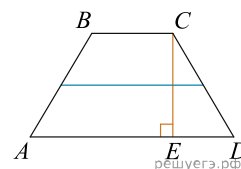


Вариант 259

ID: 13960

№ 1.

Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на части, имеющие длины 10 и 4. Найдите среднюю линию этой трапеции.

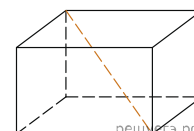


№ 2.

Даны векторы $\vec{a}(3; 4)$ и $\vec{b}(-4; -3)$. Найдите косинус угла между ними.

№ 3.

Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 2. Площадь поверхности параллелепипеда равна 16. Найдите его диагональ.



№ 4.

В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

№ 5.

При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

№ 6.

В киндер-сюрпризах встречаются игрушки из коллекции бегемотов. Всего в коллекции 12 различных бегемотов, причем все они встречаются в киндер-сюрпризах одинаково часто. Среди них есть бегемот в кепке. Первоклассник покупает киндер-сюрпризы, а игрушки из них кладет в ящик стола. Сколько будет куплено киндер-сюрпризов к моменту, когда в столе окажутся два одинаковых бегемота в кепке? Найдите математическое ожидание этой случайной величины.

№ 7.

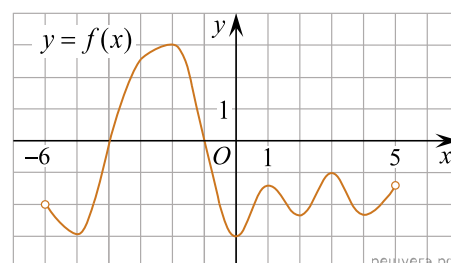
null

№ 8.

Найдите значение выражения $(4a^2 - 9) \cdot \left(\frac{1}{2a-3} - \frac{1}{2a+3} \right)$.

№ 9.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -6$.

**№ 10.**

Автомобиль, масса которого равна $m = 2160$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остается неизменным, и проходит за это время путь $s = 500$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F = \frac{2ms}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F , приложенная к автомобилю, не меньше 2400 Н. Ответ выразите в секундах.

№ 11.

В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоять на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

№ 12.

null

№ 13.

- а) Решите уравнение $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos x + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \sin x$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.
-

№ 14.

В основании четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит квадрат $ABCD$. Плоскость α пересекает ребра SA , SB , SC и SD в точках L , K , N и M соответственно, причем $SK : KB = 3 : 1$, а точки L и M — середины ребер SA и SD .

- а) Докажите, что четырехугольник $KLMN$ является трапецией, длины оснований которой относятся как 2 : 3.
- б) Найдите высоту пирамиды, если угол между плоскостями ABC и α равен 30° , площадь сечения пирамиды плоскостью α равна $10\sqrt{2}$, а площадь основания пирамиды равна 32.
-

№ 15.

Решите неравенство

$$\left((x+1)^{-1} - (x+6)^{-1}\right)^2 \leq \frac{|x^2 - 10x|}{(x^2 + 7x + 6)^2}.$$

№ 16.

Решите неравенство $\left(1 + \frac{1}{x-4} - \frac{x-3}{x-2}\right) \sqrt{6x-x^2-5} \geq 0$.

№ 17.

Дан остроугольный треугольник ABC . Биссектриса внутреннего угла при вершине B пересекает биссектрису внешнего угла при вершине C в точке M , а биссектриса внутреннего угла при вершине C пересекает биссектрису внешнего угла при вершине B в точке N .

- а) Докажите, что $2\angle BMN = \angle ACB$.
 - б) Найдите BM , если $AB = AC = 5$, $BC = 6$.
-

№ 18.

При каких значениях параметра a система $\begin{cases} y = x^2 - 2x, \\ x^2 + y^2 + a^2 = 2x + 2ay \end{cases}$ имеет решения?

№ 19.

Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из различных натуральных чисел.

- а) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_7$ ровно три числа делятся на 100?
- б) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_{49}$ ровно 11 чисел делятся на 100?
- в) Для какого наибольшего натурального n может оказаться так, что среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$ больше кратных 100, чем среди чисел $a_{2n+1}, a_{2n+2}, \dots, a_{5n}$?

