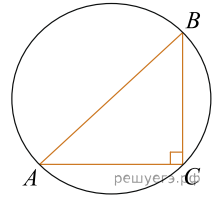


Вариант 61

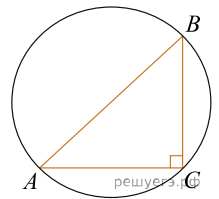
№ 1.

В треугольнике ABC $AC = 4$, $BC = 3$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



№ 1.

В треугольнике ABC $AC = 4$, $BC = 3$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



№ 2.

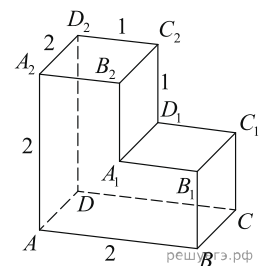
null

№ 2.

null

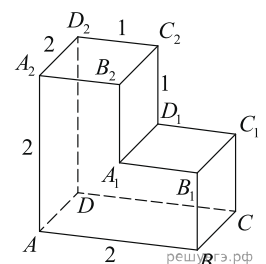
№ 3.

Найдите угол ABD многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.



№ 3.

Найдите угол ABD многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.



№ 4.

В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

№ 4.

В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

№ 5.

Вероятность того, что на тестировании по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

№ 5.

Вероятность того, что на тестировании по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

№ 6.

null

№ 6.

null

№ 7.

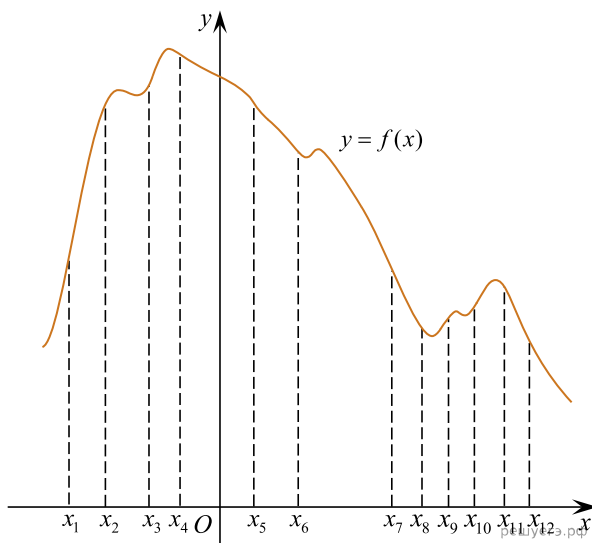
Найдите значение выражения $(2x - 5)(2x + 5) - 4x^2$.

№ 7.

Найдите значение выражения $(2x - 5)(2x + 5) - 4x^2$.

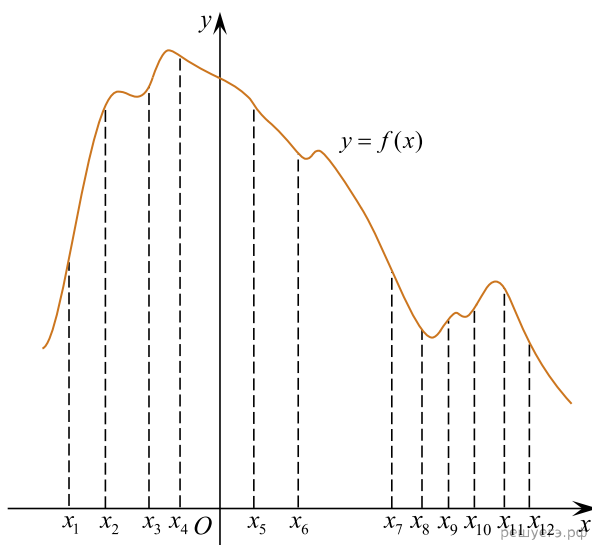
№ 8.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и двенадцать точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



№ 8.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и двенадцать точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



№ 9.

Груз массой $0,08\text{ кг}$ колеблется на пружине. Его скорость u меняется по закону $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T=12\text{ с}$ — период колебаний, $v_0 = 0,5\text{ м/с}$. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, u — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 1 секунду после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

№ 9.

Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине. Его скорость u меняется по закону $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 12$ с — период колебаний, $v_0 = 0,5$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, u — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 1 секунду после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

№ 10.

От пристани A к пристани B , расстояние между которыми равно 110 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью на 1 км/ч большей отправился второй. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт B он прибыл одновременно с первым. Ответ дайте в км/ч.

№ 10.

От пристани A к пристани B , расстояние между которыми равно 110 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью на 1 км/ч большей отправился второй. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт B он прибыл одновременно с первым. Ответ дайте в км/ч.

№ 11.

На рисунке изображен график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(4)$. □

№ 11.

На рисунке изображен график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(4)$. □

№ 12.

Найдите точку минимума функции $y = x\sqrt{x} - 3x + 1$.

№ 12.

Найдите точку минимума функции $y = x\sqrt{x} - 3x + 1$.

№ 13.

а) Решите уравнение $\operatorname{tg}^2 x + 5 \operatorname{tg} x + 6 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

№ 13.

а) Решите уравнение $\operatorname{tg}^2 x + 5 \operatorname{tg} x + 6 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

№ 14.

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AC равна $10\sqrt{3}$, а боковое ребро равно $3\sqrt{10}$. На ребре AC отмечена точка E так, что $AE = \sqrt{3}$. Точки F , N — середины сторон A_1B_1 и B_1C_1 соответственно. Плоскость α параллельна прямой AB и содержит точки E и N .

- а) Докажите, что прямая CF перпендикулярна плоскости α .
- б) Найдите расстояние от точки F до плоскости α .

№ 14.

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AC равна $10\sqrt{3}$, а боковое ребро равно $3\sqrt{10}$. На ребре AC отмечена точка E так, что $AE = \sqrt{3}$. Точки F , N — середины сторон A_1B_1 и B_1C_1 соответственно. Плоскость α параллельна прямой AB и содержит точки E и N .

- а) Докажите, что прямая CF перпендикулярна плоскости α .
- б) Найдите расстояние от точки F до плоскости α .

№ 15.

Решите неравенство: $(x^2 - x - 6) \cdot \sqrt{8 - x} \leq 0$.

№ 15.

Решите неравенство: $(x^2 - x - 6) \cdot \sqrt{8 - x} \leq 0$.

№ 16.

Игнат 7 марта 2022 года положил на вклад в банке 400 000 рублей. Условия этого вклада таковы:

- в течение года запрещается выполнять какие-либо операции с этим вкладом;
- через каждые 3 месяца (до 7 марта 2023 года) банк увеличивает сумму, к тому моменту находящуюся на вкладе, на 0,25%.

Андрей 7 марта 2022 года положил на вклад в банке 410 700 рублей под 20% годовых. Условия этого вклада таковы:

- в течение года запрещается выполнять какие-либо операции с этим вкладом;
- 7 марта 2023 года банк увеличит вклад на 20%.

Известно, что Игнат через год получит со счета больше, чем Андрей. Найдите наименьшее целое значение n .

№ 16.

Игнат 7 марта 2022 года положил на вклад в банке 400 000 рублей. Условия этого вклада таковы:

- в течение года запрещается выполнять какие-либо операции с этим вкладом;
- через каждые 3 месяца (до 7 марта 2023 года) банк увеличивает сумму, к тому моменту находящуюся на вкладе, на 0,25%.

Андрей 7 марта 2022 года положил на вклад в банке 410 700 рублей под 20% годовых. Условия этого вклада таковы:

- в течение года запрещается выполнять какие-либо операции с этим вкладом;
- 7 марта 2023 года банк увеличит вклад на 20%.

Известно, что Игнат через год получит со счета больше, чем Андрей. Найдите наименьшее целое значение n .

№ 17.

Отрезок AA_1 — высота остроугольного треугольника ABC , H — точка пересечения его высот, M — середина стороны BC .

- а) Докажите, что $AH \cdot AA_1 = AM^2 - BM^2$.
б) Найдите длину отрезка AH , если $AB = 15$, $AC = 13$ и $AM = 2\sqrt{37}$.

№ 17.

Отрезок AA_1 — высота остроугольного треугольника ABC , H — точка пересечения его высот, M — середина стороны BC .

