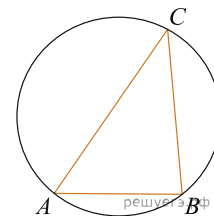


Вариант 241

Nº 1.

Угол C треугольника ABC , вписанного в окружность радиуса 3, равен 30° . Найдите сторону AB этого треугольника.

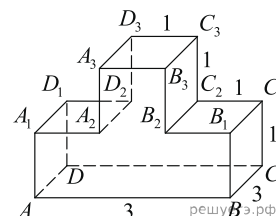


№ 2.

Даны векторы $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 6)$ и $\vec{c} = (4; -2)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

No 3.

На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Найдите тангенс угла $C_2C_3B_2$.



№ 4.

За круглый стол на 17 стульев в случайном порядке рассаживаются 15 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки будут сидеть рядом.

No 5.

При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование.

При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

№ 6.

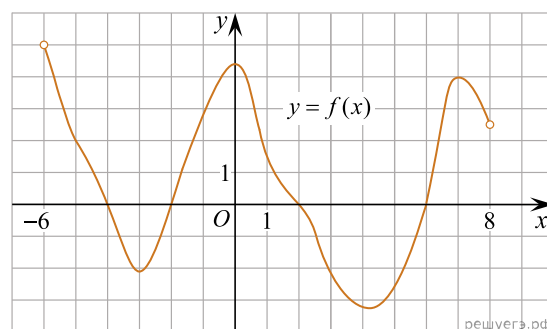
Решите уравнение $2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}$.

№ 7.

Найдите значение выражения $\log_3 1,8 + \log_3 5$.

№ 8.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6;8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

**№ 9.**

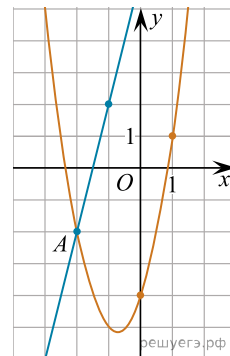
Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $pV^{1,4} = \text{const}$, где p (атм.) — давление газа, V — объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 1,6л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

№ 10.

После смешения двух растворов, первый из которых содержал 150г кислоты, а второй содержал 60г такой же кислоты, получили 400г нового раствора. Найдите концентрацию первого раствора (в процентах), если известно, что она на 20 больше концентрации второго (в процентах).

№ 11.

На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx + d$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



№ 12.

Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{x^3}{3} - 9x - 7$ на отрезке $[-3; 3]$.

№ 13.

- а) Решите уравнение $2 - 2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin x = \sqrt{3} - 2\sin(x + \pi)$
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

№ 14.

Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 1, T — середина ребра AD .

- а) Докажите, что объем пирамиды $AA_1 TV$ в 12 раз меньше объема куба.
- б) Найдите расстояние от вершины A до плоскости $A_1 BT$.

№ 15.

Решите неравенство: $\frac{\log_{0,2}(|x| - 2)}{(4^x - 8)(|x| - 5)} \leq 0$.

№ 16.

Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 3-го и 4-го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика превысит 8 млн рублей.

№ 17.

На сторонах AB , BC и AD соответственно квадрата $ABCD$ взяты точки M , K и N , такие, что $AM:MB=3:1$, $BK:KC=2:1$ и $AN:ND=1:2$.

- а) Докажите, что площадь четырехугольника $MKCN$ составляет $\frac{11}{24}$ площади квадрата $ABCD$.
б) Найдите синус угла между диагоналями четырехугольника $MKCN$.

№ 18.

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(7x + |x + a| - |6x|)^2 + (a + 1)(7x + |x + a| - |6x|) - a - 1 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

№ 19.

На доске написано число 11. Раз в минуту Петя дописывает на доску одно число: либо вдвое большее какого-то из чисел на доске, либо равное сумме каких-то двух чисел, написанных на доске. Таким образом, через одну минуту на доске появится второе число, через две — третье и т. д.

- а) Может ли в какой-то момент на доске оказаться число 2025?
б) Может ли в какой-то момент сумма всех чисел равняться 121?
в) Через какое наименьшее количество минут на доске может появиться число 891?

