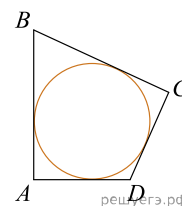


Вариант 251

ID: 13939

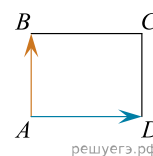
№ 1.

В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 10$, $BC = 11$ и $CD = 15$. Найдите четвертую сторону четырехугольника.



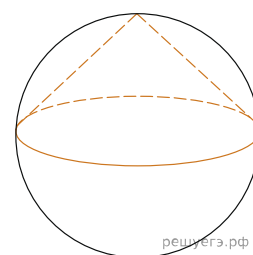
№ 2.

Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8. Найдите длину разности векторов $\vec{AB}$ и $\vec{AD}$.



№ 3.

Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Радиус сферы равен $28\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса.



№ 4.

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит исход ОР (в первый раз выпадает орёл, во второй — решка).

№ 5.

Садовник принес две корзинки фруктов. В одной из них 2 яблока и 6 персиков, а в другой— 8 яблок и 12 персиков. Хозяйка, не глядя, взяла из каждой корзинки по одному фрукту. Какова вероятность того, что она достала два яблока или два персика?

№ 6.

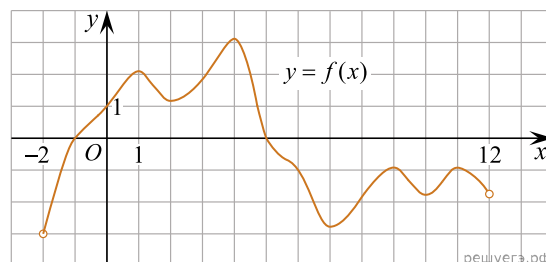
Найдите корень уравнения: $\frac{1}{4x-1} = 5$.

№ 7.

Найдите значение выражения $(\sqrt{15} - \sqrt{60}) \cdot \sqrt{15}$.

№ 8.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



№ 9.

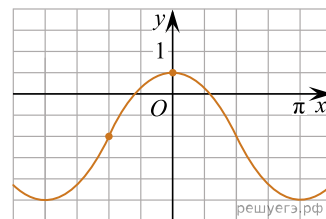
Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 749 МГц. Скорость погружения батискафа вычисляется по формуле $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов, f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 2 м/с.

№ 10.

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = a \cos x + b$. Найдите b .

**№ 12.**

Найдите точку минимума функции $y = -21x^2 - x^3 + 32$.

№ 13.

- а) Решите уравнение $\log_2 \sin \left(x + \frac{5\pi}{12} \right) + \log_2 \sin \left(x + \frac{\pi}{12} \right) = -1$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2} \right]$.

№ 14.

Основанием прямой треугольной призмы $PQRP_1Q_1R_1$ является прямоугольный треугольник PQR с прямым углом R . Диагонали боковых граней PP_1Q_1Q и PP_1R_1R равны 17 и 15 соответственно, $PQ = 10$.

- а) Докажите, что треугольник P_1QR прямоугольный.
- б) Найдите объем пирамиды P_1QRR_1 .

№ 15.

Решите неравенство $\frac{(x^2 + 5x + 4)(x + 1)}{x^2 + 6x + 8} + \frac{(x^2 + 4x + 3)(x + 1)}{x^2 + 5x + 6} \leq (x^2 + 1)(x^2 + 2x + 1)$.

№ 16.

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2026	Июль 2027	Июль 2028	Июль 2029
Долг (в млн руб-лей)	S	$0,8S$	$0,4S$	0

Найдите наибольшее S , при котором каждая из выплат будет меньше 5 млн руб.

№ 17.

В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD угол BCD — тупой. Через точку B проведена прямая, параллельная прямой CD и пересекающая прямую AD в точке E . На продолжении BE за точку E отмечена точка F такая, что $DE = DF$.

- а) Докажите, что точки A , F , C и D лежат на одной окружности.
- б) Найдите расстояние от точки C до прямой AF , если $BD = 10$ и $\cos \angle ADC = 0,6$.

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множеством решений неравенства

$$\frac{ax^2 - (a^2 + 2a + 8)x + 8a + 16}{x} \geq 0$$

является ровно один промежуток числовой прямой.

№ 19.

