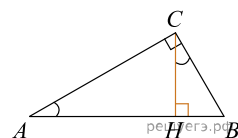


Вариант 213

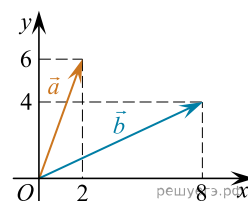
№ 1.

В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AH = 27$, $\operatorname{tg} A = \frac{2}{3}$. Найдите BH .



№ 2.

Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



№ 3.

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер: $AB=3$, $AD=5$, $AA_1=12$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , B и C_1 .

№ 4.

Игральный кубик подбросили два раза. Известно, что три очка не выпало ни разу. Какова вероятность, что выпало два чётных числа?

№ 5.

Правильный игральный кубик бросали до тех пор, пока сумма выпавших при всех бросках очков не стала больше чем 3. Известно, что общая сумма очков оказалась равна 4. Какова вероятность того, что был сделан ровно один бросок? Ответ округлите до сотых.

№ 6.

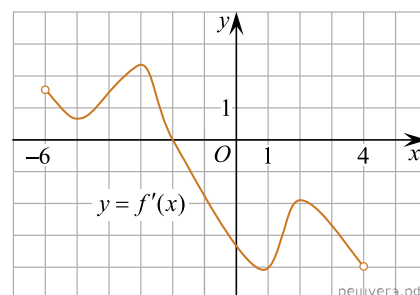
Решите уравнение $\sqrt{6+5x}=x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

№ 7.

Найдите значение выражения $5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9}$.

№ 8.

Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-6; 4)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите абсциссу точки, в которой функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение.



№ 9.

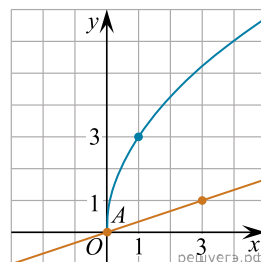
Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 20$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 4 м на расстоянии 1 м?

№ 10.

Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

№ 11.

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



№ 12.

Найдите наибольшее значение функции $y = 3x - 3 \operatorname{tg} x - 5$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

№ 13.

а) Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x - \sin x - 1}{\sqrt{-\cos x} \cdot \operatorname{tg} x} = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

№ 14.

Основанием правильной пирамиды $PABCD$ является квадрат $ABCD$. Сечение пирамиды проходит через вершину B и середину ребра PD перпендикулярно этому ребру.

а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен 60° .

б) Найдите площадь сечения пирамиды, если $AB = 30$.

№ 15.

Решите неравенство $2 \log_2 (1 - 2x) - \log_2 \left(\frac{1}{x} - 2\right) \leq \log_2 (4x^2 + 6x - 1)$.

№ 16.

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 800 тыс. руб. на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого из годов 2026, 2027, 2028, 2029, 2030 долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше по сравнению с июлем предыдущего года;
- в июле каждого из годов 2031, 2032, 2033, 2034, 2035 долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше по сравнению с июлем предыдущего года;
- к июлю 2035 года кредит должен быть выплачен.

Известно, что сумма выплат по кредиту составит 1970 тыс. руб. Найдите, сколько рублей составит долг в июле 2030 года.

№ 17.

Точки L и N — середины оснований соответственно BC и AD трапеции $ABCD$, а точки K и M — середины диагоналей AC и BD соответственно. Известно, что прямые AB и CD перпендикулярны.

а) Докажите, что $LN = KM$.

б) Найдите высоту трапеции, если площадь четырехугольника $KLMN$ равна 60, а разность оснований трапеции равна 26.

№ 18.

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 10x + a^2}{\sqrt{(a-x+8)(a+x-3)}} = 0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[2; 6]$.

№ 19.

Натуральное число будем называть симметричным, если оно совпадает с числом, записанным теми же цифрами в обратном порядке.

- а) Будет ли симметричное число с четным количеством цифр делиться на 11?
- б) К трехзначному числу припишем справа это же число. Будет ли полученное шестизначное число точным квадратом?
- в) Какие шестизначные симметричные числа делятся на 77? Сколько всего таких чисел?
-

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27357	12
2	27734	40
3	324452	39
4	676847	0,36
5	508792	0,63
6	77375	6
7	26752	15
8	508310	-2
9	28003	30
10	99597	25
11	661823	81
12	26706	-5

№ 13.

