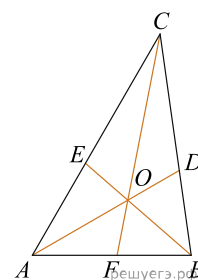


Вариант 216

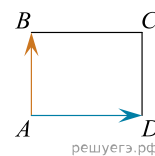
№ 1.

В треугольнике ABC угол A равен 60° , угол B равен 82° . AD , BE и CF — биссектрисы, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOF . Ответ дайте в градусах.



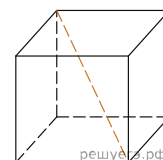
№ 2.

Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8. Найдите длину суммы векторов $\vec{AB}$ и $\vec{AD}$.



№ 3.

Объем куба равен $24\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.



№ 4.

В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.

№ 5.

В аэропорту два одинаковых автомата продают чай. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится чай, равна 0,3. Такова же вероятность, что чай закончится во втором автомате. Вероятность того, что чай закончится в обоих автоматах, равна 0,13. Найдите вероятность того, что к концу дня в одном из автоматов чай закончится, а в другом — нет.

№ 6.

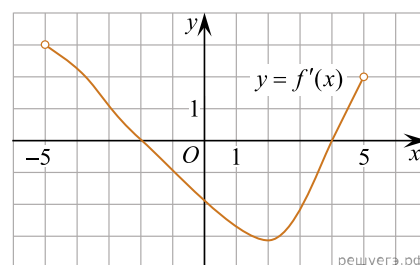
Решите уравнение $\frac{x-6}{7x+3} = \frac{x-6}{5x-1}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

№ 7.

Найдите значение выражения $35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7}$.

№ 8.

На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.

**№ 9.**

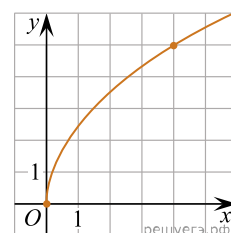
Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой $h(t) = -5t^2 + 18t$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 9 метров?

№ 10.

Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите $f(6,76)$.



№ 12.

Найдите наибольшее значение функции $y = (x+6)^2 e^{-4-x}$ на отрезке $[-6; -1]$.

№ 13.

а) Решите уравнение $(1 - 3 \operatorname{tg}^2 x) \sqrt{7 \sin x} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$.

№ 14.

В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребрами $AB = BC = 6$ и $AA_1 = 12$, точки M и K — середины AB и BC соответственно. Точка N лежит на ребре BB_1 , причем $BN = 6$. Через точку D провели плоскость α параллельно плоскости KMN .

а) Докажите, что плоскость α проходит через точки A_1 и C_1 .

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α .

№ 15.

Решите неравенство $\frac{2x^2 + 9x + 7}{\log_3(x^2 + 6x + 9)} \geq 0$.

№ 16.

15-го декабря 2018 года Саша и Паша взяли в банке одинаковые суммы в кредит на 12 месяцев. Банк предложил им похожие схемы погашения долга.

Условия возврата кредита у Саши оказались следующие:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплачивать одним платежом часть долга;
- на 15-е числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга, чем на 15-е число предыдущего месяца.

У Паши условия возврата кредита были таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплачивать одним платежом часть долга;
- на 15-е число каждого месяца с января по ноябрь включительно долг должен уменьшаться на 50 тыс. руб.;
- в декабре 2019 года весь оставшийся на тот момент долг должен быть полностью погашен.

Когда в декабре 2019 года Саша и Паша рассчитались со своими кредитами, выяснилось, что один из них выплатил за год банку на 429 тыс. руб. больше, нежели другой. Определите, какая сумма была взята каждым в кредит.

№ 17.

Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC , пересекает сторону AD в точке M , равноудалённой от вершин B и D .

а) Докажите, что $\angle ABM = \angle DBC = 30^\circ$.

б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM , если $BC = 9$.

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{x(y+1) - |x|(y-1)}{2x}, \\ ax - y + 2a = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

№ 19.

Последовательность $a_1, a_2, \dots, a_7$ состоит из неотрицательных однозначных чисел. Пусть M_k — среднее арифметическое всех членов этой последовательности, кроме k -го. Известно, что $M_1 = 1$, $M_2 = 2$.

а) приведите пример такой последовательности, для которой $M_3 = 1,5$.

