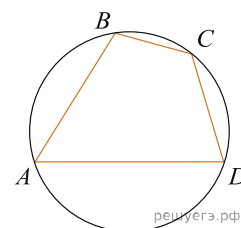


Вариант 214

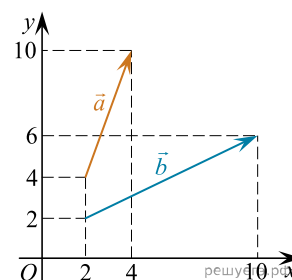
№ 1.

Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 58° . Найдите угол C этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



№ 2.

Найдите сумму координат вектора $\vec{a} + \vec{b}$.



№ 3.

Радиусы трех шаров равны 6, 8 и 10. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.

№ 4.

В соревновании по биатлону участвуют спортсмены из 25 стран, одна из которых — Россия. Всего на старт вышло 60 участников, из которых 6 — из России. Порядок старта определяется жребием, стартуют спортсмены друг за другом. Какова вероятность того, что десятым стартовал спортсмен из России?

№ 5.

В викторине участвуют 6 команд. Все команды разной силы, и в каждой встрече выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая команда играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых трёх играх победила команда A . Какова вероятность того, что эта команда выиграет четвёртый раунд?

№ 6.

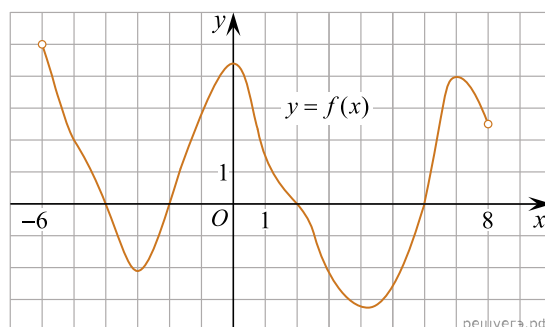
Найдите корень уравнения $(x-1)^3 = -8$.

№ 7.

Найдите $\frac{g(2-x)}{g(2+x)}$, если $g(x) = \sqrt[3]{x(4-x)}$ при $|x| \neq 2$.

№ 8.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



№ 9.

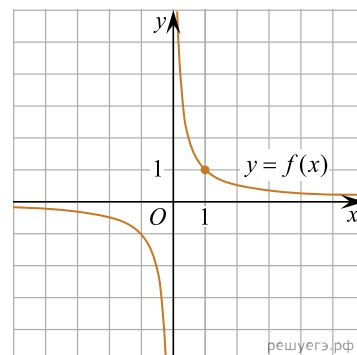
Катер должен пересечь реку шириной $L = 100$ м и со скоростью течения $u = 0,5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$, где α — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

№ 10.

Расстояние между пристанями A и B равно 120 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B , тотчас повернула обратно и возвратилась в A . К этому времени плот прошел 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите $f(10)$.



№ 12.

Найдите точку максимума функции $y = (x^2 - 10x + 10)e^{5-x}$.

№ 13.

а) Решите уравнение $\log_{\sin x}(\sin 2x + 2\sqrt{3}\sin^2 x + \sin x) = 1$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

№ 14.

В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 1.

а) Докажите, что точки F и C равноудалены от плоскости BED_1 .

б) Найдите расстояние между прямыми ED_1 и FE_1 .

№ 15.

Решите неравенство $\frac{\log_2(4x)}{1 - \log_2^2(2x)} - \frac{1}{\log_2 \frac{x}{4}} \geq 0$.

№ 16.

Планируется открыть вклад на 4 года, положив на счет целое число миллионов рублей. В конце каждого года сумма, лежащая на вкладе, увеличивается на 10%, а в начале третьего и четвертого года вклад пополняется на 3 миллиона рублей. Найдите наименьший первоначальный вклад, при котором начисленные проценты за весь срок будут более 5 миллионов рублей.

№ 17.

В треугольнике ABC на стороне BC отметили точку D так, что $AB = BD$. Биссектриса BF пересекает AD в точке E . Из точки C на прямую AD опущен перпендикуляр CK .

а) Докажите, что $AB:BC = AE:EK$.

б) Найдите отношение площади ABE к площади $CDEF$, если $BD:DC = 5:2$.

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$x^2 + 4x - 2|x - a| + 2 - a = 0$$

имеет четыре корня.

№ 19.