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27836	10
2	649915	-0,96
3	27060	3
4	320181	0,4
5	320196	0,035
6	509444	24

№ 7.

null

null

8268026 95109387 102798930 119956620

№ 12.

null

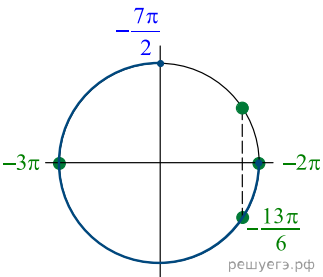
null

№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\begin{aligned}
 &2\cos x(1-\cos^2 x)-\sqrt{3}\sin^2 x=0\Leftrightarrow \sin^2 x(2\cos x-\sqrt{3})=0\Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow &\begin{cases} \sin x=0, \\ \cos x=\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pi n, \\ x=\frac{\pi}{6}+2\pi n, \\ x=-\frac{\pi}{6}+2\pi n, \end{cases} \quad n\in\mathbb{Z}. \quad 2\cos x(1-\cos^2 x)-\sqrt{3}\sin^2 x=0\Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \sin^2 x(2\cos x-\sqrt{3})=0\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x=0, \\ \cos x=\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x=\pi n, \\ x=\frac{\pi}{6}+2\pi n, \\ x=-\frac{\pi}{6}+2\pi n, \end{cases} \quad n\in\mathbb{Z}.
 \end{aligned}$$



б) Корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$, отберем с помощью числовой окружности отберем корни, Получим числа: $-3\pi, -\frac{13\pi}{6}, -2\pi$.

Ответ: а) $\left\{-\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \pi n : n \in \mathbb{Z}\right\}$; б) $-3\pi, -\frac{13\pi}{6}, -2\pi$.

№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение.

а) Отрезок ML — средняя линия треугольника SAD , поэтому он параллелен стороне AD (рис. 1). Значит, плоскость α параллельна прямым AD и BC . Следовательно, прямые KN, BC, AD и ML параллельны. Поскольку треугольники SKN и SBC подобны, получаем: $KN = \frac{3}{4}BC$. Следовательно,

$$LM : KN = \left(\frac{1}{2}AD\right) : \left(\frac{3}{4}BC\right) = 2 : 3.$$

Таким образом, четырёхугольник $KLMN$ является трапецией, длины оснований которой относятся как 2 : 3.

б) Проведём через высоту пирамиды $SABCD$ плоскость, перпендикулярную прямым BC и AD . Пусть она пересекает прямые BC, AD, KN и LM в точках P, Q, T и U соответственно. Тогда:

$$\frac{ST}{SP} = \frac{SK}{SB} = \frac{3}{4}, \quad \frac{SU}{SQ} = \frac{SL}{SA} = \frac{1}{2}.$$

Сторона квадрата $ABCD$ равна $4\sqrt{2}$, поскольку его площадь равна 32. Следовательно,

$$PQ = AB = 4\sqrt{2}, \quad KN = \frac{3}{4}BC = 3\sqrt{2}, \quad LM = \frac{1}{2}AD = 2\sqrt{2}.$$

Отрезок TU является высотой трапеции $KLMN$. Значит, $TU = 4$, поскольку

$$\frac{KN + ML}{2} \cdot TU = 10\sqrt{2}.$$

Пусть TT_1 и UU_1 — перпендикуляры, проведенные из точек T и U на SH к высоте SH (рис. 2). Тогда из подобия пар треугольников ST_1T и SHP , SU_1U и SHQ получаем:

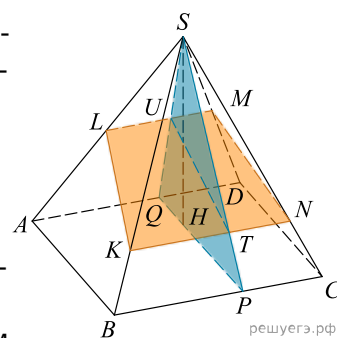


Рис. 1

$$\frac{T_1 U_1}{SH} = \frac{ST_1 - SU_1}{SH} = \frac{ST}{SP} - \frac{SU}{SQ} = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4},$$

то есть $SH = 4T_1 U_1$. Таким образом,

$$SH = 4 \cdot T_1 U_1 = 4 \cdot TU \cdot \sin 30^\circ = 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 8.$$

Ответ: б) 8.