б) существует ли такая последовательность, для которой $M_3 = 3$?

в) Найдите наибольшее возможное значение M_3 .

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27778	49
2	27708	10
3	27099	6
4	500250	0,92
5	320452	0,34
6	101879	6
7	26742	1,4
8	526007	4
9	500252	2,4
10	99582	18
11	509113	6,5
12	77485	4

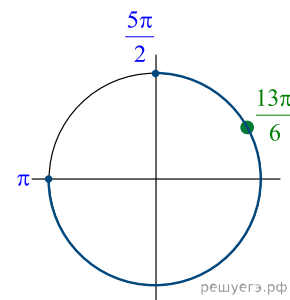
№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. а) Решим уравнение:

$$\frac{2\cos x - \sqrt{3}}{\sqrt{7}\sin x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos x - \sqrt{3} = 0, \\ \sin x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \sin x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\frac{2\cos x - \sqrt{3}}{\sqrt{7}\sin x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos x - \sqrt{3} = 0, \\ \sin x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \sin x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$



б) Среди представленных корней с помощью тригонометрической окружности отберем те, которые принадлежат отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$. Получим число $\frac{13\pi}{6}$.

Ответ: а) $\left\{\frac{\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$; б) $\frac{13\pi}{6}$.

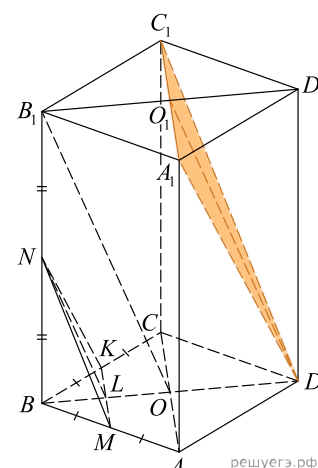
№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1

Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Пусть точки O и O_1 — центры нижнего и верхнего оснований призмы соответственно, а L — точка пересечения прямых BD и KM . Заметим, что отрезок KM — средняя линия треугольника ABC , следовательно, прямые KM , AC и A_1C_1 параллельны между собой.

Кроме того, точка L — середина отрезка BO , поэтому отрезок NL — средняя линия треугольника BOB_1 . Значит, прямая NL параллельна прямой OB_1 . Покажем, что прямая OB_1 также параллельна прямой DO_1 . Действительно, четырехугольник ODO_1B_1 — параллелограмм, так как стороны его противоположные стороны OD и O_1B_1 параллельны и равны. Итак, прямые NL , OB_1 и DO_1 параллельны между собой.



Таким образом, плоскости KMN и DA_1C_1 содержат две пары пересекающихся параллельных прямых и, следовательно, параллельны. Заметим, что, таким образом, плоскости α и DA_1C_1 — параллельны и обе эти плоскости проходят через точку D . Поэтому плоскость DA_1C_1 совпадает с плоскостью α .

б) Из п. а) следует, что сечением является треугольник DA_1C_1 . По теореме о трех перпендикулярах отрезки DO_1 и A_1C_1 перпендикулярны, поскольку отрезок D_1O_1 перпендикулярен диагонали A_1C_1 . Отсюда находим:

$$A_1C_1 = AC = BD = B_1D_1 = AB\sqrt{2} = 6\sqrt{2},$$

значит,

$$O_1D_1 = \frac{1}{2}B_1D_1 = 3\sqrt{2}.$$

$$DO_1 = \sqrt{DD_1^2 + D_1O_1^2} = 9\sqrt{2}.$$

Таким образом, площадь сечения призмы плоскостью α равна:

$$S_{DA_1C_1} = \frac{1}{2}A_1C_1 \cdot DO_1 = 54.$$

Ответ: б) 54.

№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2

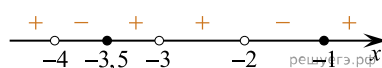
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. При условии $x \neq -3$, учитывая монотонное возрастание логарифмической функции с основанием, большим 1, имеем:

$$\frac{2x^2 + 9x + 7}{\log_3(x^2 + 6x + 9)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 + 9x + 7}{\log_3(x+3)^2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 + 9x + 7}{\log_3(x+3)^2 - \log_3 1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 + 9x + 7}{\log_3(x^2 + 6x + 9)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 + 9x + 7}{\log_3(x+3)^2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 + 9x + 7}{\log_3(x+3)^2 - \log_3 1} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+1)(2x+7)}{(x+3)^2 - 1} \geq 0, \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{(x+1)(2x+7)(x+3)}{(x+4)(x+2)(x+3)} \geq 0.$$

Решая последнее неравенство методом интервалов,



окончательно получаем: $x < -4$, $-3,5 \leq x < -3$, $-3 < x < -2$, $x \geq -1$.