- а) Докажите, что $AH \cdot AA_1 = AM^2 - BM^2$.
б) Найдите длину отрезка AH , если $AB = 15$, $AC = 13$ и $AM = 2\sqrt{37}$.

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(|x+2| + |x-a|)^2 - 5(|x+2| + |x-a|) + 3a(5-3a) = 0$$

имеет ровно два решения.

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(|x+2| + |x-a|)^2 - 5(|x+2| + |x-a|) + 3a(5-3a) = 0$$

имеет ровно два решения.

№ 19.

Назовем натуральное число «замечательным», если оно самое маленькое среди натуральных чисел с такой же, как у него, суммой цифр.

- а) Чему равна сумма цифр две тысячи пятнадцатого замечательного числа?
б) Сколько существует двухзначных замечательных чисел?
в) Какой порядковый номер замечательного числа 5999?
г) Чему равна сумма всех четырехзначных замечательных чисел?

№ 19.

Назовем натуральное число «замечательным», если оно самое маленькое среди натуральных чисел с такой же, как у него, суммой цифр.

- а) Чему равна сумма цифр две тысячи пятнадцатого замечательного числа?
б) Сколько существует двухзначных замечательных чисел?
в) Какой порядковый номер замечательного числа 5999?
г) Чему равна сумма всех четырехзначных замечательных чисел?

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27898	2,5
1	27898	2,5

№ 2.

null

null

№ 2.

null

null

3[245374](#)45 3[245374](#)45 4[2828580](#),36 4[2828580](#),36 5[3201980](#),07 5[3201980](#),07

№ 6.

null

null

№ 6.

null

null

7[26811](#)-25 7[26811](#)-25 8[3175407](#) 8[3175407](#) 9[280120](#),0025 9[280120](#),0025 10[2659111](#) 10[2659111](#) 11[6394800](#),0625
11[6394800](#),0625 12[774594](#) 12[774594](#)

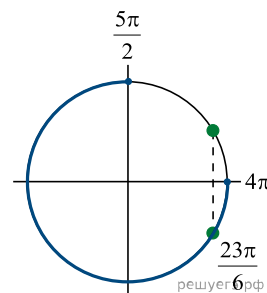
№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеет верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б). Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	1
	0
Максимальный балл	2

Решение. а) Имеем:

$$2(2\cos^2 x - 1) + 4\sqrt{3}\cos x - 7 = 0 \Leftrightarrow 4\cos^2 x + 4\sqrt{3}\cos x - 9 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$



б)С помощью числовой окружности (см.рис.) отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$. Получим точку $\frac{23\pi}{6}$.

Ответ: а) $\left\{-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$; б) $\frac{23\pi}{6}$.

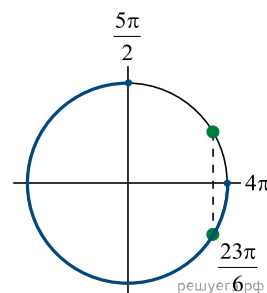
№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. а) Имеем:

$$2(2\cos^2 x - 1) + 4\sqrt{3}\cos x - 7 = 0 \Leftrightarrow 4\cos^2 x + 4\sqrt{3}\cos x - 9 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$



б)С помощью числовой окружности (см.рис.) отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$. Получим точку $\frac{23\pi}{6}$.

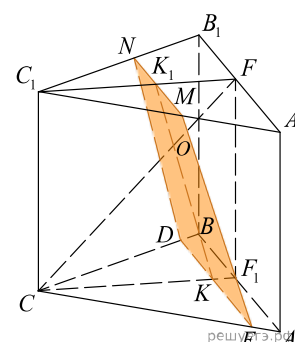
Ответ: а) $\left\{-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$; б) $\frac{23\pi}{6}$.

