

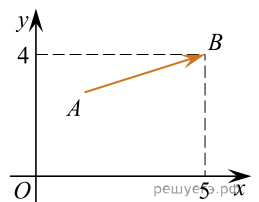
Вариант 208

№ 1.

В треугольнике ABC $AC = BC$, высота AH равна 20, $AB = 25$. Найдите $\cos BAC$.

№ 2.

Вектор $\vec{AB}$ с концом в точке $B(5;4)$ имеет координаты $(3;1)$. Найдите сумму координат точки A .



№ 3.

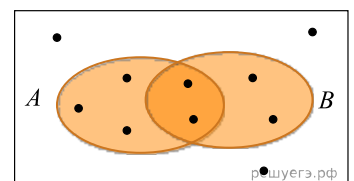
В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер $AB = 8$, $AD = 6$, $AA_1 = 21$. Найдите синус угла между прямыми CD и $A_1 C_1$.

№ 4.

В соревновании по биатлону участвуют спортсмены из 25 стран, одна из которых — Россия. Всего на старт вышло 60 участников, из которых 6 — из России. Порядок старта определяется жребием, стартуют спортсмены друг за другом. Какова вероятность того, что десятым стартовал спортсмен из России?

№ 5.

На диаграмме Эйлера показаны события A и B в некотором случайном эксперименте, в котором 10 равновозможных элементарных событий. Элементарные события показаны точками. Найдите $P(B|A)$ — условную вероятность события B при условии A .



№ 6.

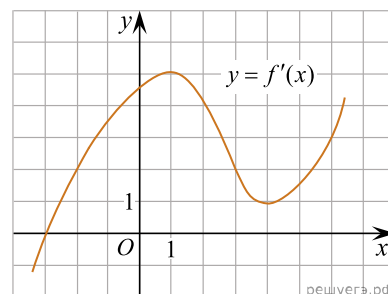
Найдите корень уравнения: $-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9}$.

№ 7.

Найдите значение выражения $(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7})$.

№ 8.

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



№ 9.

Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине. Его скорость u меняется по закону $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 12$ с — период колебаний, $v_0 = 0,5$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, u — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 1 секунду после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

№ 10.

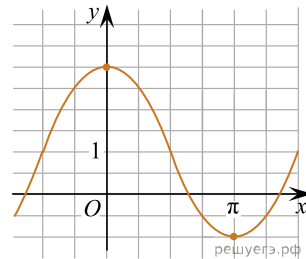
Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт B на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = a \cos x + b$, где a и b — целые числа. Найдите $y\left(\frac{13\pi}{3}\right)$.

№ 12.

Найдите точку максимума функции $y = 9x^2 - x^3$.



№ 13.

а) Решите уравнение $3 \cdot 9^{x+1} - 5 \cdot 6^{x+1} + 8 \cdot 2^{2x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

№ 14.

Точки P и Q — середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ соответственно.

а) Докажите, что прямая BQ перпендикулярна прямой $B_1 P$.

б) Пусть H — проекция точки Q на прямую $B_1 P$. Найдите PH , если $AB = 12$.

№ 15.

Решите неравенство $\log_x 3 + 2\log_{3x} 3 - 6\log_{9x} 3 \leq 0$.

№ 16.

Андрей Петрович взял кредит на несколько лет и выплатил его равными ежегодными платежами по 200 000руб. При этом в начале каждого года сумма кредита увеличивалась на 10%, а в конце года производился платёж. Если бы Андрей Петрович не делал платежей, то за это время вследствие начисления процентов сумма кредита составила бы 928 200руб. На сколько лет был взят кредит?

№ 17.

В треугольнике ABC $AB=3$, $\angle ACB = \arcsin \frac{3}{5}$. Хорда KN окружности, описанной около треугольника ABC , пересекает отрезки AC и BC в точках M и L соответственно. Известно, что $\angle ABC = \angle CML$, площадь четырёхугольника $ABLM$ равна 2, $LM = 1$.

а) Докажите, что треугольник KNC равнобедренный.

б) Найдите площадь треугольника KNC .

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 + x + 2a^2 + 1)^2 = 8a^2(x^2 + x + 1)$$

имеет ровно один корень.

№ 19.

Последовательность $\{a_n\}$ для всех натуральных $n \geq 1$ состоит из натуральных чисел и обладает следующим свойством: последовательность средних арифметических с общим членом

$$b_n = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

для $n \geq 1$ также состоит из натуральных чисел.

а) Найдите a_n , если $b_n = 2^n$ для всех $n \geq 1$.

б) Последовательность $\{b_n\}$ является периодической: все члены с нечетными номерами равны c , все члены с четными номерами равны $(c + 1)$, где c нечетное натуральное число. Найдите последние члены последовательностей $\{a_n\}$ и $\{b_n\}$.

в) Последовательность $\{b_n\}$ является убывающей арифметической прогрессией с первым членом 100 и разностью $d = -1$ и имеет наибольшее возможное число членов. Сколько членов в этой последовательности?