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27920	3
2	644850	10
3	245379	3
4	325917	0,125
5	508819	0,43
6	77379	-2
7	4491	2
8	27487	4
9	27993	0,05
10	639947	60
11	642371	2,5
12	77446	11

№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Решение. а) Применим формулы приведения и формулу синуса двойного угла, получим:

$$\begin{aligned}
 2 \sin 2x + \sqrt{20} \sin(x + \pi) &= 2\sqrt{3} \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{15} \Leftrightarrow 2 \sin 2x - \sqrt{20} \sin x = -2\sqrt{3} \cos x + \sqrt{15} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow 4 \sin x \cos x - 2\sqrt{5} \sin x + 2\sqrt{3} \cos x - \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow 2 \sin x(2 \cos x - \sqrt{5}) + \sqrt{3}(2 \cos x - \sqrt{5}) = 0 \Leftrightarrow (2 \cos x - \sqrt{5})(2 \sin x + \sqrt{3}) = 0 \quad \Leftrightarrow_{|\cos x| \leq 1} \\
 \Leftrightarrow 2 \sin x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \\ x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \end{cases} \quad k, n \in \mathbb{Z}. \quad 2 \sin 2x + \sqrt{20} \sin(x + \pi) = 2\sqrt{3} \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{15} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow 2 \sin 2x - \sqrt{20} \sin x = -2\sqrt{3} \cos x + \sqrt{15} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow 4 \sin x \cos x - 2\sqrt{5} \sin x + 2\sqrt{3} \cos x - \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow 2 \sin x(2 \cos x - \sqrt{5}) + \sqrt{3}(2 \cos x - \sqrt{5}) = 0 \Leftrightarrow (2 \cos x - \sqrt{5})(2 \sin x + \sqrt{3}) = 0 \quad \Leftrightarrow_{|\cos x| \leq 1} \\
 \Leftrightarrow 2 \sin x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \\ x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \end{cases} \quad k, n \in \mathbb{Z}. \quad 2 \sin 2x + \sqrt{20} \sin(x + \pi) = 2\sqrt{3} \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{15} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow 2 \sin 2x - \sqrt{20} \sin x = -2\sqrt{3} \cos x + \sqrt{15} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow 4 \sin x \cos x - 2\sqrt{5} \sin x + 2\sqrt{3} \cos x - \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow 2 \sin x(2 \cos x - \sqrt{5}) + \sqrt{3}(2 \cos x - \sqrt{5}) = 0 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow (2 \cos x - \sqrt{5})(2 \sin x + \sqrt{3}) = 0 \quad \Leftrightarrow_{|\cos x| \leq 1} \quad 2 \sin x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \\ x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \end{cases} \quad k, n \in \mathbb{Z}. \quad 2 \sin 2x + \sqrt{20} \sin(x + \pi) = 2\sqrt{3} \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{15} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow 2 \sin 2x - \sqrt{20} \sin x = -2\sqrt{3} \cos x + \sqrt{15} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow 4 \sin x \cos x - 2\sqrt{5} \sin x + 2\sqrt{3} \cos x - \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 2 \sin x (2 \cos x - \sqrt{5}) + \sqrt{3} (2 \cos x - \sqrt{5}) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (2 \cos x - \sqrt{5}) (2 \sin x + \sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} \Leftrightarrow 2 \sin x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \end{matrix} \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \\ x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \end{cases} \quad k, n \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

б) Найдём корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$. Для $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$ находим:

$$\begin{aligned} \frac{7\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq 5\pi &\Leftrightarrow 21 \leq -2 + 12k \leq 30 \Leftrightarrow 23 \leq 12k \leq 32 \Leftrightarrow \frac{23}{12} \leq k \leq \frac{32}{12} \Leftrightarrow k = 2. \quad \frac{7\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq 5\pi \Leftrightarrow 21 \leq -2 + 12k \leq 30 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 23 \leq 12k \leq 32 \Leftrightarrow \frac{23}{12} \leq k \leq \frac{32}{12} \Leftrightarrow k = 2. \end{aligned}$$

Найденному значению параметра соответствует $x = \frac{11\pi}{3}$.

Для $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$ получаем:

$$\begin{aligned} \frac{7\pi}{2} \leq -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leq 5\pi &\Leftrightarrow 21 \leq -4 + 12n \leq 30 \Leftrightarrow 25 \leq 12n \leq 34 \Leftrightarrow \frac{25}{12} \leq n \leq \frac{34}{12}. \quad \frac{7\pi}{2} \leq -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leq 5\pi \Leftrightarrow 21 \leq -4 + 12n \leq 30 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 25 \leq 12n \leq 34 \Leftrightarrow \frac{25}{12} \leq n \leq \frac{34}{12}. \end{aligned}$$

Полученное двойное неравенство не имеет целочисленных решений.

Ответ: а) $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$, б) $\frac{11\pi}{3}$.

