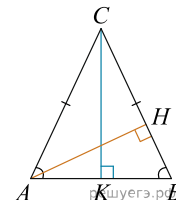


Вариант 236

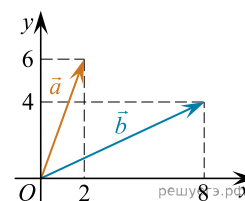
№ 1.

В треугольнике ABC $AC = BC = 4\sqrt{15}$, $\cos BAC = 0,25$. Найдите высоту AH .



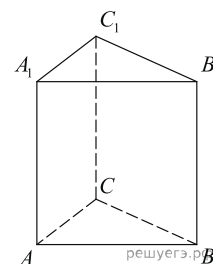
№ 2.

Найдите квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$.



№ 3.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 2, а боковое ребро равно 3.



№ 4.

Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

№ 5.

Семена подсолнечника расфасовывают в пакеты по 1 кг. Вероятность того, что в случайно выбранном пакете масса семян окажется меньше, чем 1050 г, равна 0,97. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 970 г, равна 0,94. Найдите вероятность того, что масса семян в этом пакете окажется в интервале от 970 г до 1050 г.

№ 6.

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}$.

№ 7.

Найдите значение выражения $\log_3 8,1 + \log_3 10$.

№ 8.

Прямая $y = -5x + 8$ является касательной к графику функции $y = 28x^2 + bx + 15$. Найдите b , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

№ 9.

Трактор тащит сани с силой $F = 80$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной $S = 50$ м вычисляется по формуле $A = FS \cos \alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) совершенная работа будет не менее 2000 кДж?

№ 10.

Два велосипедиста одновременно отправились в 88-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

№ 11.

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \log_a x$. Найдите значение $f(16)$.

□

№ 12.

Найдите точку минимума функции $y = 4x - 4 \ln(x + 7)$.

№ 13.

- а) Решите уравнение $\frac{\cos 2x \cdot \cos 8x - \cos 10x}{\cos x + 1} = 0$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0; \pi]$.
-

№ 14.

В основании пирамиды $SABCD$ с равными боковыми ребрами лежит прямоугольник $ABCD$. Через точку пересечения медиан грани SBC и вершину A проходит плоскость α , параллельная ребру SD .

- а) Докажите, что плоскость α проходит через точку C .
б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью SBC , если $BC : SB : AB = 1 : 2 : \sqrt{3}$.
-

№ 15.

Решите неравенство $3^{\log_3(4+x^2)} + x^4 - 10 \geq 0$.

№ 16.

В начале года $5/6$ некоторой суммы денег вложили в банк А, а то, что осталось — в банк Б. Если вклад находится в банке с начала года, то к концу года он возрастает на определённый процент, величина которого зависит от банка. Известно, что к концу первого года сумма вкладов стала равна 670 у.е., к концу следующего — 749 у.е. Если первоначально $5/6$ суммы было бы вложено в банк Б, а оставшуюся вложили бы в банк А, то по истечении одного года сумма выросла бы до 710 у.е. Определите сумму вкладов по истечении второго года в этом случае.

№ 17.

Отрезок, соединяющий середины M и N оснований BC и AD соответственно трапеции $ABCD$, разбивает её на две трапеции, в каждую из которых можно вписать окружность.

- а) Докажите, что трапеция $ABCD$ равнобедренная.
б) Известно, что радиус этих окружностей равен 3, а меньшее основание BC исходной трапеции равно 10. Найдите радиус окружности, касающейся боковой стороны AB , основания AN трапеции $ABMN$ и вписанной в неё окружности.

№ 18.

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{|x-6|+a-6}{x^2-10x+a^2}=0$$

имеет ровно два различных корня.

№ 19.

В каждой из девяти ячеек строки слева направо в некотором (возможно, ином) порядке расставлены по одному 9 чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9.

а) Могло ли оказаться так, что среди любых четырёх подряд (идуших слева направо) из этих чисел есть ровно одно, делящееся на 3, и ровно одно, делящееся на 4?

б) Могло ли оказаться так, что среди любых четырёх подряд (идуших слева направо) из этих чисел есть ровно одно, делящееся на 3, а среди любых двух подряд (идуших слева направо) из этих чисел есть ровно одно простое число?

в) Какое наибольшее значение может принимать произведение суммы всех чисел, стоящих на нечётных местах, и суммы всех чисел, стоящих на чётных местах этой строки?