Ответ: $(-\infty; -4) \cup [-3,5; -3) \cup (-3; -2) \cup [-1; +\infty)$.

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. Пусть суммы кредитов равны S тыс. руб., повышающий коэффициент $k = 1 + \frac{10}{100} = 1,1$. Составим таблицу по данным задачи для Саши.

Номер месяца	Название месяца	Долг на 1 число (после начисления процентов), тыс. руб.	Выплата, тыс. руб.	Долг на 15 число (до начисления процентов), тыс. руб.
--------------	-----------------	---	--------------------	---

	декабрь			S
1	январь	kS	$kS - \frac{11}{12}S$	$\frac{11}{12}S$
2	февраль	$\frac{11}{12}kS$	$\frac{11}{12}kS - \frac{10}{12}S$	$\frac{10}{12}S$
...	...	...	...	...
11	ноябрь	$\frac{2}{12}kS$	$\frac{2}{12}kS - \frac{1}{12}S$	$\frac{1}{12}S$
12	декабрь	$\frac{1}{12}kS$	$\frac{1}{12}kS - 0$	0

Сумма выплат для Саши равна

$$\begin{aligned}
 B_C &= kS - \frac{11}{12}S + \frac{11}{12}kS - \frac{10}{12}S + \dots + \frac{2}{12}kS - \frac{1}{12}S + \frac{1}{12}kS - 0 = B_C = \\
 &= kS - \frac{11}{12}S + \frac{11}{12}kS - \frac{10}{12}S + \dots + \frac{2}{12}kS - \frac{1}{12}S + \frac{1}{12}kS - 0 = \\
 &= \left(kS + \frac{11}{12}kS + \dots + \frac{2}{12}kS + \frac{1}{12}kS \right) - \left(\frac{11}{12}S + \frac{10}{12}S + \dots + \frac{1}{12}S + 0 \right) = \\
 &= \frac{13kS}{12 \cdot 2} \cdot 12 - \frac{11S}{12 \cdot 2} \cdot 12 = 6,5kS - 5,5S.
 \end{aligned}$$

Подставив значение $k = 1,1$, получаем:

$$B_C = 6,5 \cdot 1,1S - 5,5 \cdot S = 1,65S.$$

Составим аналогичную таблицу по данным задачи для Паши.

Номер месяца	Название месяца	Долг на 1 число (после начисления процен- тов), тыс. руб.	Выплата, тыс. руб.	Долг на 15 число (до начисления процен- тов), тыс. руб.
	декабрь			S
1	январь	kS	$kS - S + 50$	$S - 50$
2	февраль	$k(S - 50)$	$k(S - 50) - S + 100$	$S - 100$
...	...	...	...	...
11	ноябрь	$k(S - 500)$	$k(S - 500) - S + 550$	$S - 550$
12	декабрь	$k(S - 550)$	$k(S - 550) - 0$	0

Сумма выплат для Паши равна

$$\begin{aligned}
 B_{\Pi} &= kS - S + 50 + k(S - 50) - S + 100 + \dots + k(S - 500) - S + 550 + k(S - 550) - 0 = B_{\Pi} = \\
 &= kS - S + 50 + k(S - 50) - S + 100 + \dots + k(S - 500) - S + 550 + k(S - 550) - 0 = \\
 &= (kS + k(S - 50) + \dots + k(S - 500) + k(S - 550)) - 11S + (50 + 100 + \dots + 550) = \\
 &= \frac{kS + k(S - 550)}{2} \cdot 12 - 11S + \frac{50 + 550}{2} \cdot 11 = 12kS - 3300k - 11S + 3300. = \frac{kS + k(S - 550)}{2} \cdot 12 - 11S + \frac{50 + 550}{2} \cdot 11 = \\
 &= 12kS - 3300k - 11S + 3300.
 \end{aligned}$$

Подставив значение $k = 1,1$, получаем:

$$B_{\Pi} = 12 \cdot 1,1 \cdot S - 3300 \cdot 1,1 - 11 \cdot S + 3300 = 2,2S - 330.$$

По условию один заплатил на 429 тыс. руб. больше другого. Значит,

$$|2,2S - 330 - 1,65S| = 429 \Leftrightarrow \begin{cases} 0,55S - 330 = 429, \\ 0,55S - 330 = -429 \end{cases} \Leftrightarrow_{S>0} S = 1380 \text{ тыс. руб.}$$

Ответ: 1,38 млн руб.