№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Объем куба равен 1. Найдём объём пирамиды A_1ATB . Он равен $\frac{1}{3} \cdot AA_1 \cdot S_{ATB} = \frac{1}{12}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(0,2-1)(|x|-2-1)}{(2-1)(2x-3)(|x|-5)} \leq 0, \\ |x| > 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|x|-3}{(2x-3)(|x|-5)} \geq 0, \\ |x| > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2x-3} \geq 0, & 2 < |x| \leq 3 \text{ или } |x| > 5, \\ \frac{1}{2x-3} \leq 0, & 3 \leq |x| < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|x|-3}{(2x-3)(|x|-5)} \geq 0, \\ |x| > 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2x-3} \geq 0, & 2 < |x| \leq 3 \text{ или } |x| > 5, \\ \frac{1}{2x-3} \leq 0, & 3 \leq |x| < 5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} & \text{и } (2 < |x| \leq 3 \text{ или } |x| > 5) \\ x < \frac{3}{2} & \text{и } 3 \leq |x| < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5, \\ 2 < x \leq 3, \\ -5 < x \leq -3. \end{cases}$$

Ответ: $(-5; -3] \cup (2; 3] \cup (5; +\infty)$.

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. Обозначим размер кредита за S млн рублей. В конце 1-го и 2-го годов заемщик выплачивает по $0,2S$. Всего $0,4S$ за два года.

Рассмотрим погашение кредита за следующие два года. В середине 3-го года долг возрастет до $1,2S$. Обозначим через x размер выплачиваемой суммы в конце 3-го и 4-го годов. После выплаты в конце 3-го года долг равен $1,2S - x$, в середине 4-го года он равен $1,2(1,2S - x)$. В конце 4-го года весь долг должен быть погашен, то есть последняя выплата равна $1,2(1,2S - x)$ и по условию равна x .

Значит,

$$1,2(1,2S - x) = x \Leftrightarrow 2,2x = 1,44S \Leftrightarrow x = \frac{36S}{55},$$

и общий размер выплат равен

$$0,4S + 2 \cdot \frac{36S}{55} = \frac{94S}{55}.$$

По условию

$$\frac{94S}{55} > 8 \Leftrightarrow 94S > 440 \Leftrightarrow S > 4\frac{32}{47}.$$

Наименьшее целое $S = 5$.

Ответ: 5 млн руб.

№ 17.

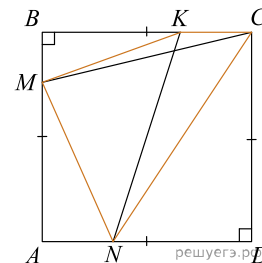
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Пусть $AB = a$, тогда

$$S_{AMN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}a \cdot \frac{1}{3}a = \frac{a^2}{8},$$

$$S_{MBK} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{4} \cdot \frac{2}{3}a = \frac{a^2}{12},$$

$$S_{NCD} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{2}{3}a = \frac{a^2}{3},$$



откуда

$$S_{MKCN} = a^2 - \frac{a^2}{8} - \frac{a^2}{12} - \frac{a^2}{3} = \frac{24 - 3 - 2 - 8}{24} \cdot a^2 = \frac{11}{24} S_{ABCD}.$$

б) Пусть угол между прямыми MC и KN равен α . Тогда, по формуле площади произвольного четырехугольника,

$$S_{MKCN} = \frac{1}{2} MC \cdot KN \sin \alpha.$$

По теореме Пифагора находим:

$$MC^2 = a^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2 = \frac{a^2 \cdot 17}{16},$$

$$KN^2 = a^2 + \left(\frac{2}{3}a - \frac{a}{3}\right)^2 = \frac{10a^2}{9},$$

откуда $MC = \frac{a\sqrt{17}}{4}$, $KN = \frac{a\sqrt{10}}{3}$. Следовательно,

$$\sin \alpha = \frac{2S_{MKCN}}{MC \cdot KN} = \frac{\frac{11}{12}a^2}{\frac{a^2\sqrt{170}}{12}} = \frac{11}{\sqrt{170}}.$$

Ответ: б) $\frac{11}{\sqrt{170}}$.

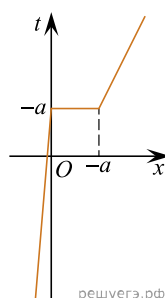
№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены верные значения параметра, но допущен недочет	3
С помощью верного рассуждения получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом верно выполнены все шаги решения, ИЛИ в решении верно найдены все граничные точки множества значений параметра, но неверно определены промежутки значений	2
В случае аналитического решения: задача верно сведена к набору решенных уравнений и неравенств с учетом требуемых ограничений, ИЛИ в случае графического решения: задача верно сведена к исследованию взаимного расположения линий (изображены необходимые фигуры, учтены ограничения, указана связь исходной задачи с построенными фигурами)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

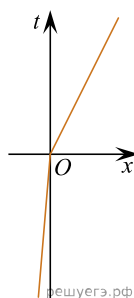
Решение. Пусть $t = 7x + |x + a| - |6x|$, тогда

$$t^2 + (a + 1)t - a - 1 = 0. \quad (*)$$

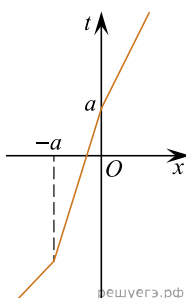
Проанализируем сделанную замену. Рассмотрим функцию $f(x) = 7x + |x + a| - |6x|$. При $a < 0$ функция f возрастает на $(-\infty; 0) \cup (-a; +\infty)$, а на $[0; -a]$ она постоянна: $t = -a$. При $a \geq 0$ при любом раскрытии модулей функция f возрастает.



