

Вариант 258

ID: 13958

№ 1.

Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 5, основание равно 6. Найдите радиус вписанной окружности.

□

№ 2.

Найдите длину вектора

№ 3.

Найдите объем V части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите

□

№ 4.

В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.

№ 5.

Какова вероятность того, что случайно выбранный телефонный номер оканчивается двумя чётными цифрами?

№ 6.

Найти дисперсию дискретной случайной величины X — числа появлений события A в пяти независимых испытаниях, если вероятность появления событий A в каждом испытании равна 0,2.

№ 7.

null

№ 8.

Найдите значение выражения

№ 9.

Прямая $y = 3x + 1$ является касательной к графику функции $ax^2 + 2x + 3$. Найдите a .

№ 10.

Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия монополиста от цены p (тыс.руб.) задается формулой Выручка предприятия за месяц r (тыс.руб.) вычисляется по формуле Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка составит 300 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

№ 11.

Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 60км/ч, вторую треть— со скоростью 120км/ч, а последнюю— со скоростью 110км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

№ 12.

null

№ 13.

а) Решите уравнение
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

№ 14.

Основанием прямой треугольной призмы $PQR P_1 Q_1 R_1$ является прямоугольный треугольник PQR с прямым углом R . Диагонали боковых граней $PP_1 Q_1 Q$ и $PP_1 R_1 R$ равны 17 и 15 соответственно, $PQ = 10$.
а) Докажите, что треугольник $P_1 QR$ прямоугольный.
б) Найдите объем пирамиды $P_1 QRR_1$.

№ 15.

Решите неравенство

№ 16.

Решите неравенство

№ 17.

На диагонали параллелограмма взяли точку, отличную от её середины. Из неё на все стороны параллелограмма (или их продолжения) опустили перпендикуляры.
а) Докажите, что четырёхугольник, образованный основаниями этих перпендикуляров, является трапецией.
б) Найдите площадь полученной трапеции, если площадь параллелограмма равна 16, а один из его углов равен 60° .

№ 18.

Найдите все значения параметра a при каждом из которых уравнение имеет единственное решение.

№ 19.

На конкурсе «Мисс–261» выступление каждой участницы оценивают шесть судей. Каждый судья выставляет оценку— целое число баллов от 0 до 10 включительно. Известно, что за выступление участницы С все члены жюри выставили различные оценки. По старой системе оценивания итоговый балл за выступление определяется как среднее арифметическое всех оценок судей. По новой системе оценивания итоговый балл вычисляется следующим образом: отбрасываются две наибольшие оценки, и считается среднее арифметическое четырех оставшихся оценок.

а) Может ли разность итоговых баллов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, быть равной 18?

б) Может ли разность итоговых баллов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, быть равной

в) Найдите наименьшее возможное значение разности итоговых баллов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.

Отвѣты

Номер	Задание	Ответ
1	27934	1,5
2	27663	10
3	27202	87,75
4	500250	0,92
5	509352	0,25
6	704654	0,8

№ 7.

null

null

87739110 91199720.125 1050016810 119960588

№ 12.

null

null

№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Решение. а) Приведем уравнение к однородному относительно показательных функций, затем сведем его квадратному относительно показательных функций:

б) Отберём	корни	уравнения,	принадлежащие	отрезку
				Для этого заметим, что

Значит, отрезку принадлежит только ко-
рень -1.

Ответ: а) б)

№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Заметим, что прямые RQ и PR перпендикулярны, прямые RQ и RR_1 перпендикулярны. Следовательно, прямая RQ перпендикулярна плоскости RRR_1 . Тогда прямые RQ и RP_1 также перпендикулярны, и треугольник P_1QR прямоугольный.

б) Из п. а) следует, что

Ответ: б)

№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Заметим, что первый множитель не принимает отрицательных значений, а потому либо он обращается в нуль, либо на него можно разделить, не меняя знака неравенства. При неравенство принимает вид

логарифмы существуют, а потому неравенство верно. При получаем:

Ответ:

Решим неравенство методом рационализации.

