.

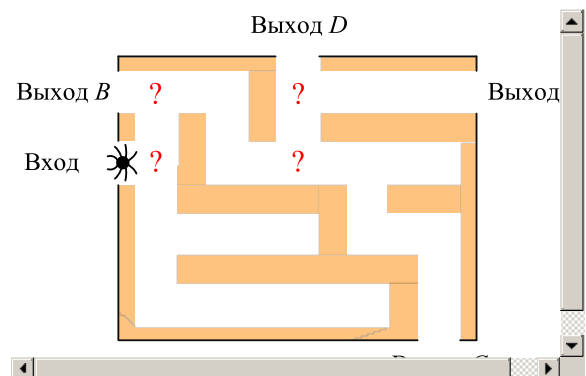


№ 4.

Термометр измеряет температуру в помещении. Вероятность того, что температура окажется выше $+18^\circ\text{C}$, равна 0,82. Вероятность того, что температура окажется ниже $+21^\circ\text{C}$, равна 0,65. Найдите вероятность того, что температура в помещении окажется в промежутке от $+18^\circ\text{C}$ до $+21^\circ\text{C}$.

№ 5.

На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.



№ 6.

Найдите корень уравнения: $x^2 - 17x + 72 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

№ 7.

Найдите значение выражения $\frac{3^{6,5}}{9^{2,25}}$.

№ 8.

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 6$ с.

№ 9.

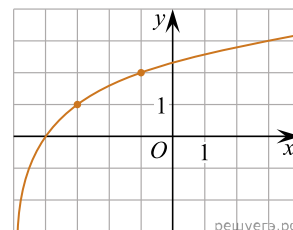
Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 749 МГц. Скорость погружения батискафа вычисляется по формуле $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов, f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 2 м/с.

№ 10.

Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x+b)$. Найдите $f(11)$.



№ 12.

Найдите точку максимума функции $y = (x-2)^2 e^{x-6}$.

№ 13.

а) Решите уравнение $\frac{3 \operatorname{ctg}^2 x - 1}{2 \cos x + 1} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

№ 14.

$SMNK$ — правильный тетраэдр. На ребре SK отмечена точка P такая, что $KP:PS=1:3$, точка L — середина ребра MN .

- а) Докажите, что плоскости SLK и MPN перпендикулярны.
б) Найдите длину отрезка PL , если длина ребра MN равна 4.
-

№ 15.

Решите неравенство: $\frac{3^x}{3^x-3} + \frac{3^x+1}{3^x-2} + \frac{5}{9^x-5 \cdot 3^x+6} \leq 0$.

№ 16.

Два инвестора вложили деньги в общий бизнес. После этого один из них добавил еще 1 миллион рублей, в результате чего его доля в общем бизнесе увеличилась на 0,05, а когда он добавил еще 1 миллион рублей, его доля увеличилась еще на 0,04. Сколько миллионов рублей ему надо добавить еще, чтобы увеличить свою долю еще на 0,06?

№ 17.

Точки L и N — середины оснований соответственно BC и AD трапеции $ABCD$, а точки K и M — середины диагоналей AC и BD соответственно. Известно, что прямые AB и CD перпендикулярны.

- а) Докажите, что $LN = KM$.
б) Найдите высоту трапеции, если площадь четырехугольника $KLMN$ равна 60, а разность оснований трапеции равна 26.
-

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{2ax - a\pi}{2x - \pi} = 5 \sin^4 x + 2 \sin^3 x - \sin^2 x - 1$$

не имеет корней на отрезке $[-\pi; \pi]$.

№ 19.

Делитель d натурального числа n будем называть специальным, если числа d и $f = \frac{n}{d}$ взаимно простые. Очевидно, что f также является специальным делителем и $d \neq f$ при $n > 1$. При $n=1$ есть единственный делитель $d=1$. и хотя $f = \frac{n}{d} = 1 = d$, будем считать $d = 1$ специальным делителем, так как d и f взаимно простые числа.

- а) Сколько последовательных натуральных чисел могут иметь только специальные делители?
б) Для каких чисел n сумма всех специальных делителей нечетная?
в) Найдите все числа $n \leq 100$, у которых количество всех делителей в 3 раза больше, чем количество специальных делителей.
-

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27835	23
2	27664	40
3	27098	8
4	670263	0,47
5	320212	0,0625
6	26667	8
7	26739	9
8	119976	20
9	27981	751
10	99598	59
11	509042	4
12	26726	0

№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Решение. а) Дважды применим к левой части уравнения формулу синуса двойного угла:

$$\sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4} = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2},$$

$$\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \sin x,$$

откуда получаем:

$$3 \sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4} \cos \frac{x}{2} = \frac{3}{4} \sin x.$$