Рассмотрим частное трёхзначного числа, в записи которого нет нулей, и произведения его цифр.

а) Приведите пример числа, для которого это частное равно $\frac{113}{27}$.

б) Может ли это частное равняться $\frac{125}{27}$?

в) Какое наибольшее значение может принимать это частное, если оно равно несократимой дроби со знаменателем 27?

Ответы

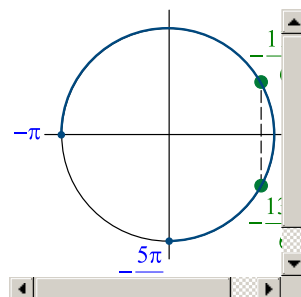
Номер	Задание	Ответ
1	27871	122
2	27736	20
3	27125	12
4	501210	0,1
5	508866	0,8
6	282850	-1
7	26839	1
8	27487	4
9	28010	45
10	99602	22
11	660801	0,1
12	26725	10

№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. а) Заметим, что уравнение определено при $\cos x > \frac{1}{2}$. Преобразуем его при этом условии:

$$\begin{aligned}
 \log_2 \left(\cos x - \frac{1}{2} \right) + \log_2 \left(\cos x + \frac{1}{2} \right) &= -1 \Leftrightarrow \log_2 \left(\cos^2 x - \frac{1}{4} \right) = -1 \Leftrightarrow \cos^2 x - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \cos^2 x &= \frac{3}{4} \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \\
 \log_2 \left(\cos x - \frac{1}{2} \right) + \log_2 \left(\cos x + \frac{1}{2} \right) &= -1 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \log_2 \left(\cos^2 x - \frac{1}{4} \right) &= -1 \Leftrightarrow \cos^2 x - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x &= \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \log_2 \left(\cos x - \frac{1}{2} \right) + \log_2 \left(\cos x + \frac{1}{2} \right) = -1 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \log_2 \left(\cos^2 x - \frac{1}{4} \right) &= -1 \Leftrightarrow \cos^2 x - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \cos^2 x &= \frac{3}{4} \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \cos x &= \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.
 \end{aligned}$$



б) Отберем корни при помощи единичной окружности (см. рис.). Подходят: $-\frac{13\pi}{6}, -\frac{11\pi}{6}$.

Ответ: а) $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $-\frac{13\pi}{6}, -\frac{11\pi}{6}$.

№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0

Решение. а) Заметим, что прямые BE и CD параллельны C_1D_1 , следовательно, сечение проходит через точку C_1 . Отрезок CF пересекает BE , а следовательно, и плоскость сечения в точке O — центре основания. Таким образом, $CO = FO$. Проекция равных отрезков на одну плоскость равны, следовательно, $CO = FO$, где C и F — проекции точек C и F на сечение BED_1C_1 . Треугольники CCO и FFO равны по гипотенузе и катету. Поэтому $CC = FF$.

б) Заметим, что FE_1 параллельно BC_1 , следовательно, прямая FE_1 параллельна сечению BED_1C_1 . Таким образом, искомое расстояние равно расстоянию от прямой FE_1 до сечения BED_1C_1 . Следовательно, искомое расстояние, это, например, $FF' = CC'$. Найдем последнее как высоту пирамиды $BECC_1$, опущенную из вершины C . Объем пирамиды $BECC_1$:

$$V = \frac{1}{3} S_{BCE} \cdot CC_1 = \frac{1}{3} S_{BEC_1} \cdot CC',$$

откуда $CC' = \frac{S_{BCE}}{S_{BEC_1}} \cdot CC_1$.

Из свойств правильного шестиугольника $S_{BCE} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Очевидно, что сечение BED_1C_1 — равнобедренная трапеция в которой боковая сторона $BC_1 = \sqrt{2}$, а высота равна

$$C_1H = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

Таким образом,

$$S_{BEC_1} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{\sqrt{7}}{2},$$

$$CC' = \sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Ответ: б) $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

Приведем решение Александра Турбанова (Липецк).