№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3

Получен обоснованный ответ в пункте б)	2
ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	
Имеется верное доказательство утверждения пункта а)	1
ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,	
ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Проведём прямую DE параллельно прямой AB , а прямую NM параллельно прямой A_1B_1 , тогда $DEM N$ — сечение призмы плоскостью α . Заметим, что $DE = 9\sqrt{3}$, $NM = 5\sqrt{3}$. Пусть F_1 — проекция точки F на ABC , K и K_1 — точки пересечения прямых CF_1 и DE , C_1F и MN соответственно, O — точка пересечения прямых CF и KK_1 . Имеем:



$$CF_1 = C_1F = 15, \quad K_1F = \frac{1}{2}C_1F = \frac{15}{2}, \quad CK = \frac{9}{10}CF_1 = \frac{27}{2},$$

$$CF = \sqrt{CF_1^2 + FF_1^2} = 3\sqrt{35}, \quad KK_1 = \sqrt{(K_1F - KF_1)^2 + FF_1^2} = 3\sqrt{14}, \quad CF = \sqrt{CF_1^2 + FF_1^2} = 3\sqrt{35},$$

$$KK_1 = \sqrt{(K_1F - KF_1)^2 + FF_1^2} = 3\sqrt{14}.$$

Треугольники CKO и FK_1O подобны с коэффициентом $k = \frac{K_1F}{CK} = \frac{5}{9}$, откуда

$$FO = \frac{5}{14}CF = \frac{15\sqrt{35}}{14}, \quad K_1O = \frac{5}{14}KK_1 = \frac{15\sqrt{14}}{14}.$$

Заметим, что

$$FO^2 + K_1O^2 = \frac{15^2 \cdot 35}{14^2} + \frac{15^2 \cdot 14}{14^2} = \frac{15^2 \cdot 7^2}{14^2} = \frac{15^2}{2^2} = K_1F^2.$$

Следовательно, треугольник FK_1O — прямоугольный, и прямые FO и OK_1 перпендикулярны, то есть прямая CF перпендикулярна прямой KK_1 . Кроме того, прямая CF перпендикулярна прямой A_1B_1 , то есть она также перпендикулярна прямой NM , значит, прямая CF перпендикулярна плоскости α .

б) Из п. а) следует, что расстояние от точки F до плоскости α равно $FO = \frac{15\sqrt{35}}{14}$.

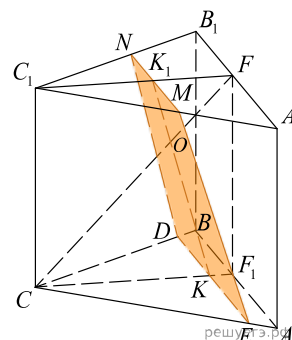
Ответ: $\frac{15\sqrt{35}}{14}$.

№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б)	2
ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	

Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Проведём прямую DE параллельно прямой AB , а прямую NM параллельно прямой A_1B_1 , тогда $DEM N$ — сечение призмы плоскостью α . Заметим, что $DE = 9\sqrt{3}$, $NM = 5\sqrt{3}$. Пусть F_1 — проекция точки F на ABC , K и K_1 — точки пересечения прямых CF_1 и DE , C_1F и MN соответственно, O — точка пересечения прямых CF и KK_1 . Имеем:



$$CF_1 = C_1F = 15, \quad K_1F = \frac{1}{2}C_1F = \frac{15}{2}, \quad CK = \frac{9}{10}CF_1 = \frac{27}{2},$$

$$CF = \sqrt{CF_1^2 + FF_1^2} = 3\sqrt{35}, \quad KK_1 = \sqrt{(K_1F - KF_1)^2 + FF_1^2} = 3\sqrt{14}. \quad CF = \sqrt{CF_1^2 + FF_1^2} = 3\sqrt{35},$$

$$KK_1 = \sqrt{(K_1F - KF_1)^2 + FF_1^2} = 3\sqrt{14}.$$

Треугольники CKO и FK_1O подобны с коэффициентом $k = \frac{K_1F}{CK} = \frac{5}{9}$, откуда

$$FO = \frac{5}{14}CF = \frac{15\sqrt{35}}{14}, \quad K_1O = \frac{5}{14}KK_1 = \frac{15\sqrt{14}}{14}.$$

Заметим, что

$$FO^2 + K_1O^2 = \frac{15^2 \cdot 35}{14^2} + \frac{15^2 \cdot 14}{14^2} = \frac{15^2 \cdot 7^2}{14^2} = \frac{15^2}{2^2} = K_1F^2.$$

Следовательно, треугольник FK_1O — прямоугольный, и прямые FO и OK_1 перпендикулярны, то есть прямая CF перпендикулярна прямой KK_1 . Кроме того, прямая CF перпендикулярна прямой A_1B_1 , то есть она также перпендикулярна прямой NM , значит, прямая CF перпендикулярна плоскости α .