Правая часть уравнения определена, если котангенс существует и отличен от ± 1 , то есть при $x \neq \pi m$, $x \neq \pm \frac{\pi}{4} + \pi n$, где $m, n \in \mathbb{Z}$. Упростим ее при этих условиях, используя формулу разности квадратов:

$$\frac{1 - \operatorname{ctg} x}{1 - \operatorname{ctg}^2 x} = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg} x}.$$

Используем свойство пропорции и раскроем скобки:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \sin x = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg} x} &\Leftrightarrow \sin x (1 + \operatorname{ctg} x) = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \sin x + \sin x \cdot \frac{\cos}{\sin x} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \sin x + \cos x = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \sin x = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg} x} \Leftrightarrow \sin x (1 + \operatorname{ctg} x) = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \sin x + \sin x \cdot \frac{\cos}{\sin x} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \sin x + \cos x = \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

В силу формулы $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$ получаем:

$$\cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = \pm \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3} + 2\pi k \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} \pm \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = \pm \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3} + 2\pi k \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} \pm \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = \pm \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3} + 2\pi k \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} \pm \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

б) Интервал $\left(-2\pi; -\frac{3\pi}{2}\right)$ можно получить поворотом интервала $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ на угол -2π , поэтому достаточно найти решения, лежащие на интервале $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, а затем уменьшить их на -2π .

Заметим, что $\frac{2\sqrt{2}}{3} > \frac{\sqrt{2}}{2}$, а потому в силу убывания арккосинуса

$$\arccos \frac{2\sqrt{2}}{3} < \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}.$$

Следовательно,

$$\frac{\pi}{4} - \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3} \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right),$$

$$\frac{\pi}{4} + \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3} \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right).$$

Интервалу $\left(-2\pi; -\frac{3\pi}{2}\right)$ принадлежат корни, на -2π меньшие, то есть числа:

$$-\frac{7\pi}{4} - \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

и

$$-\frac{7\pi}{4} + \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

□

Корни на интервале $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

□

Корни на интервале $\left(-2\pi; -\frac{3\pi}{2}\right)$

Ответ:

а) $\left\{ \frac{\pi}{4} - \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3} + 2\pi k, \frac{\pi}{4} + \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\};$

б) $-\frac{7\pi}{4} - \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $-\frac{7\pi}{4} + \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3}.$

№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1

Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Заметим, что плоскость SKL перпендикулярна прямой MN , в этой плоскости из точки S опустим перпендикуляр SH на прямую PL . Таким образом, прямые SH и PL , а также SH и MN перпендикулярны между собой. Следовательно, прямая SH перпендикулярна плоскости MPN , и по признаку перпендикулярности плоскостей плоскость SLK перпендикулярна плоскости MPN .

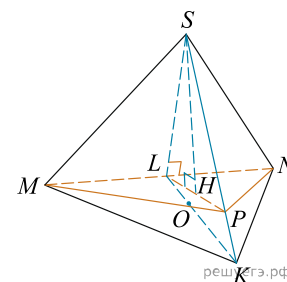
б) Пусть точка O — центр основания. Тогда

$$KL = 2\sqrt{3}, KO = \frac{4\sqrt{3}}{3}, PK = 1, \cos \angle OKS = \frac{KO}{KS} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Следовательно,

$$PL^2 = KL^2 + PK^2 - 2KL \cdot PK \cdot \cos \angle OKS = 9 \Rightarrow PL = 3.$$

Ответ: б) $PL = 3$.



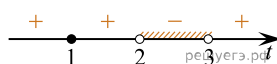
№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Пусть $3^x = t$, тогда имеем:

$$\frac{t}{t-3} + \frac{t+1}{t-2} + \frac{5}{t^2-5t+6} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{t(t-2) + (t+1)(t-3) + 5}{(t-2)(t-3)} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2t^2 - 4t + 2}{(t-2)(t-3)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2(t-1)^2}{(t-2)(t-3)} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1, \\ 2 < t < 3. \end{cases}$$



Вернёмся к исходной переменной:

$$\begin{cases} 3^x = 1, \\ 2 < 3^x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ \log_3 2 < x < 1. \end{cases}$$

Ответ: $\{0\} \cup (\log_3 2; 1)$.