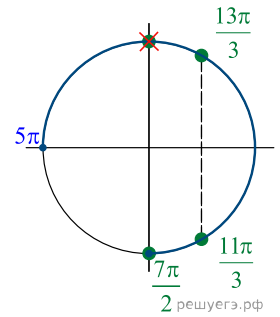
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Решение. а) Уравнение определено при условии

$$2025 - 2025 \sin x > 0 \Leftrightarrow 1 - \sin x > 0 \Leftrightarrow \sin x < 1 \Leftrightarrow \sin x \neq 1.$$

Применим формулы приведения, получим:

$$\begin{aligned} \frac{1 + \sin\left(\frac{2025\pi}{2} - 2x\right) + \cos(2025\pi - x)}{\sqrt{2025 - 2025 \sin x}} = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 1, \\ 1 + \cos 2x - \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 1, \\ 2\cos^2 x - \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 1, \\ \begin{cases} \cos x = 0, \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 1, \\ \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \end{cases} \end{cases} \frac{1 + \sin\left(\frac{2025\pi}{2} - 2x\right) + \cos(2025\pi - x)}{\sqrt{2025 - 2025 \sin x}} = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 1, \\ \begin{cases} \cos x = 0, \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 1, \\ \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \end{cases} \end{cases} \frac{1 + \sin\left(\frac{2025\pi}{2} - 2x\right) + \cos(2025\pi - x)}{\sqrt{2025 - 2025 \sin x}} = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 1, \\ 1 + \cos 2x - \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 1, \\ 2\cos^2 x - \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 1, \\ \begin{cases} \cos x = 0, \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 1, \\ \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$



б) Отберем корни при помощи единичной окружности. Подходят числа: $\frac{7\pi}{2}, \frac{11\pi}{3}, \frac{13\pi}{3}$.

Ответ: а) $\left\{-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; -\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$; **б)** $\frac{7\pi}{2}, \frac{11\pi}{3}, \frac{13\pi}{3}$.

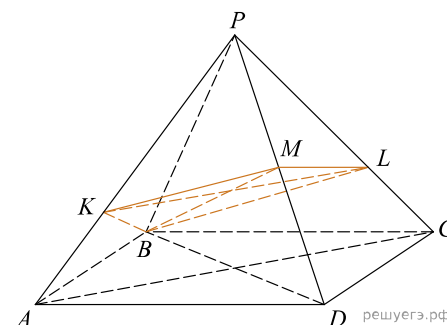
№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1

Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Пусть точка M — середина ребра PD . Так как прямая BM лежит в плоскости сечения, перпендикулярного PD , отрезки BM и PD перпендикулярны, то есть в треугольнике BPD медиана BM является высотой. Значит, $BP = BD$, но, поскольку $PB = PD$, треугольник BPD равносторонний, а поэтому $\angle PBD = 60^\circ$, что и требовалось доказать.

б) Из доказанного следует, что $PA = AB\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$ и $BM = 15\sqrt{6}$ как высота равностороннего треугольника BPD .



По теореме косинусов в треугольнике APD получаем:

$$AD^2 = AP^2 + PD^2 - 2AP \cdot PD \cdot \cos \angle APD,$$

следовательно, $\cos \angle APD = \frac{3}{4}$.

Пусть четырёхугольник $BKML$ — указанное сечение (точка K лежит на ребре PA , а точка L — на ребре PC). Отрезки KM и PD перпендикулярны, поэтому

$$PK = \frac{PM}{\cos \angle APD} = 20\sqrt{2}.$$

Аналогично $PL = 20\sqrt{2}$. Значит, $PK = PL$, а потому треугольник PKL подобен треугольнику PAC . Поэтому $LK = 20\sqrt{2}$. Кроме того, прямые KL и AC параллельны, а прямые AC и BM перпендикулярны, поскольку AC перпендикулярна плоскости BPD , а прямая BM лежит в этой плоскости. Значит, прямые KL и BM перпендикулярны. Поэтому искомая площадь равна

$$\frac{1}{2} BM \cdot KL = \frac{1}{2} \cdot 15\sqrt{6} \cdot 20\sqrt{2} = 300\sqrt{3}.$$

Ответ: б) $300\sqrt{3}$.