б) Из п. а) следует, что расстояние от точки F до плоскости α равно $FO = \frac{15\sqrt{35}}{14}$.

Ответ: $\frac{15\sqrt{35}}{14}$.

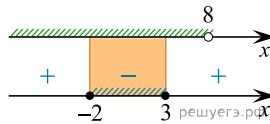
№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Неравенство имеет смысл при $x \leq 8$.

1. Пусть $x < 8$. Тогда $\sqrt{8-x} > 0$, и неравенство равносильно неравенству $x^2 - x - 6 \leq 0$. Решим систему:

$$\begin{cases} x < 8, \\ x^2 - x - 6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 8, \\ -2 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3.$$



2. Заметим теперь, что $x = 8$ также является решением.

Ответ: $[-2; 3] \cup \{8\}$.

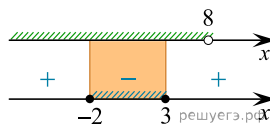
№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Неравенство имеет смысл при $x \leq 8$.

1. Пусть $x < 8$. Тогда $\sqrt{8-x} > 0$, и неравенство равносильно неравенству $x^2 - x - 6 \leq 0$. Решим систему:

$$\begin{cases} x < 8, \\ x^2 - x - 6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 8, \\ -2 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3.$$



2. Заметим теперь, что $x = 8$ также является решением.

Ответ: $[-2; 3] \cup \{8\}$.

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. Пусть $k = 1 + \frac{0,25r}{100}$, тогда через год сумма на счету Игната составит $400000 \cdot k^4$ рублей. В то же время сумма на счету Андрея составит $410700 \cdot 1,2$ рублей, что по условию меньше суммы на счету Игната. Получаем:

$$400000 \cdot k^4 > 410700 \cdot 1,2 \Leftrightarrow 4000 \cdot k^4 > 4928,4 \Leftrightarrow k^4 > 1,2321 \Leftrightarrow k^2 > 1,11. \quad 400000 \cdot k^4 > 410700 \cdot 1,2 \Leftrightarrow 4000 \cdot k^4 > 4928,4 \Leftrightarrow k^4 > 1,2321 \Leftrightarrow k^2 > 1,11.$$

Вернёмся к переменной r .

$$\left(1 + \frac{0,25r}{100}\right)^2 > 1,11 \Leftrightarrow (400+r)^2 > 444 \cdot 400 \Leftrightarrow (400+r)^2 > 177600. \quad (*) \left(1 + \frac{0,25r}{100}\right)^2 > 1,11 \Leftrightarrow (400+r)^2 > 444 \cdot 400 \Leftrightarrow \Leftrightarrow (400+r)^2 > 177600. \quad (*)$$

При всех неотрицательных значениях r функция $y(r) = (400+r)^2$ является возрастающей, поэтому можно найти наименьшее целое решение неравенства(*) подбором. Для $y(21) = 421^2 = 177241$ неравенство не выполняется, а для $y(22) = 422^2 = 178084$ неравенство верно. Значит, оно верно для всех $r \geq 22$, и число 22 является его наименьшим целым решением.

Ответ: 22.

Примечание.

Условие задачи изменено редакцией сайта РЕШУ ЕГЭ. В оригинальной формулировке первое предложение «Игнат 7марта 2022 года положил на вклад в банке 400000рублей под $r\%$ годовых» противоречило дальнейшему условию задачи.