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2

Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. Пусть общая сумма инвестиций равна x млн руб., а доля первого инвестора в общем бизнесе составляла ω . По условию задачи должна выполняться система

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} \frac{\omega x + 1}{x + 1} = \omega + 0,05, \\ \frac{\omega x + 2}{x + 2} = \omega + 0,09 \end{cases} \Leftrightarrow_{x > 0} \begin{cases} \omega x + 1 = \omega x + \omega + 0,05x + 0,05, \\ \omega x + 2 = \omega x + 2\omega + 0,09x + 0,18 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2\omega + 0,1x + 0,1, \\ 2 = 2\omega + 0,09x + 0,18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0,01x - 0,08, \\ 1 = \omega + 0,05x + 0,05 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8, \\ \omega = 0,55. \end{cases} \begin{cases} \frac{\omega x + 1}{x + 1} = \omega + 0,05, \\ \frac{\omega x + 2}{x + 2} = \omega + 0,09 \end{cases} \Leftrightarrow_{x > 0} \begin{cases} \omega x + 1 = \omega x + \omega + 0,05x + 0,05, \\ \omega x + 2 = \omega x + 2\omega + 0,09x + 0,18 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2\omega + 0,1x + 0,1, \\ 2 = 2\omega + 0,09x + 0,18 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0,01x - 0,08, \\ 1 = \omega + 0,05x + 0,05 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8, \\ \omega = 0,55. \end{cases} \begin{cases} \frac{\omega x + 1}{x + 1} = \omega + 0,05, \\ \frac{\omega x + 2}{x + 2} = \omega + 0,09 \end{cases} \Leftrightarrow_{x > 0} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \omega x + 1 = \omega x + \omega + 0,05x + 0,05, \\ \omega x + 2 = \omega x + 2\omega + 0,09x + 0,18 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2\omega + 0,1x + 0,1, \\ 2 = 2\omega + 0,09x + 0,18 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0,01x - 0,08, \\ 1 = \omega + 0,05x + 0,05 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8, \\ \omega = 0,55. \end{cases}
 \end{aligned}$$

После дополнительных вложений в 2 млн руб. доля первого инвестора стала равна $0,55 + 0,05 + 0,04 = 0,64$, а общая сумма инвестиций достигла $8 + 2 = 10$ млн руб. Чтобы доля первого инвестора увеличилась ещё на $0,06$, ему дополнительно нужно внести y млн руб., а потому

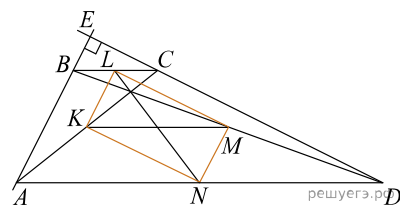
$$\begin{aligned}
 \frac{10 \cdot 0,64 + y}{10 + y} = 0,64 + 0,06 & \Leftrightarrow 6,4 + y = 7 + 0,7y \Leftrightarrow 0,3y = 0,6 \Leftrightarrow y = 2. \quad \frac{10 \cdot 0,64 + y}{10 + y} = 0,64 + 0,06 \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow 6,4 + y = 7 + 0,7y \Leftrightarrow 0,3y = 0,6 \Leftrightarrow y = 2.
 \end{aligned}$$

Ответ: 2.

№ 17.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Заметим, что отрезок KL — средняя линия треугольника ABC , отрезок LM — средняя линия треугольника BCD . Отсюда следует, что отрезки KL и MN равны и параллельны. Отсюда $KLMN$ — параллелограмм, отрезок MN — средняя линия треугольника ABD , поэтому прямые MN и AB параллельны, прямые AB и CD перпендикулярны, прямые LM и CD параллельны, то есть прямая LM перпендикулярна прямой MN . Следовательно, четырехугольник $KLMN$ — прямоугольник, поэтому его диагонали равны. Что и требовалось доказать.



б) Пусть боковые стороны трапеции пересекаются в точке E . По свойству медианы прямоугольного треугольника $EL = \frac{BC}{2}$, $EN = \frac{AD}{2}$. Отсюда

$$LN = EN - EL = \frac{BC - AD}{2} = \frac{26}{2} = 13.$$

Таким образом, площадь прямоугольника $KLMN$ равна 60, а его диагональ равна 13. Тогда по теореме Пифагора получаем, что стороны прямоугольника равны 5 и 12. Значит, боковые стороны трапеции равны 10 и 24. Высота трапеции равна высоте прямоугольного треугольника с катетами 10 и 24, проведенной к гипотенузе, равной $\sqrt{10^2 + 24^2} = 26$. Таким образом, высота трапеции равна $\frac{10 \cdot 24}{26} = \frac{120}{13}$.

Ответ: б) $\frac{120}{13}$.

№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены верные значения параметра, но допущен недочет	3
С помощью верного рассуждения получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом верно выполнены все шаги решения, ИЛИ в решении верно найдены все граничные точки множества значений параметра, но неверно определены промежутки значений	2
В случае аналитического решения: задача верно сведена к набору решенных уравнений и неравенств с учетом требуемых ограничений, ИЛИ в случае графического решения: задача верно сведена к исследованию взаимного расположения линий (изображены необходимые фигуры, учтены ограничения, указана связь исходной задачи с построенными фигурами)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Решение. Исходное уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} a = 5 \sin^4 x + 2 \sin^3 x - \sin^2 x - 1, \\ x \neq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Пусть $\sin x = t$. Заметим, что на отрезке $[-\pi; \pi]$ $\sin x$ принимает значение 1 в точке $x = \frac{\pi}{2}$ и только в ней. Тогда для того, чтобы исходное уравнение не имело корней на отрезке $[-\pi; \pi]$, необходимо и достаточно, чтобы уравнение $a = 5t^4 + 2t^3 - t^2 - 1$ не имело корней на полуинтервале $[-1; 1)$.