№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, или получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Левая часть неравенства определена при $0 < x < \frac{1}{2}$. При этих значениях переменной

$$\log_2 \left(\frac{1}{x} - 2 \right) = \log_2 \frac{1-2x}{x} = \log_2 (1-2x) - \log_2 x,$$

и тогда

$$2\log_2 (1-2x) - \log_2 \left(\frac{1}{x} - 2 \right) \leq \log_2 (4x^2 + 6x - 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow_{0 < x < \frac{1}{2}} 2\log_2 (1-2x) - \log_2 (1-2x) + \log_2 x \leq \log_2 (4x^2 + 6x - 1) \Leftrightarrow \log_2 (1-2x) + \log_2 x \leq \log_2 (4x^2 + 6x - 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow_{0 < x < \frac{1}{2}} x(1-2x) \leq 4x^2 + 6x - 1 \quad (*) \Leftrightarrow 6x^2 + 5x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(6x-1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1, \\ x \geq \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow_{0 < x < \frac{1}{2}} \frac{1}{6} \leq x < \frac{1}{2}. \Leftrightarrow_{0 < x < \frac{1}{2}} x(1-2x) \leq 4x^2 + 6x - 1 \quad (*) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 + 5x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x+1)(6x-1) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1, \\ x \geq \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow_{0 < x < \frac{1}{2}} \frac{1}{6} \leq x < \frac{1}{2}.$$

Ответ: $\left[\frac{1}{6}; \frac{1}{2} \right)$.

Примечание о неравенстве (*).

При $0 < x < \frac{1}{2}$ левая часть неравенства (*) положительна, поэтому на множестве решений правая часть неравенства(*) также будет положительна (большее положительного положительно). Таким образом, при найденных значениях переменной правая часть исходного неравенства определена, поэтому все они входят в ответ. При таком решении не требуется искать ОДЗ исходного неравенства и решать для этого неравенство $4x^2 + 6x - 1 > 0$.

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. Пусть долг в июле 2030 года составит 5 Стис.рублей, тогда в первые пять лет долг должен уменьшаться на $\frac{800-5S}{5} = 160 - S$ тыс. рублей, а в следующие пять лет — на S тыс. рублей. Составим таблицу.

Год	Долг в январе (после начисления процен- тов) тыс. руб.	Выплата тыс. руб.	Долг в июле тыс. руб.
2025			800
2026	$1,3 \cdot 800$	$1,3 \cdot 800 - (640 + S)$	$640 + S$
2027	$1,3(640 + S)$	$1,3 \cdot (640 + S) - (480 + 2S)$	$480 + 2S$
2028	$1,3(480 + 2S)$	$1,3 \cdot (480 + 2S) - (320 + 3S)$	$320 + 3S$
2029	$1,3(320 + 3S)$	$1,3(320 + 3S) - (160 + 4S)$	$160 + 4S$
2030	$1,3(160 + 4S)$	$1,3(160 + 4S) - 5S$	$5S$
2031	$1,3 \cdot 5S$	$1,3 \cdot 5S - 4S$	$4S$
...	...	...	...
2034	$1,3 \cdot 2S$	$1,3 \cdot 2S - S$	S
2035	$1,3 \cdot S$	$1,3 \cdot S - 0$	0

Выплаты в первые пять лет представляют собой арифметическую прогрессию, найдём их сумму

$$\begin{aligned}
 &= \underbrace{1,3 \cdot 800 - (640 + S)}_{1\text{-я выплата}} + \underbrace{1,3 \cdot (640 + S) - (480 + 2S)}_{2\text{-я выплата}} + \underbrace{1,3 \cdot (480 + 2S) - (320 + 3S)}_{3\text{-я выплата}} + \underbrace{1,3(320 + 3S) - (160 + 4S)}_{4\text{-я выплата}} + \underbrace{1,3(160 + 4S) - 5S}_{5\text{-я выплата}} = \\
 &= \frac{1,3 \cdot 800 - (640 + S) + 1,3(160 + 4S) - 5S}{2} \cdot 5 = \frac{608 - 0,8S}{2} \cdot 5 = (304 - 0,4S) \cdot 5 = 1520 - 2S. \quad B_{2026-2030} = \\
 &= \underbrace{1,3 \cdot 800 - (640 + S)}_{1\text{-я выплата}} + \underbrace{1,3 \cdot (640 + S) - (480 + 2S)}_{2\text{-я выплата}} + \underbrace{1,3 \cdot (480 + 2S) - (320 + 3S)}_{3\text{-я выплата}} + \underbrace{1,3(320 + 3S) - (160 + 4S)}_{4\text{-я выплата}} + \underbrace{1,3(160 + 4S) - 5S}_{5\text{-я выплата}} = \\
 &= \frac{1,3 \cdot 800 - (640 + S) + 1,3(160 + 4S) - 5S}{2} \cdot 5 = \\
 &= \frac{608 - 0,8S}{2} \cdot 5 = (304 - 0,4S) \cdot 5 = 1520 - 2S.
 \end{aligned}$$

Выплаты в последние пять лет также представляют собой арифметическую прогрессию, найдём их сумму

$$\begin{aligned}
 B_{2031-2035} &= \underbrace{1,3 \cdot 5S - 4S}_{6\text{-я выплата}} + \dots + \underbrace{1,3 \cdot 2S - S}_{9\text{-я выплата}} + \underbrace{1,3 \cdot S}_{10\text{-я выплата}} = \\
 &= \frac{1,3 \cdot 5S - 4S + 1,3 \cdot S}{2} \cdot 5 = \frac{3,8S}{2} \cdot 5 = 9,5S. \quad B_{2031-2035} = \\
 &= \underbrace{1,3 \cdot 5S - 4S}_{6\text{-я выплата}} + \dots + \underbrace{1,3 \cdot 2S - S}_{9\text{-я выплата}} + \underbrace{1,3 \cdot S}_{10\text{-я выплата}} = \\
 &= \frac{1,3 \cdot 5S - 4S + 1,3 \cdot S}{2} \cdot 5 = \frac{3,8S}{2} \cdot 5 = 9,5S.
 \end{aligned}$$

Сумма всех выплат по условию равна 1970 тыс. руб., тогда

$$1520 - 2S + 9,5S = 1970 \Leftrightarrow 7,5S = 450 \Leftrightarrow 5S = 300.$$

Таким образом, долг в июле 2030 года составит 300 тыс. рублей.

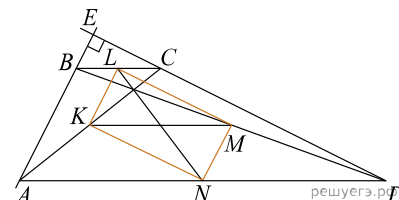
Ответ: 300 000.

№ 17.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3

Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Заметим, что отрезок KL — средняя линия треугольника ABC , отрезок LM — средняя линия треугольника BCD . Отсюда следует, что отрезки KL и MN равны и параллельны. Отсюда $KLMN$ — параллелограмм, отрезок MN — средняя линия треугольника ABD , поэтому прямые MN и AB параллельны, прямые AB и CD перпендикулярны, прямые LM и CD параллельны, то есть прямая LM перпендикулярна прямой MN . Следовательно, четырехугольник $KLMN$ — прямоугольник, поэтому его диагонали равны. Что и требовалось доказать.



б) Пусть боковые стороны трапеции пересекаются в точке E . По свойству медианы прямоугольного треугольника $EL = \frac{BC}{2}$, $EN = \frac{AD}{2}$. Отсюда

$$LN = EN - EL = \frac{BC - AD}{2} = \frac{26}{2} = 13.$$

Таким образом, площадь прямоугольника $KLMN$ равна 60, а его диагональ равна 13. Тогда по теореме Пифагора получаем, что стороны прямоугольника равны 5 и 12. Значит, боковые стороны трапеции равны 10 и 24. Высота трапеции равна высоте прямоугольного треугольника с катетами 10 и 24, проведенной к гипотенузе, равной $\sqrt{10^2 + 24^2} = 26$. Таким образом, высота трапеции равна $\frac{10 \cdot 24}{26} = \frac{120}{13}$.

Ответ: б) $\frac{120}{13}$.

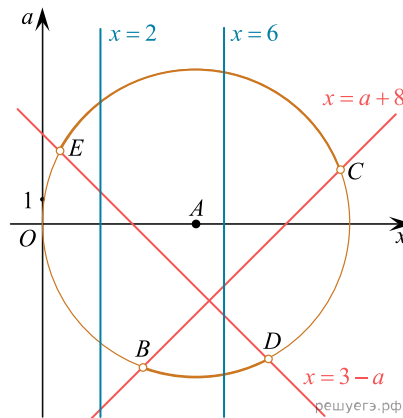
№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только исключением точек $a = -5$, $a = 4$ и/или $a = 5$.	3

В решении верно найдены корни $\left[-5; -1 - \frac{\sqrt{46}}{2}\right) \text{ и } \left(\frac{-3 + \sqrt{41}}{2}; 5\right], \text{ множества значений } a, \text{ возможно, с исключением граничных точек.}$ ИЛИ Верно пройдены все этапы решения, но неверно найдены граничные точки множества значений a из-за вычислительной ошибки.	2
Верно построено множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Решение. Исходное уравнение равносильно уравнению $(x-5)^2 + a^2 = 25$ при условии $(a-x+8)(a+x-3) > 0$.