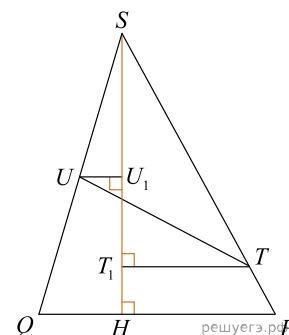


Рис. 2

№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Преобразуем неравенство:

$$\begin{aligned} ((x+1)^{-1} - (x+6)^{-1})^2 &\leq \frac{|x^2 - 10x|}{(x^2 + 7x + 6)^2} \Leftrightarrow \frac{|x^2 - 10x| - 25}{(x^2 + 7x + 6)^2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -6, \\ x \neq -1, \\ |x^2 - 10x| \geq 25. \end{cases} & ((x+1)^{-1} - (x+6)^{-1})^2 \leq \frac{|x^2 - 10x|}{(x^2 + 7x + 6)^2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{|x^2 - 10x| - 25}{(x^2 + 7x + 6)^2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -6, \\ x \neq -1, \\ |x^2 - 10x| \geq 25. \end{cases} \end{aligned}$$

Решим неравенство $|x^2 - 10x| \geq 25$:

$$\begin{cases} x^2 - 10x - 25 \geq 0, \\ x^2 - 10x + 25 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 + 5\sqrt{2}, \\ x \leq 5 - 5\sqrt{2}, \\ x = 5. \end{cases}$$

Исключая из полученного набора точки -6 и -1 , получаем множество решений исходного неравенства:
 $(-\infty; -6) \cup (-6; 5 - 5\sqrt{2}] \cup \{5\} \cup [5 + 5\sqrt{2}; +\infty)$.

Ответ: $(-\infty; -6) \cup (-6; 5 - 5\sqrt{2}] \cup \{5\} \cup [5 + 5\sqrt{2}; +\infty)$.

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Корень существует на отрезке $[1;5]$. Преобразуем неравенство на этом множестве: приведем к общему знаменателю, и воспользуемся методом интервалов (см. рис.):

$$\left(1 + \frac{1}{x-4} - \frac{x-3}{x-2}\right) \sqrt{6x-x^2-5} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2(x-3)\sqrt{(x-5)(1-x)}}{(x-4)(x-2)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, \\ 2 < x \leq 3, \\ 4 < x \leq 5. \end{cases} \left(1 + \frac{1}{x-4} - \frac{x-3}{x-2}\right) \sqrt{6x-x^2-5} \geq 0 \Leftrightarrow$$

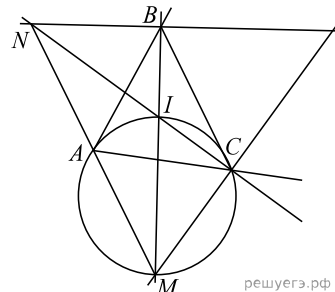
$$\Leftrightarrow \frac{2(x-3)\sqrt{(x-5)(1-x)}}{(x-4)(x-2)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, \\ 2 < x \leq 3, \\ 4 < x \leq 5. \end{cases}$$

Ответ: $\{1\} \cup (2; 3] \cup (4; 5]$.

№ 17.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Обозначим точку пересечения внутренних биссектрис буквой I . Заметим, что точка M равноудалена от прямых AB , BC , AC , поэтому она лежит на биссектрисе внешнего угла при вершине A . Аналогично, на этой же биссектрисе лежит точка N . Поэтому прямая MN проходит через точку A , то есть угол BMN равен углу IMA . Заметим еще, что



$$\begin{aligned}\angle AMC + \angle AIC &= \left(180^\circ - \frac{1}{2}(360^\circ - \angle A - \angle C)\right) + \left(180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle C)\right) = 180^\circ. \quad \angle AMC + \angle AIC = \\ &= \left(180^\circ - \frac{1}{2}(360^\circ - \angle A - \angle C)\right) + \left(180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle C)\right) = 180^\circ. \quad \angle AMC + \angle AIC = \\ &= \left(180^\circ - \frac{1}{2}(360^\circ - \angle A - \angle C)\right) + \left(180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle C)\right) = \\ &= 180^\circ.\end{aligned}$$

Таким образом, четырехугольник $AICM$ вписан в окружность. Значит, $2\angle AMI = 2\angle ACI = \angle ACB$. Что и требовалось доказать.

