

Вариант 256

ID: 13956

№ 1.

В треугольнике ABC $AC = 4$, $BC = 3$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника. □

№ 2.

Вектор с началом в точке $A(2; 4)$ имеет координаты $(6; 2)$. Найдите ординату точки B . □

№ 3.

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса □ равна Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

№ 4.

В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменов: 8 из России, 7 из США, остальные из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

№ 5.

Правильный игральный кубик бросали до тех пор, пока сумма выпавших при всех бросках очков не стала больше чем 3. Известно, что общая сумма очков оказалась равна 4. Какова вероятность того, что был сделан ровно один бросок? Ответ округлите до сотых.

№ 6.

Случайные величины X и Y независимы. Найдите дисперсию случайной величины если известно, что

№ 7.

Решите уравнение

№ 8.

Найдите	значение	выражения

№ 9.

На рисунке изображен график функции определенной на интервале $(-3;11)$. Найдите количество решений уравнения на отрезке $[4;9]$.

□

№ 10.

Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой кг и радиуса см, и двух боковых с массами кг и с радиусами см. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в дается формулой При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения 625 ? Ответ выразите в сантиметрах.

№ 11.

Два велосипедиста одновременно отправились в 240-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 1 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

№ 12.

На рисунке изображён график функции Найдите, при каком значении x значение функции равно 0,8.

№ 13.

а)Решите уравнение

б)Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

№ 14.

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно 7. На ребре AC отмечена точка M , а на продолжении ребра BC за точку C — точка N так, что $CM = CN = 2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SABC$ плоскостью SNM является равнобедренным треугольником.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABC$ плоскостью SNM .

№ 15.

Решите неравенство

№ 16.

В двух областях есть по 50 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2кг алюминия или 0,1кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором 1кг алюминия приходится на 2кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

№ 17.

В треугольнике ABC биссектрисы AD и CE пересекаются в точке O , величина угла AOC составляет 120° .

а) Докажите, что около четырехугольника $BDOE$ можно описать окружность.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если а

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a \\ x^2 - y^2 = a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

№ 19.

Верно ли, что для любого набора положительных чисел, каждое из которых не превосходит 11, а сумма которых больше 110, всегда можно выбрать несколько чисел так, чтобы их сумма была не больше 110, но больше:

а) 99;

б) 101;

в) 100.

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27898	2,5
2	27725	6
3	522972	6
4	282855	0,25
5	508792	0,63
6	704653	69
7	525399	2
8	26897	121
9	672746	3
10	27966	5
11	26583	16
12	508961	-15

№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. а) Преобразуем исходное уравнение:

б)С
 помощью
 единичной
 окружности
 отберём
 корни,
 принадлежащие
 отрезку

Получим:

 и

Ответ: а)

 б)

№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Пусть прямая MN пересекает ребро AB в точке K . По теореме Менелая для треугольника ABC и прямой KM :

откуда $AK=2$ и $KB=4$. Углы ACS и BAS равны, а также $AK = CM = 2$, $AS = CS$ из условия. Следовательно, треугольники ASK и CSM равны, а потому равны и отрезки SK и SM . Таким образом, искомое сечение — треугольник SKM — является равнобедренным по определению.

б) По теореме косинусов в равнобедренном треугольнике SAB :

Аналогично для треугольников SMC и AKM получаем:

Высоту SH треугольника найдем по теореме Пифагора для треугольника SHM :

Найдем искомую площадь сечения:

Ответ: б)

№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Неравенство определено при условиях то есть при для этих значений переменной, используя формулу находим:

Правая часть неравенства принимает вид откуда, раскладывая на множители и применяя метод рационализации, получаем:

Ответ:

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. В каждой области в день может быть затрачено 500 человеко-часов труда.
Пусть в первой области на добыче алюминия ежедневно будет затрачено x человеко-часов, а во второй области – y человеко-часов. Составим таблицу по данным задачи.

	Алюминий		Никель	
	Количество человеко-часов	Масса металла за день, кг	Количество человеко-часов	Масса металла за день, кг
Первая область	x	$0,2x$		
Вторая область		y		
Всего				

Для производства сплава масса добытого алюминия должна быть вдвое меньше массы добытого никеля:

Пусть m — масса сплава, она равна сумме масс добытых металлов:

Учитывая равенство имеем:

Найдём наибольшее значение функции где

Для этого исследуем функцию с помощью производной.

Приравняем производную к нулю и найдём критические точки:

Заметим, что при равенство выполняется, если

Таким образом, наибольшее значение функции $m(y)$ равно Значит, завод сможет производить 90 кг сплава ежедневно.

№ 17.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а)В треугольнике AOC но величины и составляют половины величин и а значит, Тогда

Вертикальные углы и равны, и, значит, сумма противоположных углов четырехугольника $BDOE$ равна 180° . Следовательно, около него можно описать окружность.

б)В треугольнике ABC биссектрисы пересекаются в точке O , значит, BO — биссектриса угла а значит, Углы и равны, поскольку опираются на одну и ту же дугу окружности, описанной около четырехугольника $BDOE$. Имеем:

-
- по теореме о внешнем угле треугольника;
- Таким образом, треугольник ABC прямоугольный и его площадь равна

Ответ:

№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только исключением точки $a = 4$.	3
С помощью верного рассуждения получен промежуток $(4; +\infty)$, возможно, с исключением граничной точки $a = 4$ и исключением точки $a = 3$ ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения.	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения прямой и окружности и прямых (аналитически или графически).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Решение. Запишем систему в виде

Если то каждое уравнение системы есть уравнение окружности. В этом случае система имеет единственное решение тогда и только тогда, когда расстояние между центрами этих окружностей равно сумме или разности их радиусов. При имеем систему

Эта система решений не имеет. Следовательно, условию задачи не удовлетворяет. При имеем систему

Эта система тоже решений не имеет. Следовательно, и условию задачи не удовлетворяет.

Пусть Расстояние O_1O_2 между центрами и равно

а радиусы равны и Решим два уравнения:

и Уравнение (1) имеет вид уравнение (2) имеет вид

Решением уравнения (1) являются числа 1 и Решением уравнения (2) являются числа

Ответ:

1.

№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты.	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	2
Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение в п. а; — пример в п. б; — искомая оценка в п. в; — пример в п. в, обеспечивающий точность предыдущей оценки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Решение. а) Будем последовательно складывать числа, пока сумма не станет больше 110. Теперь удалим последнее добавленное число. Поскольку оно было не больше 11, сумма осталась больше $110 - 11 = 99$. Утверждение верно.

б) Рассмотрим 12 чисел, равных 10,1. Их сумма равна $12 \cdot 10,1 = 121,2 > 110$. Если взять любые 11 из них, то сумма будет равна $11 \cdot 10,1 = 111,1$, то есть окажется больше 110, а если взять меньше 11 чисел, то сумма будет не больше Следовательно, не из любого набора чисел можно выбрать несколько чисел, обладающих указанными свойствами.

в) Если среди чисел есть число, не большее 10, то можно поступить как в пункте а) — прибавлять к этому числу остальные, пока сумма не станет больше 110, а потом выкинуть изначальное число. Если же все числа больше 10, то возьмем любые 10 из них. Их сумма будет не более и больше что и требуется (очевидно, 10 чисел есть, иначе их общая сумма не сможет превысить 110)

Таким образом, утверждение верно.

Ответ: а) да, б) нет, в) да.