$a < 0$



$a = 0$



$a > 0$

Чтобы исходное уравнение имело ровно два различных корня, необходимо и достаточно чтобы уравнение(*)

при $a \geq 0$ имело два различных корня ($D > 0$), а при $a < 0$ имело два различных корня, ни один из которых не равен $-a$. То есть выполнялась система

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{aligned} &(a+1)^2 - 4 \cdot (-a-1) > 0, \\ &\begin{cases} a \geq 0, \\ a < 0, \\ (-a)^2 + (a+1) \cdot (-a) - a - 1 \neq 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 6a + 5 > 0, \\ \begin{cases} a \geq 0, \\ a < 0, \\ a \neq -\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < -5, \\ a > -1, \\ a \neq -\frac{1}{2} \end{cases} \left\{ \begin{aligned} &(a+1)^2 - 4 \cdot (-a-1) > 0, \\ &\begin{cases} a \geq 0, \\ a < 0, \\ (-a)^2 + (a+1) \cdot (-a) - a - 1 \neq 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 6a + 5 > 0, \\ \begin{cases} a \geq 0, \\ a < 0, \\ a \neq -\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < -5, \\ a > -1, \\ a \neq -\frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $(-\infty; -5) \cup \left(-1; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а), б) и в).	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в) и обоснованно получен верный ответ в пункте а) или б).	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а) и б) ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в)	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а) или б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Решение. а)Заметим, что все появляющиеся на доске числа будут кратны11, поэтому написать2025 не получится.

б) Да, например, можно дописывать числа в таком порядке:

11, 22 = 2 · 11, 33 = 22 + 11, 55 = 33 + 22.

Сумма чисел 11 + 22 + 33 + 55 = 121.

в)Разделим все числа на 11. Тогда изначально на доске будет написано число1, а получить надо будет число891:11=81. Можно, например, сделать это так— последовательно получать2, 4, 5=4+1, 10, 20, 40, 80, 81 = 80 + 1. На это потребуется8 минут.

Докажем, что семи минут не хватит. Допустим, что такой способ есть. Ясно, что последний ход не мог быть удвоением числа, поскольку81 нечетно. Значит, мы складывали два числа. На остальные действия остаются6 минут.

Заметим, что на каждом очередном ходу полученное число не более чем вдвое превосходит максимальное из ранее написанных чисел. Поэтому за5 минут нельзя сделать число, большее, чем32, а за6 минут— большее, чем64. Значит, если число81 было получено как сумма двух слагаемых, одно из которых не больше16, то второе не меньше 65 и для его получения уже понадобилось не менее 7 минут.

Итак, оба слагаемых находятся в диапазоне от17 до64. Для получения меньшего из них понадобилось не менее5 минут, причем использовать для его получения большее из них было невозможно. Кроме того, большее должно быть не менее41, поскольку 40 + 40 < 81. Значит, для его получения понадобилось не менее6 минут. Сделаем сначала все ходы для получения меньшего числа, те, которые дают числа, большие него, делать пока не будем. После этого одним ходом нужно будет получить большее. Значит, оно превосходит меньшее не более чем вдвое, откуда меньшее не меньше27, большее не больше54. Кроме того, меньшее не больше32, иначе уже для его получения понадобятся6 минут и получить большее мы просто не успеем. Итак, осталось объяснить, почему нельзя за 6 минут получить ни одну из пар (27, 54), (28, 53), (29, 52), (30, 51), (31, 50), (32, 49).

Во всех этих парах кроме первой большее число не является удвоенным меньшим, поэтому единственное дополнительное действие должно быть либо удвоением другого числа, не меньшего25, либо суммированием двух

чисел, одно из которых не превосходит 32 и потому второе не менее 17, значит, мы должны были получить перед этим действием еще одно число, не меньшее 17, на что потребовался дополнительный ход.

Остался вопрос, нельзя ли за 5 минут получить 27, то есть шестым ходом удвоить его, а седьмым сложить 27 и 54. Ясно, что последним действием при его получении было сложение, причем ни одно слагаемое не могло быть больше 16, иначе для него понадобилось бы уже 5 минут. То есть это были 13+14, 12+15 или 11+16. Каждое из этих чисел не меньше 9 и потому требует не менее 4 минут. За эти 4 минуты удастся получить лишь одно число, большее 8.

Ответ: а) нет; б) да; в) 8.