б) Зная $\cos \angle ABC = \frac{3}{5}$, найдем

$$\sin \angle AIC = \cos \left(\frac{1}{2}\angle ABC\right) = \sqrt{\frac{1 + \frac{3}{5}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Биссектрисы внутреннего и внешнего угла перпендикулярны, поэтому IM — диаметр окружности $IAMC$. По теореме синусов $IM = \frac{AC}{\sin \angle AIC} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Найдем отрезок BI . Пусть длина биссектрисы, проведенной из вершины B , равна l . Применим теорему косинусов:

$$l^2 = 6^2 + \left(\frac{6}{11} \cdot 5\right)^2 - 2 \cdot 6 \cdot \frac{6}{11} \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = \frac{2880}{121},$$

значит, $l = \frac{24\sqrt{5}}{11}$. Теперь, по свойству биссектрисы, получаем, что $BI : l = 6 : \left(6 + \frac{6}{11} \cdot 5\right) = 11 : 16$. Отсюда $BI = \frac{3\sqrt{5}}{2}$, а тогда $BM = BI + IM = 4\sqrt{5}$.

Ответ: б) $4\sqrt{5}$.

Приведем решение пункта а) Ирины Шраго.

Заметим, что угол между биссектрисами внешнего и внутреннего угла равен 90° , следовательно, $\angle NBM = \angle NCM = 90^\circ$. Тогда четырехугольник $NBCM$ — вписанный, и $\angle BMN = \angle BCN$ как углы, опирающиеся на одну дугу. При этом $\angle BCN = \frac{\angle ACB}{2}$, поскольку CN — биссектриса, следовательно, $\angle BMN = \frac{\angle ACB}{2} \Leftrightarrow 2\angle BMN = \angle ACB$.

№ 18.

Критерии оценивания ответа на задание С5	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	4
Рассмотрены все возможные случаи. Получен верный ответ, но решение либо содержит пробелы, либо вычислительную ошибку или опisku.	3
Рассмотрены все возможные случаи. Получен ответ, но решение содержит ошибки.	2
Рассмотрены некоторые случаи. Для рассмотренных случаев получен ответ, возможно неверный из-за ошибок.	1
Все прочие случаи.	0
Максимальное количество баллов	4

Решение. Перепишем исходную систему в виде

$$\begin{cases} (x-1)^2 = y+1, \\ (y-a)^2 + (x-1)^2 = 1. \end{cases}$$

Исходная система имеет решения тогда и только тогда, когда относительно y имеет решения система:

$$\begin{cases} (y-a)^2 + y + 1 = 1, \\ y + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + (1-2a)y + a^2 = 0, \\ y \geq -1. \end{cases}$$

Решая уравнение этой системы, находим, что $y = \frac{2a-1 \pm \sqrt{1-4a}}{2}$. Требование задачи будет выполнено, если последняя смешанная система имеет хотя бы одно решение. Искомые значения a находятся из совокупности неравенств

$$\frac{2a-1 \pm \sqrt{1-4a}}{2} \geq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{1-4a} \geq -1-2a, \\ \sqrt{1-4a} \leq 1+2a. \end{cases}$$

Иррациональные неравенства можно решить, используя теоремы о равносильности:

$$\sqrt{x} \leq y \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ x \leq y^2 \end{cases} \quad \text{и} \quad \sqrt{x} \geq y \Leftrightarrow \begin{cases} y < 0, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ x \geq y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y < 0, \\ x \geq 0, \\ x \geq y^2 \end{cases}$$

Получим: $-2 \leq a \leq \frac{1}{4}$ или $0 \leq a \leq \frac{1}{4}$, что дает $-2 \leq a \leq \frac{1}{4}$.