Изобразим множество точек, координаты которых удовлетворяют данной системе неравенств, в координатной плоскости Oxa . Уравнение $(x-5)^2 + a^2 = 25$ задает окружность радиуса 5 с центром в точке $A(5; 0)$. Прямая $x = a + 8$ и окружность $(x-5)^2 + a^2 = 25$ пересекаются в точках $B\left(\frac{13 - \sqrt{41}}{2}; \frac{-3 - \sqrt{41}}{2}\right)$ и $C\left(\frac{13 + \sqrt{41}}{2}; \frac{-3 + \sqrt{41}}{2}\right)$. Прямая $x = 3 - a$ и окружность $(x-5)^2 + a^2 = 25$ пересекаются в точках $D\left(4 + \frac{\sqrt{46}}{2}; -1 - \frac{\sqrt{46}}{2}\right)$ и $E\left(4 - \frac{\sqrt{46}}{2}; -1 + \frac{\sqrt{46}}{2}\right)$. Неравенству удовлетворяет, например, точка $A(5; 0)$ — центр окружности. Таким образом, множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению, состоит из дуг BD и CE .



Прямая $x = 2$ пересекает окружность $(x-5)^2 + a^2 = 25$ в точках $(2; -4)$ и $(2; 4)$. Прямая $x = 6$ пересекает окружность $(x-5)^2 + a^2 = 25$ в точках $(6; -2\sqrt{6})$ и $(6; 2\sqrt{6})$.

Таким образом, исходное уравнение имеет ровно один корень на отрезке $[2; 6]$ при $a = -5$, $-2\sqrt{6} < a < -\frac{3 + \sqrt{41}}{2}$, $4 \leq a < 2\sqrt{6}$ и $a = 5$.

Ответ: $a = -5$, $-2\sqrt{6} < a < -\frac{3 + \sqrt{41}}{2}$, $4 \leq a < 2\sqrt{6}$, $a = 5$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты.	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	2
Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение в п. а; — пример в п. б; — искомая оценка в п. в; — пример в п. в, обеспечивающий точность предыдущей оценки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Решение. а) По признаку делимости на 11 сравним суммы цифр на нечетных и на четных местах. Очевидно, вторая сумма состоит из тех же слагаемых, написанных в обратном порядке.

б) Приписывание того же трехзначного числа умножает его на 1001. Но число $1001a = 7 \cdot 11 \cdot 13a$ не может быть квадратом, поскольку трехзначное a не может делиться на 7, 11, 13 одновременно. Без этого условия $1001a$ будет содержать в разложении на простые какие-то множители из набора 7, 11, 13 в первой степени — противоречие.

в) Обозначим цифры этого числа буквами x, y, z . Тогда:

$$\begin{aligned}
 100000x + 10000y + 1000z + 100z + 10y + x &= 100001x + 10010y + 1100z = 100000x + 10000y + 1000z + 100z + 10y + x = \\
 &= 100001x + 10010y + 1100z = \\
 &= 77(1298x + 130y + 14z) + 55x + 22z = 77(1298x + 130y + 14z) + 77x + 22(z - x) = 77(1298x + 130y + 14z) + 55x + 22z = \\
 &= 77(1298x + 130y + 14z) + 77x + 22(z - x).
 \end{aligned}$$

Первое и второе слагаемое гарантировано делятся на 77, поэтому третье тоже должно делиться, и этого достаточно. Тогда необходимо и достаточно, чтобы $z - x$ делилось на 7. Значит, можно на роль этих цифр взять (8, 1), (1, 8), (9, 2), (2, 9) или (7, 0), а также любую из девяти пар цифр, в которых цифры одинаковы (x нельзя брать нулем как первую цифру числа). Это дает 14 вариантов выбора цифр x и z , и в каждом из них есть 10 вариантов выбора цифры y . Окончательно получаем $14 \cdot 10 = 140$ вариантов.

Ответ: а) да; б) нет; в) разность первой и третьей цифр делится на 7; 140 чисел.