Рассмотрим функцию $f(t) = 5t^4 + 2t^3 - t^2 - 1$, где $-1 \leq t < 1$, найдём множество ее значений при помощи производной:

$$f'(t) = 20t^3 + 6t^2 - 2t = 2t(10t^2 + 3t - 1) = 2t(2t + 1)(5t - 1).$$

Производная равна нулю в точках $t = 0$, $t = -\frac{1}{2}$ и $t = \frac{1}{5}$. Вычислим значения функции в стационарных точках, на левой границе области определения и предел при функции при стремлении к правой границе области определения:

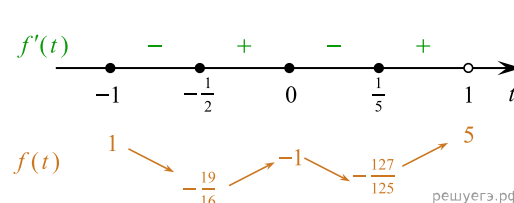
$$f(-1) = 5 - 2 - 1 - 1 = 1,$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{16} - \frac{2}{8} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{19}{16},$$

$$f(0) = -1,$$

$$f\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{5}{625} + \frac{2}{125} - \frac{1}{25} - 1 = -\frac{127}{125},$$

$$\lim_{t \rightarrow 1-0} f(t) = 5 + 2 - 1 - 1 = 5.$$



Множеством значений функции $f(t)$ является промежуток $\left[-\frac{19}{16}; 5\right)$.

Таким образом, уравнение $a = f(t)$ не имеет решений при $a < -\frac{19}{16}$ или $a \geq 5$.

Ответ: $\left(-\infty; -\frac{19}{16}\right) \cup [5; +\infty)$.

№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а), б) и в).	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в) и обоснованно получен верный ответ в пункте а) или б).	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а) и б) ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в)	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а) или б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Решение. Все делители натурального числа устроены так: нужно разложить число на простые множители, выбрать из них только некоторые и перемножить. Для специальности делителя нужно также, чтобы все копии одного и того же простого множителя либо были взяты, либо наоборот не были взяты.

а) Если хоть одно простое число входит в разложение данного не в первой степени, можно взять одним делителем это простое, а другим — произведение остальных простых, и они не будут специальными. Ясно, что каждое четвертое число кратно 4 и для числа 4 $\times$ делитель 2 специальным не будет. Значит, чисел может быть не более трех. Числа 33, 34, 35 подходят.

б) Если число имеет k различных нечетных простых делителей, то оно имеет 2^k нечетных специальных делителей (поскольку каждый простой делитель может войти или не войти в разложение специального делителя, причем если входит, то в максимально возможной для себя степени. Это число четно кроме случая $k=0$, то есть случая, когда число — степень двойки. Степени двойки имеют специальные делители только себя и единицу и потому подходят, поскольку их сумма нечетна (даже для 2^0 это так).

в) Число вида $p_1^{k_1} \cdot \dots \cdot p_x^{k_x}$ имеет 2^x специальных делителей и $(k_1+1) \cdot \dots \cdot (k_x+1)$ всего делителей. Любое число до 100 имеет не более трех различных простых множителей. Разберем случаи.

Если простой множитель всего один, то специальных делителей два, поэтому всех делителей должно быть шесть. Значит, число имеет вид p^5 , поэтому подходит только $p = 2$ ($3^5 > 100$). Итак, 32 это первое такое число..

Если простых множителя два, то специальных делителей 4, а всех делителей 12. Тогда число имеет вид $p^5 q$ или $p^3 q^2$. Первое возможно при $p = 2$, $q = 3$ (получается 96), а прочие варианты дают числа больше 100, поскольку $3^5 > 100$. Следовательно, $p=2$, при этом даже $2^5 \cdot 5 > 100$, и второе возможно при тех же p и q : $2^3 \cdot 3^2 = 72$, а прочие варианты дают числа больше 100, поскольку $3^3 \cdot 2^2 > 100$ получаем что $p = 2$, при этом даже $2^3 \cdot 5^2 > 100$.

Если простых множителя три, то специальных делителей 8, а всех делителей 24, что невозможно (все делители

числа n разбиваются на пары дающих в произведении n , поэтому в каждой паре есть число, не большее $\sqrt{n} \leq \sqrt{100} = 10$, поэтому и пар не больше 10).

Ответ: а) 3; б) степени двойки; в) 32, 72, 96.