Другой путь решения неравенств — ввести замену $t = \sqrt{1-4a}$. В этом случае $a = \frac{1}{4}(1-t^2)$. Тогда:

$$t \geq -1 - \frac{1}{2}(1-t^2), \text{ откуда } t^2 - 2t - 3 \leq 0 \Leftrightarrow_{t \geq 0} 0 \leq t \leq 3$$

и

$$t \leq 1 + \frac{1}{2}(1-t^2), \text{ что дает } t^2 + 2t - 3 \leq 0 \Leftrightarrow_{t \geq 0} 0 \leq t \leq 1.$$

Таким образом, $0 \leq t \leq 3$. Возвращаясь к исходной переменной, получаем:

$$0 \leq \sqrt{1-4a} \leq 3 \Leftrightarrow 0 \leq 1-4a \leq 9 \Leftrightarrow -1 \leq -4a \leq 8 \Leftrightarrow -2 \leq a \leq \frac{1}{4}.$$

Ответ: $a \in \left[-2, \frac{1}{4}\right]$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение в п. а; — пример в п. б; — искомая оценка в п. в; — пример в п. в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Решение. а) Подходящим примером является прогрессия с первым членом 50 и разностью 50. Среди первых семи её членов (50, 100, 150, 200, 250, 300, 350) ровно три делятся на 100.

б) Обозначим через d разность арифметической прогрессии $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$. Из условия следует, что d — натуральное число. Пусть m и n — натуральные числа, $m > n$, НОД ($d, 100$) обозначает наибольший общий делитель чисел d и 100. Имеем

$$a_m - a_n = (a_1 + (m-1)d) - (a_1 + (n-1)d) = (m-n)d.$$

Следовательно, разность $a_m - a_n$ делится на 100 тогда и только тогда, когда разность $m - n$ делится на $k = \frac{100}{\text{НОД}(d, 100)}$. Значит, если среди членов арифметической прогрессии $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ есть кратные 100, то это члены с номерами вида $kp + q$, где q — номер первого члена, кратного 100 ($q \leq k$), а p пробегает все неотрицательные целые числа. Поэтому среди любых k последовательных членов прогрессии $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ ровно один будет делиться на 100.

Таким образом, если l — количество членов прогрессии делящихся на 100 среди m последовательных членов, то для некоторого целого k должно выполняться неравенство $\frac{m}{k} \leq l \leq \frac{m}{k} + 1$, то есть в нашем случае:

$$\frac{49}{k} \leq 11 \leq \frac{49}{k} + 1 \Leftrightarrow 49 \leq 11k \leq 49 + k \Leftrightarrow \begin{cases} 11k \geq 49, \\ 10k \leq 49. \end{cases}$$

Последняя система не имеет целых решений, значит, не существует такой прогрессии, в которой среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_{49}$ ровно 11 чисел делятся на 100.

в) Обозначим через $[x]$ целую часть числа x — наименьшее целое число, не превосходящее x . По доказанному в пункте б) среди любых k последовательных членов прогрессии $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ ровно один будет делиться на 100, где $k = \frac{100}{\text{НОД}(d, 100)}$, d — арифметической прогрессии.

Значит, среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$, кратными 100 будут не более $\left[\frac{2n}{k}\right] + 1$ чисел. Аналогично среди чисел $a_{2n+1}, a_{2n+2}, \dots, a_{5n}$ кратными 100 будут не менее $\left[\frac{3n}{k}\right]$ чисел. Неравенство $\left[\frac{2n}{k}\right] + 1 > \left[\frac{3n}{k}\right]$ выполнено тогда и только тогда, когда $\left[\frac{2n}{k}\right] = \left[\frac{3n}{k}\right]$. Пусть это равенство выполнено. Тогда разность между числами $\frac{3n}{k}$ и $\frac{2n}{k}$ меньше 1. Получаем, что $\frac{n}{k} < 1$ и $\frac{2n}{k} < 2$. Значит, $\left[\frac{3n}{k}\right] = \left[\frac{2n}{k}\right] < 2$, $\frac{3n}{k} < 2$ и $n < \frac{2k}{3}$. Поскольку число k не превосходит 100, отсюда следует, что $n \leq 66$.

Рассмотрим прогрессию с первым членом 69 и разностью 1. Тогда среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_{132}$ ровно два делятся на 100 ($a_{32}=100$ и $a_{132}=200$). Среди чисел $a_{133}, a_{134}, \dots, a_{330}$ ровно одно делится на 100 ($a_{232} = 300$). Этот пример показывает, что n может равняться 66.

Ответ: а) да, например прогрессия 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, ...; б) нет; в) 66.

