

Вариант 255

ID: 13955

№ 1.

В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BC = 25$, $BH = 20$. Найдите

□

№ 2.

Найдите скалярное произведение векторов и

□

№ 3.

Найдите площадь поверхности пространственного креста, изображенного на рисунке и составленного из единичных кубов. □

№ 4.

На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем и 4 с вишней. Юля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

№ 5.

Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Мотор» по очереди играет с командами «Статор», «Стартер» и «Ротор». Найдите вероятность того, что «Мотор» будет начинать с мячом только вторую игру.

№ 6.

Случайные величины X и Y независимы. Найти дисперсию случайной величины если известно, что

№ 7.

Решите уравнение:

№ 8.

Найдите значение при выражения

№ 9.

Материальная точка движется прямолинейно по закону (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 9$ с.

№ 10.

Двигаясь со скоростью м/с, трактор тащит сани с силой кН, направленной под острым углом α к горизонту. Мощность, развиваемая трактором, вычисляется по формуле Найдите, при каком угле (в градусах) эта мощность будет равна 75кВт кВт — это

№ 11.

Смешали равные массы двух растворов кислоты, концентрации которых относятся как 2:5, и получили новый раствор, содержащий 49% кислоты. Найдите разность концентраций второго и первого растворов. Ответ дайте в процентах.

№ 12.

null

№ 13.

а)Решите уравнение

б)Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

№ 14.

В треугольной пирамиде $SABC$ точка E — середина ребра SA , точка F — середина ребра SB , O — точка пересечения медиан треугольника ABC .

- а) Докажите, что плоскость CEF делит отрезок SO в отношении $3:2$, считая от вершины S .
б) Найдите косинус угла между плоскостями CEF и EFT , если точка T — середина SC , пирамида $SABC$ правильная, площадь треугольника ABC равна а $SB = 10$.
-

№ 15.

Решите

неравенство

№ 16.

Решите

неравенство

№ 17.

В прямоугольнике $KLMN$ Окружность ω_1 с центром O_1 вписана в угол MNK и касается окружности ω_2 с центром в точке O_2 , вписанной в угол KLM , причем прямая NO_1 касается окружности ω_2 . Известно, что радиус окружности ω_1 относится к радиусу окружности ω_2 как $2:3$. Прямая O_1O_2 пересекает стороны KL и MN в точках P и R соответственно, а общая касательная окружностей ω_1 и ω_2 пересекает стороны LM и KN в точках Q и S соответственно.

- а) Докажите, что площадь четырехугольника $PQRS$ относится к площади прямоугольника $KLMN$ как $25:49$.
б) Найдите отношение площадей треугольников PRS и PRQ .
-

№ 18.

Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство выполняется для всех

№ 19.

Сторона квадрата на 2 см длиннее ширины прямоугольника, площади этих фигур равны, а все длины сторон— целые числа.

- а) Может ли ширина прямоугольника быть равной 6 ?
б) Может ли длина прямоугольника быть равной 9 ?
в) Найдите все возможные варианты таких пар прямоугольников и квадратов. В ответе укажите длины их сторон.

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27337	0,6
2	27734	40
3	27158	30
4	1024	0,25
5	526004	0,125
6	704653	69
7	501205	-10
8	77395	0,5
9	119975	60
10	28007	60
11	676853	42

№ 12.

null

null

№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. а)Сделаем замену и преобразуем получившееся уравнение:

Сделав обратную замену, получаем

б)Отберём корни при помощи единичной окружности. Подходят и 0.

Ответ:
 а)

б) 0.

№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Пусть точка D — середина AB , K — точка пресечения SD и EF , середина SD , а L — точка пересечения CK и SO . Тогда L — точка пересечения SO с плоскостью CEF . По теореме Менелая для треугольника DSO и прямой CK имеем:

б)Заметим, что прямая ET параллельна прямой AC , а прямая FT параллельна прямой BC . Следовательно, плоскости EFT и ABC параллельны. Будем искать косинус угла между плоскостями CEF и ABC . Плоскости CEF и EFT пересекаются по прямой EF , параллельной AB , поэтому прямая, по которой пересекаются плоскости CEF и ABC параллельна AB . Так как пирамида правильная, прямая CD перпендикулярна AB , а прямая CK перпендикулярна EF . Следовательно, нужно найти косинус угла KCD , равного углу LCO .