Введем прямоугольную систему координат с началом в точке B , как показано на рисунке. В этой системе координат:

$$B(0; 0; 0),$$

$$E(1; \sqrt{3}; 0),$$

$$D_1(0; \sqrt{3}; 1),$$

$$F\left(\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right),$$

$$C\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right).$$

Найдем уравнение плоскости BED_1 в виде $Ax + By + Cz + D = 0$. Плоскость проходит через начало координат, а потому $D = 0$. Подставляя координаты точек E и D_1 , находим:

$$\begin{cases} A + \sqrt{3}B = 0, \\ \sqrt{3}B + C = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3}B = -A, \\ \sqrt{3}B = -C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = C, \\ B = -\frac{C}{\sqrt{3}}, \end{cases}$$

откуда

$$Cx - \frac{C}{\sqrt{3}}y + Cz = 0 \Leftrightarrow_{C \neq 0} \sqrt{3}x - y + \sqrt{3}z = 0.$$

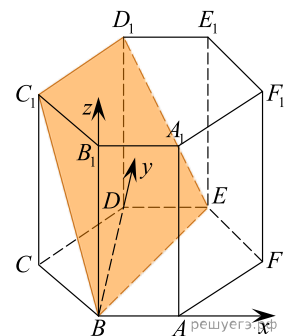
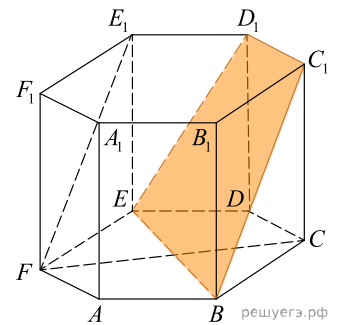
Найдем расстояния от точек F и C до плоскости BED_1 :

$$\rho(F; BED_1) = \frac{\left|\frac{3}{2} \cdot \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 + 0 \cdot \sqrt{3}\right|}{\sqrt{3+3+1}} = \sqrt{\frac{3}{7}},$$

$$\rho(C; BED_1) = \frac{\left|-\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} + 0 \cdot \sqrt{3}\right|}{\sqrt{3+3+1}} = \sqrt{\frac{3}{7}}.$$

Таким образом, точки F и C равноудалены от плоскости BED_1 .

б) Прямая BC_1 параллельна прямой E_1F . Докажем, что точка C_1 лежит в плоскости BED_1 . Подставим



координаты точки $C_1\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$ в уравнение плоскости, получим: $-\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} = 0$. Это равенство верно, следовательно, точка C_1 действительно принадлежит плоскости BED_1 . Тогда и прямая BC_1 принадлежит плоскости BED_1 , а значит, плоскость BED_1 параллельна прямой E_1F . Найдем расстояние между прямыми ED_1 и FE_1 :

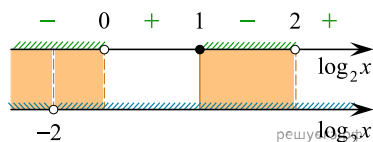
$$\rho(E_1F; ED_1) = \rho(F; BED_1) = \sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Преобразуем неравенство:

$$\begin{aligned} \frac{\log_2(4x)}{1 - \log_2^2(2x)} - \frac{1}{\log_2 \frac{x}{4}} &\geq 0 \Leftrightarrow -\frac{2 + \log_2 x}{\log_2 x(2 + \log_2 x)} - \frac{1}{\log_2 x - 2} \geq 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{2 + \log_2 x}{\log_2 x(2 + \log_2 x)} + \frac{1}{\log_2 x - 2} &\leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_2 x - 2} \leq 0, \\ 2 + \log_2 x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\log_2 x - 1}{\log_2 x(\log_2 x - 2)} \leq 0, \\ \log_2 x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x < -2, \\ -2 < \log_2 x < 0, \\ 1 \leq \log_2 x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{4}, \\ \frac{1}{4} < x < 1, \\ 2 \leq x < 4. \end{cases} \frac{\log_2(4x)}{1 - \log_2^2(2x)} - \frac{1}{\log_2 \frac{x}{4}} \geq 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -\frac{2 + \log_2 x}{\log_2 x(2 + \log_2 x)} - \frac{1}{\log_2 x - 2} \geq 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{2 + \log_2 x}{\log_2 x(2 + \log_2 x)} + \frac{1}{\log_2 x - 2} \leq 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_2 x - 2} \leq 0, \\ 2 + \log_2 x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\log_2 x - 1}{\log_2 x(\log_2 x - 2)} \leq 0, \\ \log_2 x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x < -2, \\ -2 < \log_2 x < 0, \\ 1 \leq \log_2 x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{4}, \\ \frac{1}{4} < x < 1, \\ 2 \leq x < 4. \end{cases} \frac{\log_2(4x)}{1 - \log_2^2(2x)} - \frac{1}{\log_2 \frac{x}{4}} \geq 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -\frac{2 + \log_2 x}{\log_2 x(2 + \log_2 x)} - \frac{1}{\log_2 x - 2} \geq 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{2 + \log_2 x}{\log_2 x(2 + \log_2 x)} + \frac{1}{\log_2 x - 2} \leq 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_2 x - 2} \leq 0, \\ 2 + \log_2 x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\log_2 x - 1}{\log_2 x(\log_2 x - 2)} \leq 0, \\ \log_2 x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x < -2, \\ -2 < \log_2 x < 0, \\ 1 \leq \log_2 x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{4}, \\ \frac{1}{4} < x < 1, \\ 2 \leq x < 4. \end{cases} \end{aligned}$$