Приведем замечание Ирины Шраго.

Взятые в кредит суммы равны, поэтому можно сравнивать не полные выплаты, а только переплаты по кредиту. Для Саши переплата составила

$$0,1(S + \frac{11}{12}S + \frac{10}{12}S + \dots + \frac{1}{12}S) = 0,65S.$$

Переплата по кредиту для Паши составила

$$0,1(S + (S - 50) + (S - 100) + \dots + (S - 550)) = 1,2S - 330.$$

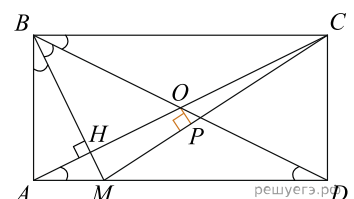
Осталось решить уравнение $|1,2S - 330 - 0,65S| = 429$.

№ 17.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Обозначим $\angle CBD = \alpha$. Треугольник BMD равнобедренный, поэтому $\angle DBM = \angle BDM = \angle CBD = \alpha$.

Прямоугольные треугольники ACB и BDA равны по катету и гипотенузе, поэтому $\angle ACB = \angle ADB = \alpha$.



Пусть H — точка пересечения BM и AC . Тогда BH — высота прямоугольного треугольника ABC , проведенная из вершины прямого угла. Значит, $\angle ABH = \angle ACB = \alpha$. Следовательно,

$$\angle ABM = \angle DBM = \angle CBD = \frac{1}{3} \cdot 90^\circ = 30^\circ.$$

б) Имеем $AB = BC \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$. $AM = AB \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3$, $MD = AD - AM = 9 - 3 = 6$.

Из прямоугольного треугольника CMD находим $MC = \sqrt{CD^2 + MD^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 6^2} = 3\sqrt{7}$.

Пусть O — центр прямоугольника $ABCD$. Расстояние от центра O прямоугольника $ABCD$ до прямой CM равно высоте OP треугольника CMO . Площадь треугольника CMO равна половине площади треугольника ACM :

$$S_{OCM} = \frac{1}{2} S_{ACM} = \frac{1}{4} AM \cdot AB = \frac{1}{2} CM \cdot OP.$$

$$OP = \frac{AM \cdot AB}{2 \cdot MC} = \frac{3 \cdot 3\sqrt{3}}{2 \cdot 3\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}.$$

Ответ: $\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$.

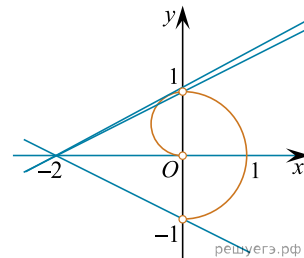
№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены верные значения параметра, но допущен недочет	3
С помощью верного рассуждения получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом верно выполнены все шаги решения, ИЛИ в решении верно найдены все граничные точки множества значений параметра, но неверно определены промежутки значений	2
В случае аналитического решения: задача верно сведена к набору решенных уравнений и неравенств с учетом требуемых ограничений, ИЛИ в случае графического решения: задача верно сведена к исследованию взаимного расположения линий (изображены необходимые фигуры, учтены ограничения, указана связь исходной задачи с построенными фигурами)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Решение. Рассмотрим первое уравнение системы. Дробь в правой части определена, если $x \neq 0$. Если $x > 0$, уравнение принимает вид $x^2 + y^2 = 1$ (*). Если $x < 0$, имеем:

$$x^2 + y^2 = \frac{x(y+1) + x(y-1)}{2x} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = y \Leftrightarrow x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}. \quad (**)$$

Уравнение(*) при $x > 0$ задает на координатной плоскости половину окружности радиусом 1 с центром в начале координат, лежащую правее оси ординат, а уравнение(**)— половину окружности радиусом $\frac{1}{2}$ с центром в точке $(0; \frac{1}{2})$, лежащую левее оси ординат (см.рис.). Уравнение $y = a(x+2)$ задает семейство прямых, проходящих через точку $(-2; 0)$, наклон которых зависит от значения параметра.