Вычислим:

откуда а $CO = 6$.

Т о г д а

откуда

Тем самым

Ответ: б)

№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Решим неравенство методом интервалов:

откуда и

Ответ:

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Пусть
тогда

Получаем:

Вернёмся к исходной переменной. Решим уравнение :

Решим неравенство

Ответ:

Покажем, что неравенство

не имеет решений, другим способом. Заметим предварительно, что на ОДЗ выражение отрицательно тогда и только тогда, когда a и b лежат по разные стороны от 1. Но и либо одновременно больше 1, либо одновременно меньше 1.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Углы MRP и KPR равны как накрест лежащие при пересечении параллельных прямых MN и KL секущей RP . Общая касательная к двум окружностям перпендикулярна прямой, соединяющий их центры, поэтому прямые SQ и O_1O_2 перпендикулярны. Следовательно, четырехугольник $SKPF$ можно вписать в окружность, а потому

Таким образом, искомое отношение равно

б) Площади треугольников с общим основанием относятся как длины проведенных к этому основанию высот: Пусть SO_1 и QO_2 — биссектрисы углов NSF и FQL соответственно, то есть Аналогично доказанному в пункте а) получаем, что лучи SO_1 и QO_2 — биссектрисы углов NSF и FQL соответственно, то есть Следовательно, искомое отношение равно

Ответ: б)

№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек.	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a .	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a .	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Решение. Рассмотрим функцию

Эта функция возрастает на промежутке и убывает на промежутке Исходное неравенство имеет вид значит, график функции на отрезке должен находиться в пределах горизонтальной полосы:

Отрезок не должен лежать на участке монотонности функции иначе приращение на отрезке длины будет не меньше поэтому ее график не поместится в полосу ширины следовательно, откуда Наибольшее значение функции на отрезке достигается либо при либо при Наименьшее значение функции на отрезке достигается при Получаем систему:

Ответ:

№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а), б) и в).	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в) и обоснованно получен верный ответ в пункте а) или б).	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а) и б) ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в)	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а) или б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Решение. Пусть сторона квадрата равна a , тогда ширина прямоугольника равна $a-2$, а длина его равна

а) Если $a-2=6$, то

— нецелое число.

б) Решая уравнение найдем подходящее $a = 3$ или $a = 6$.

в) Поскольку должно быть целым, 4 должно делиться на $a-2$, причем $a-2$ должно быть положительным (это ширина прямоугольника). Значит, $a-2 = 1, 2, 4$, то есть $a = 3, 4, 6$. Получаем такие варианты:

квадрат 3×3 и прямоугольник 1×9 ;

квадрат 4×4 и прямоугольник 2×8 ;

квадрат 6×6 и прямоугольник 4×9 .

Ответ: а) нет; б) да; в) 4×9 и 6×6 ; 2×8 и 4×4 ; 1×9 и 3×3 .

Приведем другое решение.

а) Сторона квадрата равна $6+2=8$, площадь квадрата $8^2=64$ и длина прямоугольника $64:6$ — нецелое число.

б) Да. Прямоугольник с длиной 9 и шириной 4 и квадрат со стороной 6 удовлетворяют условиям.

в) Пусть ширина прямоугольника x , тогда площадь квадрата

что должно быть кратно x (при делении этой площади на ширину прямоугольника получается его длина), откуда 4 кратно x , возможны варианты $x=1$, $x=2$, и $x=4$. Разберем эти случаи

длина прямоугольника 9.

длина прямоугольника 8.

длина прямоугольника 9.

Ответ: а) нет, б) да, в) 1×9 и 3×3 , 2×8 и 4×4 , 4×9 и 6×6 .