Ответ: $\left(0; \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{4}; 1\right) \cup [2; 4)$.

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Решение. Пусть в банк был положено x миллионов рублей. После двух лет сумма вклада составит:

$$1,1 \cdot 1,1x = 1,21x.$$

В начале третьего года вклад пополняется на 3 миллиона. Затем банк начисляет проценты и сумма вклада станет равна:

$$1,1(1,21x + 3) = 1,331x + 3,3.$$

В начале четвертого года вклад пополняется еще раз на 3 миллиона. После начисления процентов за четвертый год сумма вклада станет равна:

$$1,1(1,331x + 6,3) = 1,4641x + 6,93.$$

Это превосходит внесенную вкладчиком сумму $x + 3 + 3$ млн руб. на $0,4641x + 0,93$ млн руб.

По условию задачи

$$0,4641x + 0,93 > 5,$$

откуда

$$x > \frac{4,07}{0,4641} = \frac{40700}{4641} = 8,7\dots$$

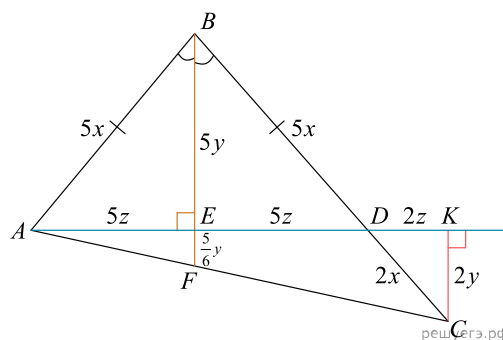
Наименьшее целое решение неравенства равно 9. Таким образом, наименьший первоначальный вклад, при котором начисленные проценты за весь срок будут более 5 миллионов рублей, составляет 9 миллионов рублей.

Ответ: 9млнруб.

№ 17.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0

Решение. а) В равнобедренном треугольнике ABD биссектриса BE является и высотой. Значит, прямая BF перпендикулярна прямой AD . Тогда прямые BF и CK параллельны. По теореме Фалеса $AE:EK = AF:FC$. По свойству биссектрисы треугольника $AF:FC = AB:BC$. Значит, $AE:EK = AB:BC$, что и требовалось доказать.



б) Пусть $BD = 5x = AB$, а $CD = 2x$, тогда $BC = 7x$. Треугольники BDE и CDK подобны по двум углам ($\angle BDE = \angle KDC$, как вертикальные, $\angle BED = \angle CKD = 90^\circ$), треугольники AEF и AKC подобны по двум углам (угол A — общий, $\angle AEF = \angle AKC = 90^\circ$). Пусть $CK = 2y$, а $KD = 2z$, тогда $BE = 5y$, $AE = 5z$, $EF = \frac{5}{6}y$. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{S_{ABE}}{S_{CDEF}} &= \frac{S_{ABE}}{S_{CKEF} - S_{CKD}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 5y \cdot 5z}{\frac{1}{2} (2y + \frac{5}{6}y) \cdot 7z - \frac{1}{2} \cdot 2y \cdot 2z} = \frac{25 \cdot 6}{17 \cdot 7 - 24} = \frac{30}{19}. \\ \frac{S_{ABE}}{S_{CDEF}} &= \frac{S_{ABE}}{S_{CKEF} - S_{CKD}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 5y \cdot 5z}{\frac{1}{2} (2y + \frac{5}{6}y) \cdot 7z - \frac{1}{2} \cdot 2y \cdot 2z} = \frac{25 \cdot 6}{17 \cdot 7 - 24} = \frac{30}{19}. \end{aligned}$$

Ответ: 30:19.

