

Вариант 289

ID: 46355

1.

а) Решите уравнение $\sin 2x = 2 \sin x + \sin \left(x + \frac{3\pi}{2} \right) + 1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2} \right]$.

2.

а) Решите уравнение: $\log_{13}(\cos 2x - 9\sqrt{2}\cos x - 8) = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2} \right]$.

Ответы

Номер	Задание	Ответ
-------	---------	-------

1.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

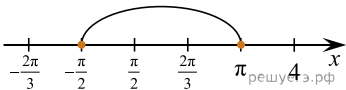
Решение. а) Имеем:

$$2x\cos x - 8\cos x + x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2\cos x(x - 4) + x - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x - 4)(2\cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2}, \\ x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \, k \in \mathbb{Z}, \\ x = 4. \end{cases} \Leftrightarrow (x - 4)(2\cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2}, \\ x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \, k \in \mathbb{Z}, \\ x = 4. \end{cases}$$

б) При помощи числовой оси отберем корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$, получим число $\frac{2\pi}{3}$.



Ответ: а) $\{4\} \cup \left\{\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$; б) $\frac{2\pi}{3}$.

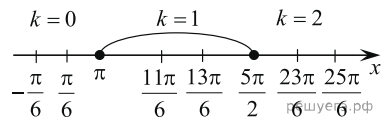
2.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. а) Пусть $\log_3(2\cos x) = t$, тогда $2t^2 - 5t + 2 = 0$, откуда $t = 2$ или $t = \frac{1}{2}$.
 Далее имеем:

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} \log_3(2\cos x) = 2, \\ \log_3(2\cos x) = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos x = 9, \\ 2\cos x = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{9}{2}, \\ \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow_{|\cos x| \leq 1} \\
 & \Leftrightarrow_{|\cos x| \leq 1} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \\ x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases} \begin{cases} \log_3(2\cos x) = 2, \\ \log_3(2\cos x) = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos x = 9, \\ 2\cos x = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{9}{2}, \\ \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow_{|\cos x| \leq 1} \\
 & \Leftrightarrow_{|\cos x| \leq 1} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \\ x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}
 \end{aligned}$$

б) Найдём на числовой оси корни, лежащие на отрезке $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$:



Из рисунка видно, что заданному отрезку принадлежат корни $\frac{11\pi}{6}$ и $\frac{13\pi}{6}$.

Ответ: а) $\left\{-\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$; б) $\frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}$.

Приведем другое решение пункта б).

Выясним, какие из найденных корней принадлежат отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$, при помощи тригонометрической окружности. Подходят: $\frac{11\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}$.