Прямая $y = ax + 2a$ пересекается с объединением полуокружностей в единственной точке, если $-1 < y \leq 0$, если $y = 1$, или если прямая касается полуокружности, которую задает уравнение (**). Рассмотрим каждый случай.

1. Если $-1 < y \leq 0$, то $0 < x \leq 1$. Прямая $y = ax + 2a$ проходит через точку $(0; -1)$ при $a = -\frac{1}{2}$, а через точку $(1; 0)$ — при $a = 0$. Значит, $-\frac{1}{2} < a \leq 0$.

2. Если $y = 1$, то $x = 0$. Тогда уравнение прямой принимает вид $y = 2a$, откуда $a = \frac{1}{2}$.

3. Подставим выражение для y из уравнения прямой в уравнение левой полуокружности. Получим:

$$\begin{aligned} x^2 + (ax + 2a)^2 &= ax + 2a \Leftrightarrow x^2 + a^2x^2 + 4a^2x + 4a^2 = ax + 2a \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (a^2 + 1)x^2 + (4a^2 - a)x + (4a^2 - 2a) &= 0. x^2 + (ax + 2a)^2 = ax + 2a \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x^2 + a^2x^2 + 4a^2x + 4a^2 &= ax + 2a \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (a^2 + 1)x^2 + (4a^2 - a)x + (4a^2 - 2a) &= 0. \end{aligned}$$

Приравняем дискриминант полученного уравнения к нулю:

$$\begin{aligned} (4a^2 - a)^2 - 4(a^2 + 1)(4a^2 - 2a) &= 0 \Leftrightarrow 16a^4 - 8a^3 + a^2 - 4(4a^4 - 2a^3 + 4a^2 - 2a) = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 16a^4 - 8a^3 + a^2 - 16a^4 + 8a^3 - 16a^2 + 8a &= 0 \Leftrightarrow -15a^2 + 8a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{8}{15}. (4a^2 - a)^2 - 4(a^2 + 1)(4a^2 - 2a) = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 16a^4 - 8a^3 + a^2 - 4(4a^4 - 2a^3 + 4a^2 - 2a) &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 16a^4 - 8a^3 + a^2 - 16a^4 + 8a^3 - 16a^2 + 8a &= 0 \Leftrightarrow -15a^2 + 8a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{8}{15}. (4a^2 - a)^2 - 4(a^2 + 1)(4a^2 - 2a) = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 16a^4 - 8a^3 + a^2 - 4(4a^4 - 2a^3 + 4a^2 - 2a) &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 16a^4 - 8a^3 + a^2 - 16a^4 + 8a^3 - 16a^2 + 8a &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -15a^2 + 8a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{8}{15}. \end{aligned}$$

Уравнение касательной: $y = \frac{8}{15}x + \frac{16}{15}$.

Ответ: $\left(-\frac{1}{2}; 0\right] \cup \left\{\frac{1}{2}; \frac{8}{15}\right\}$.

№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2

Верно получен один из следующих результатов: — пример в п. а; — верное доказательство в п. б; — искомая оценка в п. в; — пример в п. в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Решение. а) Например, последовательность 6, 0, 3, 1, 1, 1, 0 удовлетворяет условию задачи.

б) Если $M_1 = 1$, $M_3 = 3$, получаем:

$$a_1 + a_2 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 18,$$

$$a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 6,$$

откуда $a_1 - a_3 = 12$, что невозможно, поскольку последовательность должна состоять из однозначных чисел. Значит, не существует такой последовательности, для которой $M_3 = 3$.

в) Поскольку $M_1 = 1$, получаем:

$$a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 6,$$

а поскольку $a_1 - a_3 \leq 9$, получаем:

$$a_1 + a_2 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 \leq 15,$$

то есть $M_3 \leq 2,5$.

В последовательности 9, 3, 0, 1, 1, 1, 0 имеем:

$$M_1 = 1, \quad M_2 = 2, \quad M_3 = 2,5.$$

Ответ: а) например, 6, 0, 3, 1, 1, 1, 0; б) нет; в) 2,5.