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27328	7,5
2	27731	200
3	245340	2
4	621760	0,6
5	680565	0,91
6	26652	10
7	26894	4
8	119973	-33
9	28006	60
10	26584	8
11	639672	4
12	77488	-6

№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. а) Заметим, что в силу формулы $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ справедлива формула $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$, откуда $4 \sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} = \sin^2 x$. Имеем:

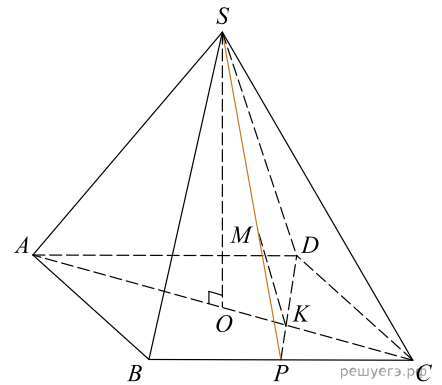
$$\begin{aligned} \frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 4 \cos^2 \frac{x}{2} &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 \frac{x}{2} \neq 0, \\ \sin x = 4 \sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \frac{x}{2} \neq 0, \\ \sin x = \sin^2 x \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \frac{x}{2} \neq 0, \\ \begin{cases} \sin x = 0, \\ \sin x = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} \neq \pi n, \\ \begin{cases} x = \pi k, \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2\pi n, \\ \begin{cases} x = \pi k, \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \end{cases} \end{cases} \quad k, n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + 2\pi k, \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}. \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \frac{x}{2} \neq 0, \\ \begin{cases} \sin x = 0, \\ \sin x = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} \neq \pi n, \\ \begin{cases} x = \pi k, \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2\pi n, \\ \begin{cases} x = \pi k, \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \end{cases} \end{cases} \quad k, n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + 2\pi k, \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}. \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \frac{x}{2} \neq 0, \\ \begin{cases} \sin x = 0, \\ \sin x = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} \neq \pi n, \\ \begin{cases} x = \pi k, \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2\pi n, \\ \begin{cases} x = \pi k, \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \end{cases} \end{cases} \quad k, n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + 2\pi k, \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

б) Неотрицательным значениям параметра k соответствуют положительные значения корней; они не лежат на отрезке $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$. Будем последовательно перебирать отрицательные значения параметра: значению $k = -1$ соответствуют корни $-\pi$ и $-\frac{3\pi}{2}$; значению $k = -2$ соответствуют корни -3π и $-\frac{7\pi}{2}$; значению $k = -3$ соответствуют корни -5π и $-\frac{11\pi}{2}$. Меньшим значениям k соответствуют меньшие значения корней; они также не лежат на заданном отрезке. Из вышеперечисленных корней заданному отрезку принадлежат числа -3π и $-\frac{7\pi}{2}$.

Ответ: а) $x = \pi + 2\pi k, x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) -3π и $-\frac{7\pi}{2}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Пусть точка M — точка пересечения медиан треугольника SBC , точка P — середина отрезка BC , точка K — точка пересечения отрезков AC и PD . Заметим, что треугольники AKD и CKP подобны по двум углам, тогда $\frac{PK}{KD} = \frac{PC}{AD} = \frac{1}{2}$. По свойству точки пересечения медиан $\frac{PM}{MS} = \frac{1}{2}$, а тогда $\frac{PK}{KD} = \frac{PM}{MS}$, откуда следует параллельность отрезков MK и DS . Плоскость α должна пересекать плоскость SDP по прямой, параллельной отрезку SD , ведь плоскость α параллельна отрезку SD по условию. Значит, плоскость α проходит через точку K , а тогда и через точку C , потому что точка C лежит на прямой AK .



б) Если боковые ребра пирамиды равны, то равны и их проекции. Вершина пирамиды проектируется в точку, равноудаленную от всех вершин основания, то есть в точку пересечения диагоналей основания $ABCD$ — точку O .