Участники конкурса на лучшую математическую задачу анонимно присылают каждый свою задачу. После публикации все участники дают оценку каждой задаче, кроме своей. В конкурсе принимают участие 6 человек. Каждый участник за лучшую по его мнению задачу дает 5 баллов, за следующую — 4 балла и так далее, за пятую — 1 балл. По каждой задаче баллы суммируются, так определяется рейтинг задачи.

- а) Могут ли все рейтинги быть простыми числами?
- б) Могла ли сумма четырех наибольших рейтингов быть в три раза больше суммы остальных?
- в) Какова минимальная сумма третьего и четвертого рейтингов, если им дали номера в порядке невозрастания?

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27941	14
2	27709	10
3	316556	56
4	320185	0,25
5	672742	0,55
6	77384	0,3
7	316351	-15
8	27490	44
9	27981	751
10	26597	10
11	509130	-1
12	127445	-14

№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

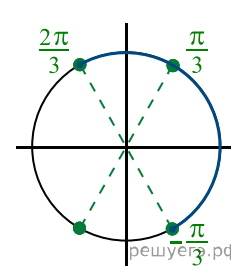
Решение. а) Пусть $4\cos^2 x = t$, тогда имеем:

$$\begin{aligned}
 \log_{3-t}(9-t^2) &= 2 + \frac{1}{\log_2(3-t)} \Leftrightarrow \log_{3-t}((3-t)(3+t)) = 2 + \log_{3-t} 2 \Leftrightarrow \log_{3-t}(9-t^2) = 2 + \frac{1}{\log_2(3-t)} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \log_{3-t}((3-t)(3+t)) = 2 + \log_{3-t} 2 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow 1 + \log_{3-t}(3+t) &= 2 + \log_{3-t} 2 \Leftrightarrow \log_{3-t} \frac{3+t}{2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3+t}{2} = 3-t, \\ 3-t > 0, \\ 3-t \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1. \Leftrightarrow 1 + \log_{3-t}(3+t) = 2 + \log_{3-t} 2 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \log_{3-t} \frac{3+t}{2} &= 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3+t}{2} = 3-t, \\ 3-t > 0, \\ 3-t \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1.
 \end{aligned}$$

Вернёмся к исходной переменной:

$$4\cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

б) При помощи единичной окружности отберём корни, лежащие на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$. Получаем числа $-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$.



Ответ: а) $\left\{-\frac{\pi}{3} + \pi k, \frac{\pi}{3} + \pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$; б) $-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$.

№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Заметим, что прямые RQ и PR перпендикулярны, прямые RQ и RR_1 перпендикулярны. Следовательно, прямая RQ перпендикулярна плоскости RR_1P . Тогда прямые RQ и RP_1 также перпендикулярны, и треугольник P_1QR прямоугольный.

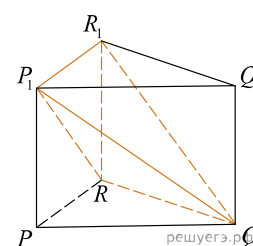
б) Из п. а) следует, что

$$V_{P_1QRR_1} = \frac{1}{3} S_{P_1RR_1} \cdot RQ, \quad RQ = \sqrt{P_1Q^2 - P_1R^2} = 8,$$

$$P_1R_1 = PR = \sqrt{PQ^2 - RQ^2} = 6, \quad RR_1 = \sqrt{P_1R^2 - P_1R_1^2} = 3\sqrt{21},$$

$$S_{P_1RR_1} = \frac{1}{2} P_1R_1 \cdot RR_1 = 9\sqrt{21}, \quad V_{P_1QRR_1} = \frac{1}{3} \cdot 9\sqrt{21} \cdot 8 = 24\sqrt{21}.$$

Ответ: б) $24\sqrt{21}$.



№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Преобразуем неравенство:

$$\begin{aligned} & \frac{(x+1)(x+4)(x+1)}{(x+2)(x+4)} + \frac{(x+1)(x+3)(x+1)}{(x+2)(x+3)} \leq (x^2+1)(x+1)^2 \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+1)^2}{(x+2)} + \frac{(x+1)^2}{(x+2)} \leq (x^2+1)(x+1)^2, \\ x \neq -4, \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 \left(x^2+1 - \frac{2}{x+2} \right) \geq 0, \\ x \neq -4, \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x(x+1)^2(x^2+2x+1)}{x+2} \geq 0, \\ x \neq -4, \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 \left(x^2+1 - \frac{2}{x+2} \right) \geq 0, \\ x \neq -4, \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x(x+1)^2(x^2+2x+1)}{x+2} \geq 0, \\ x \neq -4, \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x(x+1)^4}{x+2} \geq 0, \\ x \neq -4, \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4, \\ -4 < x < -3, \\ -3 < x < -2, \\ x = -1, \\ x \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $(-\infty; -4) \cup (-4; -3) \cup (-3; -2) \cup \{-1\} \cup [0; \infty)$.

