

Вариант 292

ID: 46364

1.

В треугольник ABC вписана окружность с центром в точке O , которая касается стороны AB в точке K . Окружность в точке O_1 касается стороны AB в точке L , а также продолжений сторон AC и BC .

- а) Докажите, что около четырёхугольника $AOBO_1$ можно описать окружность.
- б) Найдите площади четырёхугольников $AOBO_1$ и $KOLO_1$, если известно, что $AB = 8$, $AC = 6$, $BC = 10$.

Ответы

Номер	Задание	Ответ
-------	---------	-------

1.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Центр окружности, вписанной в угол, лежит на биссектрисе этого угла. Угол между биссектрисами смежных углов прямой, поэтому $\angle OAO_1 = \angle OBO_1 = 90^\circ$. Тогда $\angle OAO_1 + \angle OBO_1 = 180^\circ$, следовательно, около четырёхугольника $AOBO_1$ можно описать окружность.

б) Треугольник CAB прямоугольный, поскольку

$$AC^2 + AB^2 = 6^2 + 8^2 = 100 = BC^2.$$

Имеем: $\angle CAB = 90^\circ$ и $\angle OAK = 45^\circ$, тогда треугольник AKO равнобедренный, откуда следует, что $AK = KO$. Найдём OK по формуле $S = pr$. Получаем:

$$OK = \frac{S_{ABC}}{p_{ABC}} = \frac{6 \cdot \frac{8}{2}}{(6+8+10) : 2} = 2.$$

Пусть окружность с центром O_1 касается прямых AC и BC в точках E и F соответственно. Тогда $EC = CF = p_{ABC} = 12$, откуда $AL = AE = 12 - AC = 6$. Треугольник ALO_1 равнобедренный, значит, $AL = LO_1$. Находим площадь четырёхугольника $AOBO_1$

$$S_{AOBO_1} = \frac{1}{2}AB(OK + LO_1) = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (2 + 6) = 32$$

и площадь четырёхугольника $KOLO_1$

$$\begin{aligned} S_{KOLO_1} &= \frac{1}{2}KL(KO + LO_1) = \frac{1}{2}(AB - AK - LB) \cdot (2 + 6) = \\ &= 4(AB - AK - BF) = 4(8 - 2 - (12 - 10)) = 4 \cdot 4 = 16. \quad S_{KOLO_1} = \frac{1}{2}KL(KO + LO_1) = \\ &= \frac{1}{2}(AB - AK - LB) \cdot (2 + 6) = 4(AB - AK - BF) = \\ &= 4(8 - 2 - (12 - 10)) = 4 \cdot 4 = 16. \end{aligned}$$

Ответ: б) 32 и 16.