Введем систему координат с началом в точке B , ось Ox направим как луч BC , ось Oy — как луч BA , ось Oz направим вверх. Запишем теперь координаты точек: $A(0; \sqrt{3}x_0; 0)$, $C(x_0; 0; 0)$, $B(0; 0; 0)$, $S\left(\frac{x_0}{2}; \frac{\sqrt{3}x_0}{2}; \sqrt{3}x_0\right)$, $M\left(\frac{x_0}{2}; \frac{\sqrt{3}x_0}{6}; \frac{\sqrt{3}x_0}{3}\right)$. Здесь мы использовали, что

$$SO^2 = SB^2 - BO^2 = SB^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2 = 4x_0^2 - \left(\frac{3x_0^2 + x_0^2}{4} = 3x_0^2\right)$$

и то, что точкой M отрезок SP делится в отношении 2:1, считая от вершины. Составим уравнение плоскости SBC , пусть оно таково: $Ax + By + Cz + D = 0$. Подставив координаты соответствующих точек, получим:

$$D = 0,$$

$$Ax_0 = 0,$$

$$\frac{Ax_0}{2} + \frac{B \cdot \sqrt{3}x_0}{2} + C \cdot \sqrt{3}x_0 = 0,$$

откуда $B = -2C$, $D = 0$, $A = 0$. Уравнение плоскости имеет вид $-2y + z = 0$.

Уравнение плоскости α имеет вид: $Ax + By + Cz + D = 0$. Подставим координаты точек A , M , C :

$$\begin{cases} B \cdot \sqrt{3}x_0 + D = 0, \\ Ax_0 + D = 0, \\ \frac{Ax_0}{2} + \frac{B \cdot \sqrt{3}x_0}{6} + \frac{C \cdot \sqrt{3}x_0}{3} + D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = -\sqrt{3}Bx_0, \\ A = \sqrt{3}B, \\ \frac{\sqrt{3}Bx_0}{2} + \frac{\sqrt{3}Bx_0}{6} + \frac{C \cdot \sqrt{3}x_0}{3} = \sqrt{3}Bx_0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B \cdot \sqrt{3}x_0 + D = 0, \\ Ax_0 + D = 0, \\ \frac{Ax_0}{2} + \frac{B \cdot \sqrt{3}x_0}{6} + \frac{C \cdot \sqrt{3}x_0}{3} + D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = -\sqrt{3}Bx_0, \\ A = \sqrt{3}B, \\ \frac{\sqrt{3}Bx_0}{2} + \frac{\sqrt{3}Bx_0}{6} + \frac{C \cdot \sqrt{3}x_0}{3} = \sqrt{3}Bx_0, \end{cases}$$

откуда $C = \frac{\sqrt{3}B}{3}$; $\frac{\sqrt{3}}{3} = B$. Уравнение плоскости имеет вид $\sqrt{3}x + y + z - \sqrt{3}x_0 = 0$.

Плоскость SBC перпендикулярна вектору $\vec{n}_1 = (0; -2; 1)$. Плоскость α перпендикулярна вектору $\vec{n}_2 = (\sqrt{3}; 1; 1)$. Найдем

косинус угла между плоскостями:

$$\cos(\widehat{SBC}; \alpha) = |\cos(\widehat{\vec{n}_1; \vec{n}_2})| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|-2+1|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{1}{5},$$

следовательно, $(\widehat{SBC}; \alpha) = \arccos \frac{1}{5}$.

Ответ: б) $\arccos \frac{1}{5}$.

№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. Выражение $4 + x^2$ всегда положительно. Используя основное логарифмическое тождество, получим:

$$\begin{aligned} 3^{\log_3(4+x^2)} + x^4 - 10 \geq 0 &\Leftrightarrow 4 + x^2 + x^4 - 10 \geq 0 \Leftrightarrow x^4 + x^2 - 6 \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x^2 + 3)(x^2 - 2) \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{2}, \\ x \leq -\sqrt{2}. \end{cases} \quad 3^{\log_3(4+x^2)} + x^4 - 10 \geq 0 \Leftrightarrow 4 + x^2 + x^4 - 10 \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x^4 + x^2 - 6 \geq 0 \Leftrightarrow (x^2 + 3)(x^2 - 2) \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x^2 - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{2}, \\ x \leq -\sqrt{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $(-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$.

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. Пусть в банк А, у которого исходя из годовой процентной ставки коэффициент повышения вклада равен u , вложено $5x$ у. е. денег. Тогда в банк Б, у которого аналогичный коэффициент равен t , вложено x у. е. денег.

В соответствии с условием задачи будем иметь:

$$\begin{cases} 5xy + xt = 670, & (1) \\ 5xy^2 + xt^2 = 749. & (2) \end{cases}$$

Если бы те же суммы были вложены в банки Б и А соответственно, то имели бы уравнение $xy + 5xt = 710$. (3)

А искомая сумма будет равна значению выражения $xy^2 + 5xt^2$.