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. В соответствии с условием задачи заполним таблицу:

Год	Долг в январе после начисления процен- тов	Выплата	Долг в июле до начисления процен- тов
2026			S
2027	$1,2S$	$0,4S$	$0,8S$
2028	$0,96S$	$0,56S$	$0,4S$
2029	$0,48S$	$0,48S$	0

Для того чтобы каждая из выплат была меньше 5млнруб., достаточно, чтобы наибольшая из выплат была меньше 5 млн руб.:

$$0,56S < 5 \Leftrightarrow 56S < 500 \Leftrightarrow S < \frac{125}{14} = 8\frac{13}{14}.$$

Наибольшее целое S , удовлетворяющее неравенству, равно 8.

Ответ: 8.

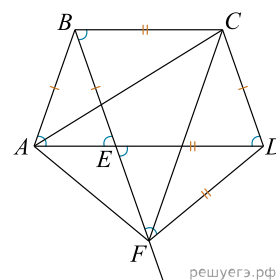
№ 17.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Четырёхугольник $BCDE$ — параллелограмм, поэтому $CD = BE = AB$, $BC = ED = DF$. В треугольниках ABE и EDF углы при основании равны, а потому $\angle ABE = \angle EDF$. Углы BCA и CAD равны как накрест лежащие при пересечении параллельных прямых секущей. Кроме того,

$$\angle FDC = \angle FDE + \angle EDC = \angle ABE + \angle EBC = \angle ABC,$$

то есть треугольники ABC и CDF равны по двум сторонам и углу между ними. Значит, $\angle BCA = \angle CDF$, тогда $\angle CAD = \angle CDF$. Следовательно, точки A , F , C и D лежат на одной окружности.



б) Из доказанного в пункте а) следует, что $\angle ADC = \angle AFC$ и $AC = FC$. В равнобедренной трапеции диагонали равны, то есть $AC = BD$. Тогда искомое расстояние равно

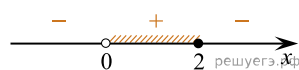
$$FC \cdot \sin \angle AFC = BD \cdot \sin \angle ADC = 10 \cdot \sqrt{1 - 0,6^2} = 10 \cdot 0,8 = 8.$$

Ответ: б) 8.

№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
С помощью верного рассуждения получен ответ, но в решении допущена вычислительная ошибка или оно недостаточно обосновано.	3
С помощью верного рассуждения получен ответ, но в ходе решения допущена одна ошибка, отличная от вычислительной.	2
Получены некоторые верные значения параметра, однако решение содержит более одной ошибки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

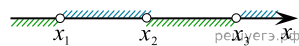
Решение. При $a = 0$ неравенство принимает вид

$$\frac{-8x + 16}{x} \geq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 2,$$


и решением является ровно один промежуток числовой прямой. Значит, при $a = 0$ условие задачи выполнено.

При $a \neq 0$ числитель левой части неравенства является квадратным трёхчленом и имеет не более двух корней. Рассмотрим возможные варианты.

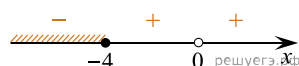
Случай1. Числитель имеет два различных корня, отличных от корня знаменателя. Тогда решением неравенства являются два промежутка числовой прямой, что не подходит.



Случай2. Хотя бы один из корней числителя совпадает с корнем знаменателя $x=0$. Число 0 является корнем числителя, если

$$a \cdot 0^2 - (a^2 + 2a + 8) \cdot 0 + 8a + 16 = 0 \Leftrightarrow a = -2.$$

При $a = -2$ неравенство принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{-2x^2 - ((-2)^2 + 2 \cdot (-2) + 8)x + 8 \cdot (-2) + 16}{x} \geq 0 &\Leftrightarrow \frac{-2x^2 - 8x}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x(x+4)}{x} \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -4, \\ \frac{-2x^2 - ((-2)^2 + 2 \cdot (-2) + 8)x + 8 \cdot (-2) + 16}{x} \geq 0 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{-2x^2 - 8x}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x(x+4)}{x} \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -4, \end{aligned}$$


и решением является ровно один промежуток числовой прямой. Значит, при $a = -2$ условие задачи выполнено.