Область определения неравенства задается системой соотношений

На области определения неравенства будем последовательно заменять множители следующими рациональными выражениями того же знака.

Исходный множитель	Выражение того же знака

Получаем на ОДЗ:

Учитывая область определения, заключаем, что неравенство верно на множестве

Ответ:

Решим неравенство методом интервалов.

Область определения неравенства задается системой соотношений

Первый множитель обращается в нуль при , а второй множитель обращается в нуль, если . откуда (вне ОДЗ), или если . Поэтому на интервале неравенство сохраняет знак, а на открытом луче может поменять знак в точке3. Выясним знаки неравенства на этих промежутках, взяв на них пробные точки.

Взяв пробную точку , заметим, что , а , потому . Таким образом, оба множителя в пробной точке, а значит, и на интервале , положительны.

Взяв пробную точку , заметим, что , а , потому . Таким образом, оба множителя в пробной точке, а значит, и на интервале (2; 3) положительны.

Взяв пробную точку , заметим, что , а . Таким образом, первый множитель в пробной точке, а значит, и на всем луче , положителен, а второй — отрицателен.

Добавляя к интервалам точки, в которых левая часть обращается в нуль, заключаем, что неравенство верно на множестве

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Заметим, что . Решим неравенство методом рационализации, для этого применим теоремы о знаках: при положительных а выражения и имеют одинаковые знаки, при положительных а выражения и имеют одинаковые знаки. Итак,

Ответ:

№ 17.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Рассмотрим параллелограмм $ABCD$ и точку N на диагонали AC . Опустим из нее перпендикуляры на стороны параллелограмма так, как показано на рисунке. Заметим теперь, что четырехугольники $NPCR$ и $NSAQ$ вписанные, поскольку в них есть по два противоположных прямых угла. Тогда по свойству вписанного угла получаем, что $\angle PCN$ и $\angle NAQ$ равны из параллельности прямых BC и AD . Значит, равны и углы PRN и NSQ , а значит, прямые PR параллельны SQ . Заметим, что точка N отлична от середины диагонали, следовательно, NP не равно NQ . Следовательно, в четырехугольнике $SPRQ$ две стороны параллельны, но при этом он не является параллелограммом, поскольку его диагонали не делятся точкой пересечения пополам, значит, он является трапецией. Что и требовалось доказать.

б) Диагонали трапеции соответственно перпендикулярны сторонам параллелограмма, поэтому острый угол между ними равен острому углу параллелограмма, то есть 60° . Площадь параллелограмма равна $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin 60^\circ = 25\sqrt{3}$. Площадь трапеции равна $\frac{1}{2} \cdot (10 + 10) \cdot 10 \cdot \sin 60^\circ = 25\sqrt{3}$.

Ответ: 6.

№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б.	3
Получен обоснованный ответ в пункте б. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а. ИЛИ При обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте б и использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

Решение. Заметим, что $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$. Из формулы $\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$ находим:

Тогда

Обе части уравнения симметричны относительно $\frac{1}{x}$ а значит, если $\frac{1}{x}$ корень уравнения, то и x — тоже корень. Чтобы уравнение имело единственный корень, оно должно иметь решением $\frac{1}{x} = x$ и не иметь других решений. Подставим $\frac{1}{x} = x$ получим:

В то же время это условие является и достаточным, так как $\frac{1}{x} = x$ и равенство достигается при $x = \pm 1$ а

и равенство достигается при $x = \pm 1$

Ответ: $x = \pm 1$

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение в п. а; — пример в п. б; — искомая оценка в п. в; — пример в п. в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Решение. а) Нет. Итоговый балл по старой системе не больше а итоговый балл по новой системе не меньше . Поэтому разность итоговых баллов не может быть больше 6.

б) Нет. Упорядочим оценки судей: пусть Тогда разность итоговых баллов равна

При умножении разности на 12 должно получаться целое число, но число нецелое.

в) Покажем, что числитель дроби (*) не меньше 12. Действительно, уменьшаемое а вычитаемое Следовательно, разность итоговых баллов не меньше 1. Значение 1 достигается, например, при оценках 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Ответ: а) нет; б) нет; в) 1.