Рассмотрим систему уравнений (1) и (3):

$$\begin{aligned} \begin{cases} 5xy + xt = 670, \\ xy + 5xt = 710 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} -25xy - 5xt = -3350, \\ xy + 5xt = 710 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24xy = 2640, \\ xy + 5xt = 710 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 110, \\ 5xt = 710 - 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5xy + xt = 670, \\ xy + 5xt = 710 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -25xy - 5xt = -3350, \\ xy + 5xt = 710 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 24xy = 2640, \\ xy + 5xt = 710 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 110, \\ 5xt = 710 - 110 \end{cases} \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 110, \\ 5xt = 600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 110, \\ xt = 120. \end{cases}$$

Отсюда: $\frac{y}{t} = \frac{11}{12} \Leftrightarrow y = \frac{11t}{12}$.

Подставим найденное значение y в уравнение (2):

$$\begin{aligned} 5x \cdot \frac{121t^2}{144} + xt^2 = 749 &\Leftrightarrow 605xt^2 + 144xt^2 = 749 \cdot 144 \Leftrightarrow 749xt^2 = 749 \cdot 144 \Leftrightarrow xt^2 = 144. \quad 5x \cdot \frac{121t^2}{144} + xt^2 = 749 \Leftrightarrow 605xt^2 + 144xt^2 = 749 \cdot 144 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 749xt^2 = 749 \cdot 144 \Leftrightarrow xt^2 = 144. \quad 5x \cdot \frac{121t^2}{144} + xt^2 = 749 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 605xt^2 + 144xt^2 = 749 \cdot 144 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 749xt^2 = 749 \cdot 144 \Leftrightarrow xt^2 = 144. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5xy^2 + xt^2 = 749 &\Leftrightarrow 5xy^2 = 749 - xt^2 \Leftrightarrow 5xy^2 = 749 - 144 \Leftrightarrow 5xy^2 = 605 \Leftrightarrow xy^2 = 121. \quad 5xy^2 + xt^2 = 749 \Leftrightarrow 5xy^2 = 749 - xt^2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 5xy^2 = 749 - 144 \Leftrightarrow 5xy^2 = 605 \Leftrightarrow xy^2 = 121. \end{aligned}$$

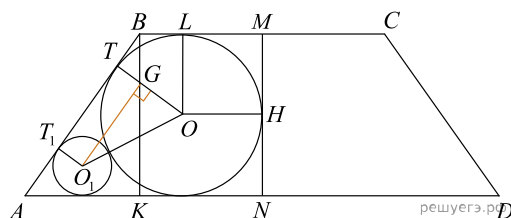
Искомая сумма имеет вид: $xy^2 + 5xt^2 = 121 + 5 \cdot 144 = 841$.

Ответ: 841.

№ 17.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Из описанности трапеций следует, что $BM + AN = AB + MN$ и $MC + ND = CD + MN$. Поскольку $BM = MC$ и $AN = ND$, получаем, что $AB = CD$.



б) Очевидно, при этих условиях отрезок MN является высотой трапеции и имеет длину 6. Пусть $AN = t$ тогда из описанности трапеции $BMNA$ следует $AB + 6 = t + 5$, откуда $AB = t - 1$. Опустив высоту BK , получим $BK^2 + KA^2 = BA^2$, откуда $(t - 5)^2 + 36 = (t - 1)^2$. Решая это уравнение, получаем $t = 7,5$ и $AB = 6,5$.

Обозначим O центр окружности, вписанной в $BMNA$, центр второй окружности — O_1 , их проекции на сторону AB — за T и T_1 соответственно, радиус второй окружности обозначим r . Тогда TOO_1T_1 — трапеция, в которой $TO = 3$, $T_1O_1 = r$, $OO_1 = 3 + r$.

Опустим из O перпендикуляры OL и OH на BM и MN соответственно. Тогда $OLMH$ — квадрат со стороной 3, поэтому $BL = BT = 5 - 3 = 2$, а $AT = 4,5$. Из подобия треугольников ATO и AT_1O_1 находим тогда, что $AT_1 = 1,5r$ и $TT_1 = 4,5 - 1,5r$.

