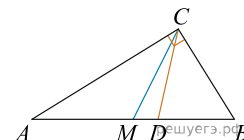


# Вариант 47

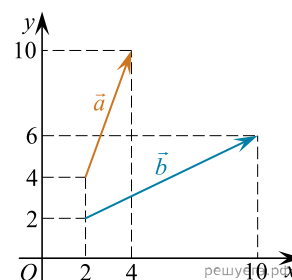
## № 1.

Острые углы прямоугольного треугольника равны  $24^\circ$  и  $66^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



## № 2.

Найдите сумму координат вектора  $\vec{a} - \vec{b}$ .



## № 3.

Во сколько раз увеличится площадь поверхности пирамиды, если все ее ребра увеличить в 2 раза?

## № 4.

На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем и 4 с вишней. Юля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

## № 5.

Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика нет чётных чисел, а нечётные числа 1, 3 и 5 встречаются по два раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 3 и 5 очков. Какова вероятность того, что бросали второй кубик?

## № 6.

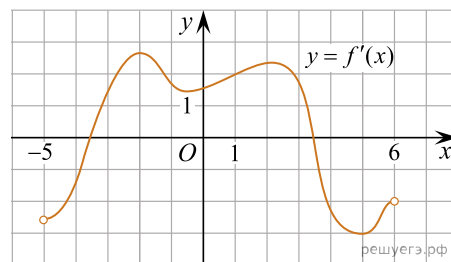
Решите уравнение  $\log_{x-5} 49 = 2$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

## № 7.

Найдите значение выражения  $\left(\frac{3}{4} + 2\frac{3}{8}\right) \cdot 25,6$ .

№ 8.

Функция  $f(x)$  определена и непрерывна на отрезке  $[-5; 6]$ . На рисунке изображен график её производной. Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



№ 9.

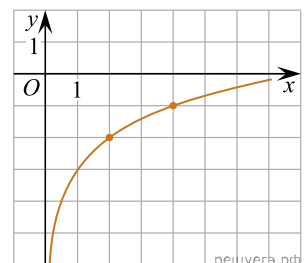
Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой  $h(t) = -5t^2 + 18t$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 9 метров?

№ 10.

Из городов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми равно 330 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 3 часа на расстоянии 180 км от города  $B$ . Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города  $A$ . Ответ дайте в км/ч.

№ 11.

На рисунке изображён график функции  $f(x) = b + \log_a x$ . Найдите  $f(32)$ .



№ 12.

Найдите наименьшее значение функции  $y = 3 + \frac{5\pi}{4} - 5x - 5\sqrt{2}\cos x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

№ 13.

а) Решите уравнение  $(\cos x - \sin x)^2 + \sqrt{2} \sin\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right) + \sqrt{3} \cos x = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{4\pi}{3}; -\frac{2\pi}{3}\right]$ .

---

**№ 14.**

Дана треугольная пирамида  $SABC$ . Основание высоты  $SO$  этой пирамиды является серединой отрезка  $CH$  — высоты треугольника  $ABC$ .

а) Докажите, что  $AC^2 - BC^2 = AS^2 - BS^2$ .

б) Найдите объём пирамиды  $SABC$ , если  $AB = 25$ ,  $AC = 10$ ,  $BC = 5\sqrt{13}$ ,  $SC = 3\sqrt{10}$ .

---

**№ 15.**

Решите неравенство:  $\frac{320 - 4^{-x-1}}{128 - 2^{-x}} \geq 2,5$ .

---

**№ 16.**

На каждом из двух комбинатов изготавливают детали  $A$  и  $B$ . На первом комбинате работает 500 человек, и один рабочий изготавливает за смену 8 деталей  $A$  или 2 детали  $B$ . На втором комбинате работает 200 человек, и один рабочий изготавливает за смену 2 детали  $A$  или 8 деталей  $B$ . Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, на котором собирают изделие, для изготовления которого нужна 1 деталь  $A$  и 3 детали  $B$ . При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

---

**№ 17.**

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известны стороны  $AC = 12$ ,  $BC = 5$ . Окружность радиуса  $\frac{1}{2}$  с центром  $O$  на стороне  $BC$  проходит через вершину  $C$ . Вторая окружность касается катета  $AC$ , гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

а) Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем  $\frac{1}{5}$  длины катета  $AC$ .

б) Найдите радиус второй окружности.

---

**№ 18.**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + 4(a+1)x + 3a^2 + 4a < 0, \\ x^2 + a^2 = 16 \end{cases}$$

имеет решения.

---

**№ 19.**

На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 264. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на число 71).

а) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 4 раза больше, чем сумма исходных чисел?

б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 3 раза больше, чем сумма исходных чисел?

в) Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.

---

# Ответы

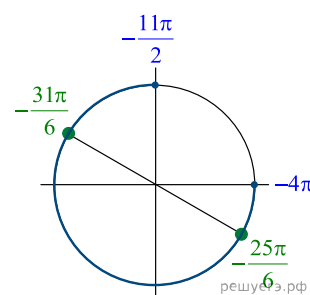
| Номер | Задание                | Ответ |
|-------|------------------------|-------|
| 1     | <a href="#">27774</a>  | 21    |
| 2     | <a href="#">27738</a>  | -4    |
| 3     | <a href="#">27172</a>  | 4     |
| 4     | <a href="#">1024</a>   | 0,25  |
| 5     | <a href="#">508887</a> | 0,8   |
| 6     | <a href="#">77382</a>  | 12    |
| 7     | <a href="#">26900</a>  | 80    |
| 8     | <a href="#">551781</a> | 6     |
| 9     | <a href="#">500252</a> | 2,4   |
| 10    | <a href="#">99589</a>  | 50    |
| 11    | <a href="#">509009</a> | 2     |
| 12    | <a href="#">26693</a>  | -2    |

№ 13.

| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                                | Баллы |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.                                                                                                                                                   | 2     |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте а),<br>ИЛИ<br>получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б). | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.                                                                                                                                  | 0     |
| <i>Максимальный балл</i>                                                                                                                                                                              | 2     |

**Решение.** а)Применив формулу приведения, используем основное тригонометрическое тождество, получим полный квадрат суммы:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{ctg}^2 x + 2\sqrt{3} \operatorname{ctg} x + 3 \sin^2 x &= -3 \sin^2 \left( x - \frac{3\pi}{2} \right) \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \operatorname{ctg}^2 x + 2\sqrt{3} \operatorname{ctg} x + 3 \sin^2 x &= -3 \cos^2 x \Leftrightarrow \operatorname{ctg}^2 x + 2\sqrt{3} \operatorname{ctg} x + 3 = 0 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \operatorname{ctg}^2 x + 2\sqrt{3} \operatorname{ctg} x + 3 \sin^2 x &= -3 \cos^2 x \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \operatorname{ctg}^2 x + 2\sqrt{3} \operatorname{ctg} x + 3 &= 0 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow (\operatorname{ctg} x + \sqrt{3})^2 = 0 \Leftrightarrow \operatorname{ctg} x &= -\sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.
 \end{aligned}$$



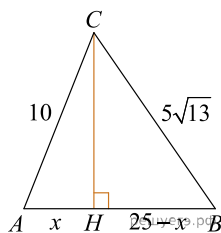
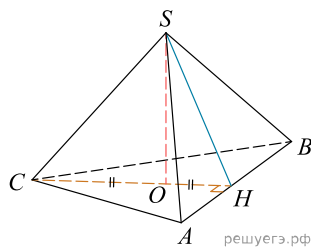
б)Отберём корни при помощи тригонометрической окружности (см.рис.). На заданном промежутке лежат корни:  
 $-\frac{31\pi}{6}, -\frac{25\pi}{6}.$

Ответ: а)  $\left\{ \frac{5\pi}{6} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$ ; б)  $-\frac{31\pi}{6}, -\frac{25\pi}{6}.$

№ 14.

| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                                                                                                                            | Баллы    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)                                                                                                                                                                                                | 3        |
| Получен обоснованный ответ в пункте б)<br><br>ИЛИ<br><br>имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки                                                                                              | 2        |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а)<br><br>ИЛИ<br><br>при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,<br><br>ИЛИ<br><br>обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен | 1        |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше                                                                                                                                                                                                                                 | 0        |
| <b>Максимальный балл</b>                                                                                                                                                                                                                                                                          | <b>3</b> |

**Решение.** а) Заметим, что по теореме о трёх перпендикулярах отрезок  $SH$  перпендикулярен ребру  $AB$ . По теореме Пифагора  $AS^2 = SH^2 + AH^2$  и  $BS^2 = SH^2 + BH^2$ , тогда  $AS^2 - BS^2 = AH^2 - BH^2$ . Также по теореме Пифагора  $AC^2 = AH^2 + CH^2$  и  $BC^2 = BH^2 + CH^2$ , следовательно,  $AC^2 - BC^2 = AH^2 - BH^2$ . Таким образом, получим  $AS^2 - BS^2 = AC^2 - BC^2$ . Что и требовалось доказать.



б) Пусть  $AH = x$ , тогда  $10^2 - x^2 = (5\sqrt{13})^2 - (25 - x)^2$ ,  $100 - x^2 = 325 - 625 + 50x - x^2$ , откуда  $x = 8$ . По теореме Пифагора  $CH^2 = 100 - 64 = 36$ , откуда  $CH = 6$  и  $CO = 3$ . Следовательно,  $SO^2 = CS^2 - CO^2 = 9 \cdot 10 - 9 = 81$ , получим  $SO = 9$ . Таким образом,

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 6 = 225.$$

Ответ: 225.

№ 15.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|----------------------------------------|-------|
| Обоснованно получен верный ответ       | 2     |

|                                                                                                                                                                                                   |          |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ<br>получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1        |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.                                                                                                                              | 0        |
| <b>Максимальный балл</b>                                                                                                                                                                          | <b>2</b> |

**Решение.** Пусть  $y = 2^{-x}$ , тогда

$$\frac{320 - 0,25y^2}{128 - y} \geq 2,5 \Leftrightarrow \frac{-0,25y^2 + 2,5y}{128 - y} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{0,25y(y - 10)}{128 - y} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq y \leq 10, \\ y > 128. \end{cases} \frac{320 - 0,25y^2}{128 - y} \geq 2,5 \Leftrightarrow \frac{-0,25y^2 + 2,5y}{128 - y} \geq 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow \frac{0,25y(y - 10)}{128 - y} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq y \leq 10, \\ y > 128. \end{cases}$$

Вернемся к исходной переменной, получим:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 0 \leq 2^{-x} \leq 10, \\ 2^{-x} > 128 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{-x} \leq 10, \\ 2^{-x} > 128 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2^x} \leq 10, \\ \frac{1}{2^x} > 128 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \geq \frac{1}{10}, \\ 2^x < \frac{1}{128} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\log_2 10, \\ x < -7. \end{cases} \begin{cases} 0 \leq 2^{-x} \leq 10, \\ 2^{-x} > 128 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{-x} \leq 10, \\ 2^{-x} > 128 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2^x} \leq 10, \\ \frac{1}{2^x} > 128 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \geq \frac{1}{10}, \\ 2^x < \frac{1}{128} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\log_2 10, \\ x < -7. \end{cases} \end{aligned}$$

**Ответ:**  $(-\infty, -7) \cup [-\log_2 10, +\infty)$ .

№ 16.

| Критерии оценивания выполнения задания                              | Баллы    |
|---------------------------------------------------------------------|----------|
| Обоснованно получен верный ответ                                    | 2        |
| Верно построена математическая модель                               | 1        |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0        |
| <b>Максимальный балл</b>                                            | <b>2</b> |

**Решение.** Пусть на первом комбинате  $x$  человек заняты изготовлением деталей  $A$ , где  $0 \leq x \leq 500$ , тогда  $500 - x$  человек заняты изготовлением деталей  $B$ . Пусть на втором комбинате  $y$  человек заняты изготовлением деталей  $A$ , где  $0 \leq y \leq 200$ , тогда  $200 - y$  человек заняты изготовлением деталей  $B$ . Всего на двух комбинатах будет изготовлено  $8x + 2y$  деталей  $A$  и  $2(500 - x) + 8(200 - y)$  деталей  $B$ . Для изготовления изделия нужна 1 деталь  $A$  и 3 детали  $B$ . Чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий, должно выполняться равенство

$$3 \cdot (8x + 2y) = 2 \cdot (500 - x) + 8 \cdot (200 - y),$$

откуда  $x = 100 - \frac{7y}{13}$ .

Количество изделий  $S$  будет равно количеству деталей  $A$ :

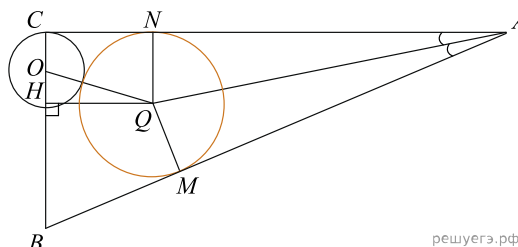
$$S(x; y) = 8x + 2y = 8 \cdot \left(100 - \frac{7y}{13}\right) + 2y = 800 - \frac{30y}{13}.$$

Наибольшее значение убывающей линейной функции  $f(y) = 800 - \frac{30y}{13}$  достигается при наименьшем возможном значении  $y$ , то есть при  $y=0$ . При этом  $x=100$ , а потому на первом комбинате будет изготовлено 800 деталей  $A$  и  $400 \cdot 2 = 800$  деталей  $B$ , а на втором комбинате — только 1600 деталей  $B$ .

№ 17.

| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                                                                                                            | Баллы |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)                                                                                                                                                                                | 3     |
| Получен обоснованный ответ в пункте б)<br>ИЛИ<br>имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки                                                                                      | 2     |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а)<br>ИЛИ<br>при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше                                                                                                                                                                                                                 | 0     |
| Максимальный балл                                                                                                                                                                                                                                                                 | 3     |

**Решение.** а) Пусть  $Q$  — центр второй окружности,  $M$  и  $N$  — её точки касания со сторонами  $AB$  и  $AC$  соответственно, а точка  $H$  — проекция точки  $Q$  на  $BC$ . Имеем:  $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 13$ , следовательно,  $\cos \angle A = \frac{12}{13}$ ,  $\sin \angle A = \frac{5}{13}$ . Тогда  $\operatorname{tg} \angle NAQ = \operatorname{tg} \frac{\angle A}{2} = \frac{\sin \angle A}{1 + \cos \angle A} = \frac{1}{5}$ . Поэтому  $AC > AN = 5NQ$ , что и требовалось доказать.



б) Пусть  $x$  — радиус второй окружности. Рассмотрим прямоугольный треугольник  $OHQ$ :

$$QH = CN = 12 - 5x > 0, OQ = x + \frac{1}{2}, OH = |OC - CH| = \left| \frac{1}{2} - x \right|.$$

По теореме Пифагора  $OH^2 + QH^2 = OQ^2$ , откуда

$$(12 - 5x)^2 + \left( \frac{1}{2} - x \right)^2 = \left( \frac{1}{2} + x \right)^2 \Leftrightarrow 25x^2 - 122x + 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = 2,88. \end{cases} \quad (12 - 5x)^2 + \left( \frac{1}{2} - x \right)^2 = \left( \frac{1}{2} + x \right)^2 \Leftrightarrow \Leftrightarrow 25x^2 - 122x + 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = 2,88. \end{cases}$$

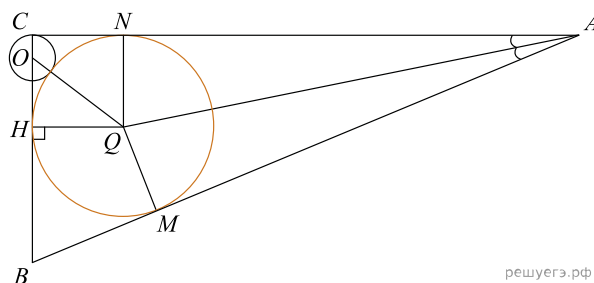
Условию  $12 - 5x > 0$  удовлетворяет только  $x = 2$ .

Ответ: 2.

**Примечание.**

Заметим, что радиус окружности, вписанной в данный треугольник также равен 2. Это означает, что большая окружность в действительности является вписанной в треугольник и касается катета  $BC$ . Это не влияет на правиль-

ность проведенных вычислений.



решуегэ.рф

Приведем решение пункта а) Ивана Иванова (Владивосток).

По теореме Пифагора находим  $AB = 13$ . Далее  $OQ = \frac{1}{2} + x$ ,  $OH = \left| x - \frac{1}{2} \right|$ . По теореме Пифагора в треугольнике  $QOH$ :

$$QH = \sqrt{OQ^2 - OH^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} + x\right)^2 - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{2x}.$$

Пусть  $QH = y$ , тогда  $x = \frac{y^2}{2}$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна сумме площадей треугольников  $BQC$ ,  $AQC$  и  $AQB$ . Выразим площадь:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 30,$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot QH + \frac{1}{2} \cdot AC \cdot QN + \frac{1}{2} \cdot AB \cdot QM = \frac{5}{2} \cdot y + \frac{25}{2} \cdot x.$$

Приравнявая эти выражения, получаем уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{5}{2} \cdot y + \frac{25}{2} \cdot x = 30 &\Leftrightarrow \frac{5}{2} \cdot y + \frac{25}{4} \cdot y^2 - 30 = 0 \Leftrightarrow 5y^2 + 2y - 24 = 0 \Leftrightarrow_{y>0} y = 2, \quad \frac{5}{2} \cdot y + \frac{25}{2} \cdot x = 30 \Leftrightarrow \frac{5}{2} \cdot y + \frac{25}{4} \cdot y^2 - 30 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 5y^2 + 2y - 24 = 0 \Leftrightarrow_{y>0} y = 2, \end{aligned}$$

следовательно,  $x = \frac{4}{2} = 2$ . Найденное значение радиуса второй окружности удовлетворяет условию пункта а) задачи, тем самым доказывая утверждение «радиус второй окружности меньше чем  $\frac{1}{5}$  длины катета  $AC$ ».

№ 18.

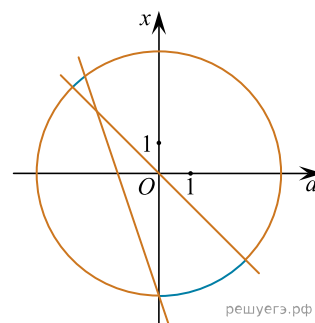
| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                                                                                    | Баллы |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Обоснованно получен правильный ответ.                                                                                                                                                                                                                     | 4     |
| С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого только исключением точки $a = 4$ .                                                                                                                               | 3     |
| С помощью верного рассуждения получен промежуток $(4; +\infty)$ , возможно, с исключением граничной точки $a = 4$ и исключением точки $a = 3$<br>ИЛИ<br>получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения. | 2     |
| Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения прямой и окружности и прямых (аналитически или графически).                                                                                                                                    | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.                                                                                                                                                                                      | 0     |

**Решение.** Разложим левую часть неравенства на множители:  $(x+3a+4)(x+a) < 0$ . Поэтому неравенство задаёт пару вертикальных углов в плоскости  $Oax$ . Уравнение  $x^2 + a^2 = 16$  задаёт окружность с центром  $(0; 0)$  радиуса 4 в этой же плоскости. Решения системы — точки дуг окружности, лежащие в указанных вертикальных углах.

Абсциссы концов этих дуг находим из систем

$$\begin{cases} x+3a+4=0, \\ x^2+a^2=16 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x+a=0, \\ x^2+a^2=16. \end{cases}$$

Из первой системы получаем:  $a = -2, 4$ ,  $a = 0$ . Из второй системы получаем:  $a = -2\sqrt{2}$ ,  $a = 2\sqrt{2}$ .



Ответ:  $-2\sqrt{2} < a < -2, 4$ ,  $0 < a < 2\sqrt{2}$ .

№ 19.

| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                           | Баллы |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Получены верные обоснованные ответы в пунктах а, б и в.                                                                                          | 4     |
| Получены верные обоснованные ответы в пунктах а и б, либо получены верные обоснованные ответы в пунктах а и в.                                   | 3     |
| Получен верный обоснованный ответ в пункте б, пункты а и в не решены, либо получен верный обоснованный ответ в пункте в, пункты а и б не решены. | 2     |
| Приведён пример в пункте а, пункты б и в не решены.                                                                                              | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.                                                                             | 0     |
| Максимальный балл                                                                                                                                | 4     |

**Решение.** а) Пусть первоначально на доске 11 раз было записано число 19 и один раз число 55. Тогда сумма этих чисел равна 264. После перестановки цифр на доске 11 раз оказалось записано число 91 и один раз число 55. Сумма этих чисел равна  $1056 = 4 \cdot 264$ .

б) Пусть на доске были написаны двузначные числа  $\overline{a_1 b_1}, \dots, \overline{a_n b_n}$ . Обозначим  $A = a_1 + \dots + a_n$ ,  $B = b_1 + \dots + b_n$ . По условию,  $10A + B = 264$  и  $10B + A = 3 \cdot 264$ . Тогда разность этих чисел равна  $9(B - A) = 2 \cdot 264$ . Но левая часть последнего равенства делится на 9, а правая не делится. Значит, такая ситуация невозможна.

в) Пусть на доске были написаны двузначные числа  $\overline{a_1 b_1}, \dots, \overline{a_n b_n}$ . Обозначим  $A = a_1 + \dots + a_n$ ,  $B = b_1 + \dots + b_n$ . По условию  $10A + B = 264$ , и нужно найти наибольшее значение числа  $S = 10B + A$ . Тогда

$$S = 10B + A = 10(264 - 10A) + A = 2640 - 99A.$$

Таким образом, необходимо найти наименьшее возможное значение числа  $A$ . Поскольку  $b_1 \leq 9a_1, \dots, b_n \leq 9a_n$ , получаем  $B \leq 9A$ . Поэтому

$$264 = 10A + B \leq 10A + 9A = 19A,$$

следовательно,  $A \geq \frac{264}{19} > 13$ , то есть  $A \geq 14$ . Значит,

$$S = 2640 - 99A \leq 2640 - 99 \cdot 14 = 1254.$$

Приведём пример, показывающий, что число  $S$  действительно может быть равным 1254. Пусть первоначально на доске 13 раз было записано число 19 и один раз число 17. Тогда сумма этих чисел равна 264. После перестановки цифр на доске 13 раз оказалось записано число 91 и один раз число 71. Сумма этих чисел равна 1254.

Ответ: а) да; б) нет; в) 1254.