№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получен ответ, но в решении допущена вычислительная ошибка или оно недостаточно обосновано	3
С помощью верного рассуждения получен ответ, но в ходе решения допущена одна ошибка, отличная от вычислительной	2
Получены некоторые верные значения параметра, однако решение содержит более одной ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

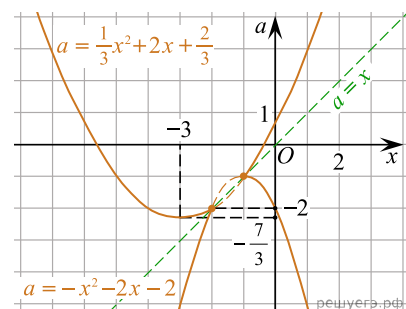
Решение. Преобразуем уравнение, раскрыв модуль:

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - 2|x - a| + 2 - a = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x - a \geq 0, \\ x^2 + 4x - 2x + 2a + 2 - a = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq x, \\ a = -x^2 - 2x - 2, \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x - a < 0, \\ x^2 + 4x + 2x - 2a + 2 - a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > x, \\ a = \frac{x^2}{3} + 2x + \frac{2}{3}. \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x - a \geq 0, \\ x^2 + 4x - 2x + 2a + 2 - a = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq x, \\ a = -x^2 - 2x - 2, \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x - a < 0, \\ x^2 + 4x + 2x - 2a + 2 - a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > x, \\ a = \frac{x^2}{3} + 2x + \frac{2}{3}. \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x - a \geq 0, \\ x^2 + 4x - 2x + 2a + 2 - a = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq x, \\ a = -x^2 - 2x - 2, \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x - a < 0, \\ x^2 + 4x + 2x - 2a + 2 - a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > x, \\ a = \frac{x^2}{3} + 2x + \frac{2}{3}. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \leq x, \\ a = -x^2 - 2x - 2, \end{cases} \quad \begin{cases} a > x, \\ a = \frac{x^2}{3} + 2x + \frac{2}{3}. \end{cases}$$

Построим график полученной совокупности в системе координат xOa . График первой системы представляет собой части параболы $a = -x^2 - 2x - 2$, лежащие не выше прямой $a = x$. График второй системы представляет собой части параболы $a = \frac{x^2}{3} + 2x + \frac{2}{3}$, лежащие выше прямой $a = x$.

При $-\frac{7}{3} < a < -2$ построенный график имеет четыре точки пересечения с горизонтальной прямой, при $a = -\frac{7}{3}$ и при $a = -2$ — три точки, при остальных значениях a — две точки. Значит, исходное уравнение имеет четыре корня при $-\frac{7}{3} < a < -2$.



Ответ: $\left(-\frac{7}{3}; -2\right)$.

№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно построен пример в п. а и обоснованно получены верные ответы в п. б и п. в.	4
Обоснованно получен ответ в п. в и один из следующих результатов: — пример в п. а; — обоснованное решение п. б.	3
Верно построен пример в п. а и обоснованно получен ответ в п. б. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в п. в.	2
Верно построен пример в п. а. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в п. б.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Решение. а) Например, частное числа 339 и произведения его цифр равно $\frac{113}{27}$.

б) Пусть это частное равно $\frac{125}{27}$. Тогда число делится на 25, а его две последние цифры равны 2 и 5 или 7 и 5. Но произведение цифр числа должно делиться на 27. Ни 2, ни 5, ни 7 не делятся на 3, а первая цифра не больше 9. Значит, частное не может равняться $\frac{125}{27}$.

в) Рассмотрим два случая:

1. Если произведение цифр числа больше 27. Тогда число и произведение его цифр имеют общий делитель, больший 1, а частное числа и произведения его цифр не превосходят $\frac{999}{54} < \frac{500}{27}$.

2. Если произведение цифр числа равняется 27. Тогда число состоит из единиц, троек и девяток. Наибольшее такое число с произведением цифр 27 равняется 931. Частное этого числа и произведения его цифр равняется $\frac{931}{27}$.

Значит $\frac{931}{27}$ — это наибольшее значение, которое может принимать это частное, если оно равно несократимой дроби со знаменателем 27.

Ответ: а) например, 339; б) нет; в) $\frac{931}{27}$.

