

Вариант 263

ID: 13964

№ 1.

Сторона правильного треугольника равна Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

№ 2.

Даны векторы и Найдите косинус угла между ними.

№ 3.

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, Найдите длину отрезка .

№ 4.

В группе туристов 30 человек. Их вертолётom в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолётa.

№ 5.

В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя не глядя переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.

№ 6.

При изготовлении подшипников с номинальным внешним диаметром 32 мм стандартное отклонение внешнего диаметра равно 0,004 мм. При помощи неравенства Чебышёва найдите верхнюю оценку вероятности события «диаметр случайно выбранного подшипника отличается от среднего значения более чем на 0,008 мм».

№ 7.

null

№ 8.

Найдите значение выражения

№ 9.

Прямая параллельна касательной к графику функции Найдите абсциссу точки касания.

№ 10.

Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле

где — частота вынуждающей силы (в) , — постоянный параметр, — резонансная частота.

Найдите максимальную частоту меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину не более чем на Ответ выразите в

№ 11.

Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Конечно, вместо литров следовало бы говорить о килограммах растворов.

№ 12.

null

№ 13.

null

№ 14.

а) Решите уравнение

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

№ 15.

Дана пирамида $SABC$, в которой $AB = AC = SB = SC = 17$ и $BC = SA = 16$. Точки M и N — середины ребер BC и SA .

а) Докажите, что отрезок MN является общим перпендикуляром к прямым BC и SA .

б) Найдите объем пирамиды $ABMN$.

№ 16.

Решите

неравенство:

№ 17.

null

№ 18.

Окружность, вписанная в равнобедренную трапецию $ABCD$, касается боковых сторон AB и CD в точках M и N соответственно. Отрезок AN пересекает окружность в точке K , а луч MK пересекает основание AD в точке L .

а) Докажите, что треугольник AKL подобен треугольнику MAL .

б) Найдите отношение $AL : LD$.

№ 19.

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

имеет ровно 4 различных решения.

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27909	0,5
2	649915	-0,96
3	284350	6
4	320194	0,2
5	500998	0,6
6	509454	0,25

№ 7.

null

null

826799-2 9274850,5 1027974120 119957321

№ 12.

null

null

№ 13.

null

null

№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. а) Последовательно получаем:

б)Отберем корни при помощи единичной окружности (см.рис.). Подходят числа

Ответ:
 а)
 б)

№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а)Заметим, что отрезки SM и AM — медианы, а следовательно, и высоты равных равнобедренных треуголь-
 ников SBC и ABC . Таким образом, $SM = AM$, а треугольник MSA равнобедренный. Медиана MN в нем является также и вы-
 сотой, следовательно, отрезок MN перпендикулярен ребру SA . Аналогично отрезки BN и CN — равные медианы и высоты в
 равных треугольниках BSA и CSA , то есть отрезок MN — медиана и высота равнобедренного треугольника NBC , следователь-
 но, отрезок MN перпендикулярен стороне BC .

б)В п.а) доказано, что отрезок MN перпендикулярен ребру SA , следовательно, треугольник NAM прямоугольный. Кроме
 того, прямая BC перпендикулярна прямым MN и AM , а следовательно, сторона BC перпендикулярна плоскости NAM , значит,
 можно рассматривать отрезок BM как высоту, а треугольник NAM — как основание пирамиды $ABMN$. Находим:

Таким образом, площадь основания равна

откуда находим объем пирамиды $ABMN$:

Ответ: б)

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, или получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Перейдем к одному основанию и воспользуемся свойствами логарифмов. Получим:

Ответ:

№ 17.

null

null

№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Решение. а) Трапеция равнобедренная, значит, поскольку точка P — точка касания окружности и основания BC . Тогда отрезок MN параллелен основанию BC и По теореме об угле между касательной

и хордой получаем, что Значит, и треугольники AKL и MAL подобны по двум углам.

б) Из доказанного подобия следует, что откуда С другой стороны, по теореме о квадрате касательной получаем, что поскольку точка Q — точка касания окружности с основанием AD . Тогда $AL = LQ$, следовательно, значит, $AL : LD = 1 : 3$.

Ответ: б) 1 : 3.

№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены верные значения параметра, но допущен недочет	3
С помощью верного рассуждения получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом верно выполнены все шаги решения, ИЛИ в решении верно найдены все граничные точки множества значений параметра, но неверно определены промежутки значений	2
В случае аналитического решения: задача верно сведена к набору решенных уравнений и неравенств с учетом требуемых ограничений, ИЛИ в случае графического решения: задача верно сведена к исследованию взаимного расположения линий (изображены необходимые фигуры, учтены ограничения, указана связь исходной задачи с построенными фигурами)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Решение. График первого уравнения симметричен относительно осей координат, поэтому построим его при и а затем достроим график, используя симметрию. Имеем:

Таким образом, график первого уравнения исходной системы представляет собой объединение частей парабол и дуг окружностей (выделено оранжевым). Заметим, что полученный график также симметричен относительно прямых и Графиком второго уравнения исходной системы является семейство параллельных прямых с угловым коэффициентом 1. Проанализируем построенные графики.

Прямая является касательной к части графика первого уравнения, задаваемой функцией в точке с абсциссой

а именно в точке то есть при

В силу симметрии эта же прямая (выделена синим) является касательной к графику первого уравнения в точке

Найдём координаты точки C — точки пересечения графиков и при положительных значениях x и отрицательных значениях x :

П р я м а я (выделено зелёным) проходит через точку при

П р я м а я (выделена красным) является касательной к дуге окружности в точке при

Найдём количество решений системы при неположительных значениях параметра a . Получаем, что исходная система

- при не имеет решений;
- при имеет два решения;
- при — **четыре решения**;
- при — три решения;
- при — **четыре решения**;
- при — более четырёх решений.

В силу симметричности четыре решения исходная система будет иметь также при

Ответ: