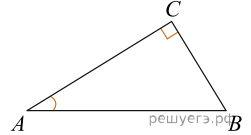


Вариант 53

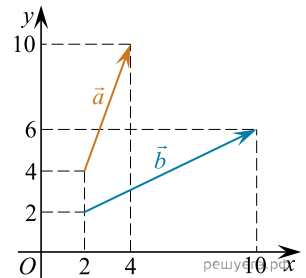
№ 1.

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 4$, $\cos A = 0,5$. Найдите AB .



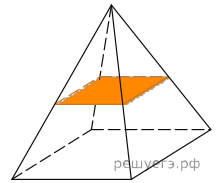
№ 2.

Найдите сумму координат вектора $\vec{a} - \vec{b}$.



№ 3.

В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 1. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



№ 4.

Игральный кубик подбросили два раза. Известно, что три очка не выпало ни разу. Какова вероятность, что выпало два чётных числа?

№ 5.

Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

№ 6.

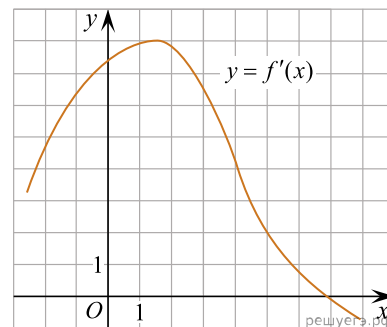
Найдите корень уравнения $\sqrt{34 - 3x} = x - 2$.

№ 7.

Найдите значение выражения $\sqrt{50} \cos^2 \frac{9\pi}{8} - \sqrt{50} \sin^2 \frac{9\pi}{8}$.

№ 8.

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 2$ или совпадает с ней.



№ 9.

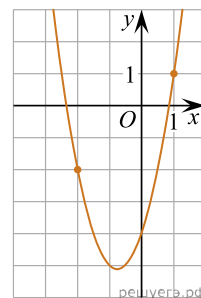
Гоночный автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч². Скорость v в конце пути вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь в км. Определите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 250 метров, приобрести скорость 60 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

№ 10.

Компания «Альфа» начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10 000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = 2x^2 + bx + c$. Найдите $f(-5)$.



№ 12.

Найдите наибольшее значение функции $y = (x^2 - 10x + 10)e^{10-x}$ на отрезке $[5; 11]$.

№ 13.

а) Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x - 3\sin x + 1}{\operatorname{tg} x} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$.

№ 14.

Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 6. Точки K, L и M — центры граней $ABCD$, $AA_1 D_1 D$ и $CC_1 D_1 D$ соответственно.

- а) Докажите, что $B_1 KLM$ — правильная пирамида.
- б) Найдите объём $B_1 KLM$.

№ 15.

Решите неравенство: $\frac{x^2}{\log_{5-x} x} \leq (5x - 4) \cdot \log_x (5 - x)$.

№ 16.

Фабрика получила заказ на изготовление 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B . Каждый из 192 рабочих фабрики затрачивает на изготовление двух деталей типа A время, за которое он мог бы изготовить одну деталь типа B . Каким образом следует разделить рабочих фабрики на две бригады, чтобы выполнить заказ за наименьшее время, при условии, что обе бригады приступят к работе одновременно и каждая из бригад будет занята изготовлением деталей только одного типа?

№ 17.

В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD углы ABD и ACD прямые.

- а) Докажите, что $AB = CD$.
- б) Найдите AD , если $AB = 2$, $BC = 7$.

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $|x + a^2| = |a + x^2|$ имеет более трех корней.

№ 19.

На доске написано несколько различных натуральных чисел. Дробная часть среднего арифметического этих чисел равна 0,32 (то есть если вычесть из среднего арифметического этих чисел 0,32, то получится целое число).

- а) Могло ли на доске быть написано меньше 100 чисел?
- б) Могло ли на доске быть написано меньше 20 чисел?
- в) Найдите наименьшее возможное значение среднего арифметического этих чисел.