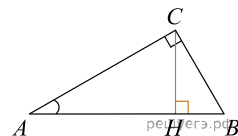


Вариант 56

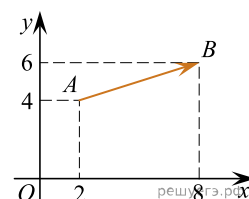
№ 1.

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 13$, $\operatorname{tg} A = \frac{1}{5}$. Найдите высоту CH .



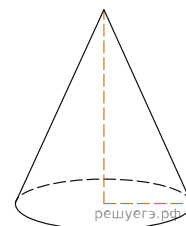
№ 2.

Найдите сумму координат вектора $\vec{AB}$.



№ 3.

Высота конуса равна 6, образующая равна 10. Найдите его объем, деленный на π .



№ 4.

На олимпиаде по русскому языку 250 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 120 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

№ 5.

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,25. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,15. Найдите вероятность того, что к вечеру кофе останется в обоих автоматах.

№ 6.

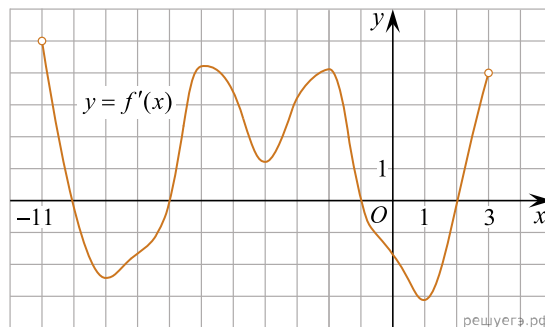
Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}}(7-x) = -2$.

№ 7.

Найдите значение выражения $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$.

№ 8.

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 3)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



№ 9.

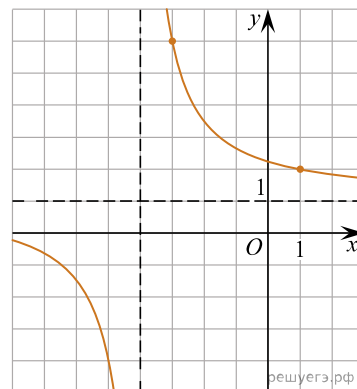
Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 20^\circ/\text{мин}$ — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4^\circ/\text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 1200° . Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

№ 10.

Из двух городов, расстояние между которыми 720 км, по параллельным путям отправляются навстречу друг другу два поезда и встречаются на середине пути. Второй поезд вышел на 1 ч позже первого со скоростью, на 4 км/ч большей, чем скорость первого поезда. Найдите скорость второго поезда. Ответ дайте в км/ч.

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{kx+a}{x+b}$. Найдите a .



№ 12.

Найдите точку максимума функции $y = \frac{98}{x} + 2x + 15$.

№ 13.

а) Решите уравнение $8 \sin^2 x - 6 \cos x - 3 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

№ 14.

В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с основанием ABC стороны основания равны 6, а боковые ребра равны 5. На ребре AC находится точка D , на ребре AB находится точка E , а на ребре AM — точка L . Известно, что $AD = AE = AL = 4$.

- Докажите, что отрезок DE содержит центр основания пирамиды.
- Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью, проходящей через точки E , D и L .

№ 15.

Решите неравенство: $1 - \frac{2}{|x|} \leq \frac{23}{x^2}$.

№ 16.

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 1500 тысяч рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2300 тысяч рублей. Сколько рублей составит долг в июле 2030 года?

№ 17.

В треугольнике ABC биссектрисы AD и CE пересекаются в точке O , величина угла AOC составляет 120° .

- Докажите, что около четырехугольника $BDOE$ можно описать окружность.
- Найдите площадь треугольника ABC , если $BC = 4$, а $\angle BED = 75^\circ$.

№ 18.

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 5x + y^2 - y - |x - 5y + 5| = 52, \\ y - 2 = a(x - 5). \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

№ 19.

Множество чисел назовём хорошим, если его можно разбить на два подмножества с одинаковым произведением чисел.

- Является ли множество $\{100; 101; 102; \dots; 199\}$ хорошим?
- Является ли множество $\{2; 4; 8; \dots; 2^{200}\}$ хорошим?
- Сколько хороших четырёхэлементных подмножеств у множества $\{1; 3; 4; 5; 6; 7; 9; 11; 12\}$?