Случай3. Числитель имеет два одинаковых корня. Это соответствует значениям параметра, при которых дискриминант числителя равен нулю.

$$\begin{aligned} (a^2 + 2a + 8)^2 - 4a(8a + 16) &= 0 \Leftrightarrow a^4 + 4a^3 - 12a^2 - 32a + 64 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow a^2 + 4a - 12 - \frac{32}{a} + \frac{64}{a^2} = 0 \Leftrightarrow \left(a^2 + \frac{64}{a^2}\right) + 4\left(a - \frac{8}{a}\right) - 12 = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \left(a - \frac{8}{a}\right)^2 + 4\left(a - \frac{8}{a}\right) + 4 &= 0 \Leftrightarrow \left(a - \frac{8}{a} + 2\right)^2 = 0 \Leftrightarrow (a^2 + 2a - 8)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2, \\ a = -4. \end{cases} \quad (a^2 + 2a + 8)^2 - 4a(8a + 16) = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow a^4 + 4a^3 - 12a^2 - 32a + 64 &= 0 \Leftrightarrow a^2 + 4a - 12 - \frac{32}{a} + \frac{64}{a^2} = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \left(a^2 + \frac{64}{a^2}\right) + 4\left(a - \frac{8}{a}\right) - 12 &= 0 \Leftrightarrow \left(a - \frac{8}{a}\right)^2 + 4\left(a - \frac{8}{a}\right) + 4 = 0 \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \left(a - \frac{8}{a} + 2\right)^2 = 0 \Leftrightarrow_{a \neq 0} (a^2 + 2a - 8)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2, \\ a = -4. \end{cases} (a^2 + 2a + 8)^2 - 4a(8a + 16) = 0 \Leftrightarrow a^4 + 4a^3 - 12a^2 - 32a + 64 = 0 \Leftrightarrow_{a \neq 0} \\
&\Leftrightarrow_{a \neq 0} a^2 + 4a - 12 - \frac{32}{a} + \frac{64}{a^2} = 0 \Leftrightarrow \left(a^2 + \frac{64}{a^2}\right) + 4\left(a - \frac{8}{a}\right) - 12 = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \left(a - \frac{8}{a}\right)^2 + 4\left(a - \frac{8}{a}\right) + 4 = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \left(a - \frac{8}{a} + 2\right)^2 = 0 \Leftrightarrow_{a \neq 0} (a^2 + 2a - 8)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2, \\ a = -4. \end{cases} (a^2 + 2a + 8)^2 - 4a(8a + 16) = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow a^4 + 4a^3 - 12a^2 - 32a + 64 = 0 \Leftrightarrow_{a \neq 0} a^2 + 4a - 12 - \frac{32}{a} + \frac{64}{a^2} = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \left(a^2 + \frac{64}{a^2}\right) + 4\left(a - \frac{8}{a}\right) - 12 = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \left(a - \frac{8}{a}\right)^2 + 4\left(a - \frac{8}{a}\right) + 4 = 0 \Leftrightarrow \left(a - \frac{8}{a} + 2\right)^2 = 0 \Leftrightarrow_{a \neq 0} \\
&\Leftrightarrow_{a \neq 0} (a^2 + 2a - 8)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2, \\ a = -4. \end{cases} (a^2 + 2a + 8)^2 - 4a(8a + 16) = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow a^4 + 4a^3 - 12a^2 - 32a + 64 = 0 \Leftrightarrow_{a \neq 0} \\
&\Leftrightarrow_{a \neq 0} a^2 + 4a - 12 - \frac{32}{a} + \frac{64}{a^2} = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \left(a^2 + \frac{64}{a^2}\right) + 4\left(a - \frac{8}{a}\right) - 12 = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \left(a - \frac{8}{a}\right)^2 + 4\left(a - \frac{8}{a}\right) + 4 = 0 \Leftrightarrow \left(a - \frac{8}{a} + 2\right)^2 = 0 \Leftrightarrow_{a \neq 0} \\
&\Leftrightarrow_{a \neq 0} (a^2 + 2a - 8)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2, \\ a = -4. \end{cases} (a^2 + 2a + 8)^2 - 4a(8a + 16) = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow a^4 + 4a^3 - 12a^2 - 32a + 64 = 0 \Leftrightarrow_{a \neq 0} \\
&\Leftrightarrow_{a \neq 0} a^2 + 4a - 12 - \frac{32}{a} + \frac{64}{a^2} = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \left(a^2 + \frac{64}{a^2}\right) + 4\left(a - \frac{8}{a}\right) - 12 = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \left(a - \frac{8}{a}\right)^2 + 4\left(a - \frac{8}{a}\right) + 4 = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \left(a - \frac{8}{a} + 2\right)^2 = 0 \Leftrightarrow_{a \neq 0} \\
&\Leftrightarrow_{a \neq 0} (a^2 + 2a - 8)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2, \\ a = -4. \end{cases}
\end{aligned}$$