Теперь опустим перпендикуляр O_1G на OT . Тогда $OG = 3 - r$, $O_1G = T_1T = 4,5 - 1,5r$, получаем уравнение:

$$\begin{aligned}
 (4,5 - 1,5r)^2 + (3 - r)^2 &= (r + 3)^2 \Leftrightarrow (9 - 3r)^2 + (6 - 2r)^2 = (2r + 6)^2 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow 3r^2 - 34r + 27 &= 0 \Leftrightarrow r = \frac{17 \pm \sqrt{208}}{3}. (4,5 - 1,5r)^2 + (3 - r)^2 = (r + 3)^2 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow (9 - 3r)^2 + (6 - 2r)^2 &= (2r + 6)^2 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow 3r^2 - 34r + 27 &= 0 \Leftrightarrow r = \frac{17 \pm \sqrt{208}}{3}.
 \end{aligned}$$

Из двух корней подходит только меньший, поскольку $r < 3$.

Ответ: $r = \frac{17 - \sqrt{208}}{3}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только включением точки $a = -2$.	3
Верно рассмотрен хотя бы один из случаев решения, и получено или множество значений a , отличающиеся от искомого только включением точек $a = 8$, $a = 3$ и/или $a = -2$, или множество значений a , отличающиеся от искомого только включением точек $a = 0$, $a = -1$ и/или $a = -2$. ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения параболы и лучей (аналитически или графически).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Решение. Преобразуем исходное уравнение:

$$\frac{|x-6|+a-6}{x^2-10x+a^2}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x-6|=6-a, \\ x^2-10x+a^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=a, \\ x=12-a, \\ a \leq 6, \\ x^2-10x+a^2 \neq 0. \end{cases}$$

Чтобы уравнение имело два различных корня, числа a и $12-a$ должны быть различны, поэтому $a \neq 12-a$, откуда $a \neq 6$. Таким образом, $a < 6$, и ни одно из чисел a и $12-a$ не должно являться корнем уравнения $x^2-10x+a^2=0$. Подставляя эти числа в уравнение $x^2-10x+a^2$, найдем, при каких a они являются корнями:

1) из $a^2-10a+a^2=0$ получаем $a=0$ или $a=5$

2) из $(12-a)^2-10 \cdot (12-a)+a^2=0$ получаем:

$$2a^2-14a+24=0 \Leftrightarrow a^2-7a+12=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=3, \\ a=4. \end{cases}$$

Тем самым, $a < 6$, $a \neq 0$, $a \neq 3$, $a \neq 4$, $a \neq 5$.

Ответ: $(-\infty; 0) \cup (0; 3) \cup (3; 4) \cup (4; 5) \cup (5; 6)$.

Примечание.

Решая аналогичную [задачу 562192](#), мы привели более длинное графическое решение.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты.	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	2
Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение пункта <i>а</i> ; — обоснованное решение пункта <i>б</i> ; — оценка в пункте <i>в</i> ; — пример в пункте <i>в</i> , обеспечивающий точность найденной оценки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Решение. а) Да, например, если числа написаны так: 3, 1, 2, 4, 6, 5, 7, 8, 9.

б) Предположим, что это возможно. Тогда между любыми двумя ближайшими из делящихся на 3 чисел 3, 6 и 9 должны стоять ровно три других числа. Значит, число 3 стоит на первом, пятом или девятом месте. Также среди этих чисел ровно 4 простых: 2, 3, 5 и 7. Простые и составные числа должны чередоваться. Следовательно, число 3 стоит на втором, четвёртом, шестом или восьмом месте. Пришли к противоречию. Значит, числа не могли быть расставлены указанным образом.

в) Обозначим через n сумму всех чисел, стоящих на нечётных местах. Поскольку сумма всех чисел строки равна 45, произведение суммы всех чисел, стоящих на нечётных местах, и суммы всех чисел, стоящих на чётных местах этой строки, равно

$$n \cdot (45 - n) = \left(\frac{45}{2}\right)^2 - \left(\frac{45}{2}\right)^2 + 45n - n^2 = \left(\frac{45}{2}\right)^2 - \left(n - \frac{45}{2}\right)^2.$$

При всех натуральных n это произведение не превосходит

$$\left(\frac{45}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 22 \cdot 23 = 506.$$

Пусть числа расставлены так: 2, 1, 3, 6, 4, 7, 5, 8 и 9. Тогда $n = 2 + 3 + 4 + 5 + 9 = 23$ и $n \cdot (45 - n) = 506$.

Следовательно, наибольшее значение, которое может принимать произведение суммы всех чисел, стоящих на нечётных местах, и суммы всех чисел, стоящих на чётных местах этой строки, равно 506.

Ответ: а) да; б) нет; в) 506.