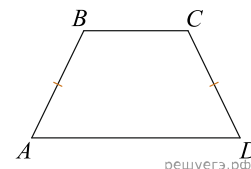


Вариант 245

ID: 13833

№ 1.

Основания равнобедренной трапеции равны 7 и 13, а ее площадь равна 40. Найдите боковую сторону трапеции.

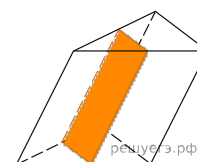


№ 2.

Даны векторы $\vec{a} = (3; 3)$, $\vec{b} = (7; 8)$ и $\vec{c} = (13; 29)$. Найдите сумму координат вектора $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

№ 3.

Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 32, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем отсеченной треугольной призмы.



№ 4.

Игральную кость бросили два раза. Известно, что три очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 8».

№ 5.

На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

№ 6.

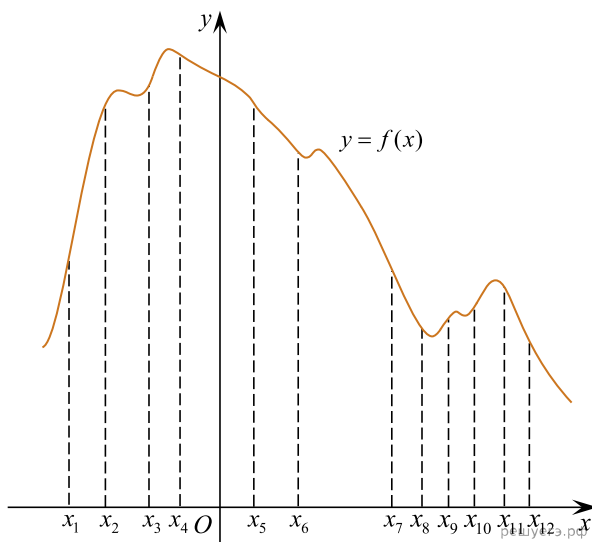
Найдите корень уравнения: $\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7}$.

№ 7.

Найдите значение выражения $\frac{7\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 4$ при $x = 3$.

№ 8.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и двенадцать точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



№ 9.

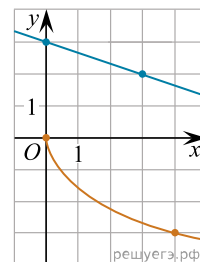
Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $pV^{1,4} = \text{const}$, где p (атм.) — давление газа, V — объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 1,6 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

№ 10.

Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 375 литров она заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 500 литров?

№ 11.

На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите ординату точки A .



№ 12.

Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - x^2 - 40x + 3$ на отрезке $[0; 4]$.

№ 13.

а) Решите уравнение $1 - \cos 2x + \sqrt{2} \sin(x - \pi) = \sqrt{2} - 2 \sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответы

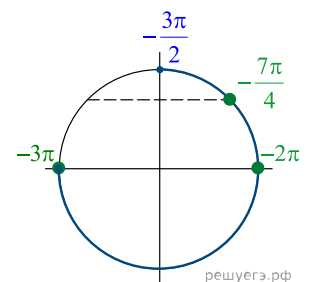
Номер	Задание	Ответ
1	27636	5
2	661774	-21
3	27106	8
4	508769	0.12
5	320200	0.98
6	26662	13
7	77388	12
8	317540	7
9	27993	0.05
10	26600	25
11	509280	-9
12	77433	-109

№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. а) Применим формулу синуса суммы, разложим на множители:

$$\begin{aligned}
 & 2\sqrt{2}\left(\sin x \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \cos x\right) + 2\cos^2 x - 2 = \sqrt{6} \cos x \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \sin x + 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - 2\sin^2 x = \sqrt{6} \cos x \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin x + \sqrt{6} \cos x - 2\sin^2 x = \sqrt{6} \cos x \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \sin x(\sqrt{2} - 2\sin x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0, \\ \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi k, \\ x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \end{cases} \\
 & 2\sqrt{2}\left(\sin x \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \cos x\right) + 2\cos^2 x - 2 = \sqrt{6} \cos x \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \sin x + 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - 2\sin^2 x = \sqrt{6} \cos x \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin x + \sqrt{6} \cos x - 2\sin^2 x = \sqrt{6} \cos x \Leftrightarrow \sin x(\sqrt{2} - 2\sin x) = 0 \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0, \\ \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi k, \\ x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \end{cases} 2\sqrt{2}\left(\sin x \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \cos x\right) + 2\cos^2 x - 2 = \sqrt{6} \cos x \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \sin x + 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - 2\sin^2 x = \sqrt{6} \cos x \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin x + \sqrt{6} \cos x - 2\sin^2 x = \sqrt{6} \cos x \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \sin x(\sqrt{2} - 2\sin x) = 0 \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0, \\ \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi k, \\ x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \end{cases}
 \end{aligned}$$



б) Отберем корни при помощи единичной окружности (см. рис.). Подходят числа -2π , $-\frac{7\pi}{4}$, -3π .

Ответ: а) $\left\{ \pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{3\pi}{4} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $-2\pi, -\frac{7\pi}{4}, -3\pi$.