При $a = 2$ неравенство принимает вид

$$\begin{aligned}
&\frac{2x^2 - (2^2 + 2 \cdot 2 + 8)x + 8 \cdot 2 + 16}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 16x + 32}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2(x-4)^2}{x} \geq 0 \Leftrightarrow x > 0, \quad \frac{2x^2 - (2^2 + 2 \cdot 2 + 8)x + 8 \cdot 2 + 16}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \frac{2x^2 - 16x + 32}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2(x-4)^2}{x} \geq 0 \Leftrightarrow x > 0, \\
&\begin{array}{c} - \quad \quad + \quad \quad + \\ \hline 0 \quad \quad 4 \end{array} \text{ решуегз.рф}
\end{aligned}$$

и решением является ровно один промежуток числовой прямой. Значит, при $a = 2$ условие задачи выполнено.

При $a = -4$ неравенство принимает вид

$$\begin{aligned}
&\frac{-4x^2 - ((-4)^2 + 2 \cdot (-4) + 8)x + 8 \cdot (-4) + 16}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \frac{-4x^2 - 16x - 16}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-4(x+2)^2}{x} \geq 0 \Leftrightarrow x < 0, \quad \frac{-4x^2 - ((-4)^2 + 2 \cdot (-4) + 8)x + 8 \cdot (-4) + 16}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \frac{-4x^2 - 16x - 16}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \frac{-4(x+2)^2}{x} \geq 0 \Leftrightarrow x < 0, \\
&\begin{array}{c} + \quad \quad + \quad \quad - \\ \hline -2 \quad \quad 0 \end{array} \text{ решуегз.рф}
\end{aligned}$$

и решением является ровно один промежуток числовой прямой. Значит, при $a = -4$ условие задачи выполнено.

Случай4. Числитель не имеет корней. Выше мы выяснили, что дискриминант числителя является полным квадратом $D = (a^2 + 2a - 8)^2$, поэтому этот случай невозможен.

Таким образом, множеством решений исходного неравенства является ровно один промежуток числовой прямой при $a = -4$, $a = -2$, $a = 0$ или $a = 2$.

Ответ: $\{-4; -2; 0; 2\}$.

№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение в п. а; — пример в п. б; — искомая оценка в п. в; — пример в п. в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Решение. Заметим сразу, что сумма рейтингов от каждого участника это 15, поэтому общая сумма рейтингов равна 90. Кроме того, будем считать, что каждый оценил и свою задачу тоже, в 0 баллов.

а)Да, это возможно. Пусть эксперты выставили такие оценки (по порядку, от первого до шестого): за первую задачу $5+4+5+5+4+0=23$, за вторую задачу $4+5+4+4+0+2=19$, за третью задачу $3+2+3+0+5+4=17$, за четвертую задачу $2+3+0+3+2+3=13$, за пятую задачу $1+0+2+2+3+5=13$, за шестую задачу $0+1+1+1+1+1=5$. Негативно убедиться, что каждый эксперт выставил все оценки по разу.

б)Пусть сумма двух наименьших равна x , тогда сумма остальных равна $3x$, поэтому общая сумма рейтингов равна $x+3x=4x=90$, откуда x нецелое.

в)Заметим, что сумма первого и второго рейтинга не более $5+5+5+5+5+5+4+4+4+4=46$, поэтому сумма остальных рейтингов не менее $90-46=44$. Ясно, что сумма третьего и четвертого не меньше чем сумма двух последних, значит, она не меньше половины оставшихся баллов, откуда наименьшее значение не меньше 22. Пример для 22 построить можно: за первую задачу $5+5+5+5+5+0=25$, за вторую задачу $4+4+4+4+0+5=21$, за третью задачу $1+1+2+0+3+4=11$, за четвертую задачу $3+2+0+1+4+1=11$, за пятую задачу $2+0+1+3+2+3=11$, за шестую задачу $0+3+3+2+1+2=11$.

Ответ: а) да; б) нет; в) 22.