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. Пусть $k = 1 + \frac{0,25r}{100}$, тогда через год сумма на счету Игната составит $400000 \cdot k^4$ рублей. В то же время сумма на счету Андрея составит $410700 \cdot 1,2$ рублей, что по условию меньше суммы на счету Игната. Получаем:

$$400000 \cdot k^4 > 410700 \cdot 1,2 \Leftrightarrow 4000 \cdot k^4 > 4928,4 \Leftrightarrow k^4 > 1,2321 \Leftrightarrow k^2 > 1,11. \quad 400000 \cdot k^4 > 410700 \cdot 1,2 \Leftrightarrow 4000 \cdot k^4 > 4928,4 \Leftrightarrow \Leftrightarrow k^4 > 1,2321 \Leftrightarrow k^2 > 1,11.$$

Вернёмся к переменной r .

$$\left(1 + \frac{0,25r}{100}\right)^2 > 1,11 \Leftrightarrow (400+r)^2 > 444 \cdot 400 \Leftrightarrow (400+r)^2 > 177600. \quad (*) \left(1 + \frac{0,25r}{100}\right)^2 > 1,11 \Leftrightarrow (400+r)^2 > 444 \cdot 400 \Leftrightarrow \Leftrightarrow (400+r)^2 > 177600. \quad (*)$$

При всех неотрицательных значениях r функция $y(r) = (400+r)^2$ является возрастающей, поэтому можно найти наименьшее целое решение неравенства(*) подбором. Для $y(21) = 421^2 = 177241$ неравенство не выполняется, а для $y(22) = 422^2 = 178084$ неравенство верно. Значит, оно верно для всех $r \geq 22$, и число 22 является его наименьшим целым решением.

Ответ: 22.

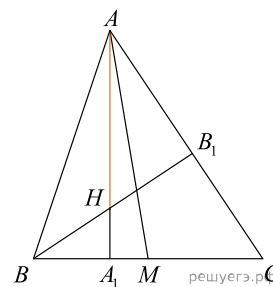
Примечание.

Условие задачи изменено редакцией сайта РЕШУ ЕГЭ. В оригинальной формулировке первое предложение «Игнат 7марта 2022 года положил на вклад в банке 400000рублей под $r\%$ годовых» противоречило дальнейшему условию задачи.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Пусть BB_1 — высота треугольника ABC . Тогда подобны пары треугольников: $AH B_1$ и ACA_1 , $BH A_1$ и BCB_1 . Из этих подобий и теоремы Пифагора следуют две цепочки равенств:

$$\begin{aligned}
 AM^2 - BM^2 &= (AA_1^2 + A_1M^2) - BM^2 = AA_1^2 - (BM - A_1M)(BM + A_1M) = \\
 &= AA_1^2 - A_1B \cdot A_1C = AC^2 - A_1C^2 - A_1B \cdot A_1C = AC^2 - A_1C \cdot BC, \quad AM^2 - BM^2 = (AA_1^2 + A_1M^2) - BM^2 = \\
 &= AA_1^2 - (BM - A_1M)(BM + A_1M) = AA_1^2 - A_1B \cdot A_1C = \\
 &= AC^2 - A_1C^2 - A_1B \cdot A_1C = AC^2 - A_1C \cdot BC, \quad AM^2 - BM^2 = (AA_1^2 + A_1M^2) - BM^2 = \\
 &= AA_1^2 - (BM - A_1M)(BM + A_1M) = \\
 &= AA_1^2 - A_1B \cdot A_1C = \\
 &= AC^2 - A_1C^2 - A_1B \cdot A_1C = AC^2 - A_1C \cdot BC,
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 AH \cdot AA_1 &= AB_1AC = (AC - CB_1) \cdot AC = AC^2 - CB_1 \cdot CA = AC^2 - CA_1 \cdot CB, \quad AH \cdot AA_1 = AB_1AC = (AC - CB_1) \cdot AC = \\
 &= AC^2 - CB_1 \cdot CA = AC^2 - CA_1 \cdot CB,
 \end{aligned}$$

откуда $AH \cdot AA_1 = AM^2 - BM^2$. Что и требовалось доказать.

б) По формуле длины медианы для треугольника ABC получим, что

$$4AM^2 = 2AB^2 + 2AC^2 - BC^2,$$

откуда

$$BC^2 = 2 \cdot 15^2 + 2 \cdot 13^2 - 4 \cdot 4 \cdot 37 = 196 = 14^2.$$

По формуле Герона находим:

$$S_{ABC} = \sqrt{21(21-15)(21-14)(21-13)} = 84.$$

Следовательно, $AA_1 \cdot BC = 168$, то есть $AA_1 = 12$. Используя результат пункта а), получаем, что

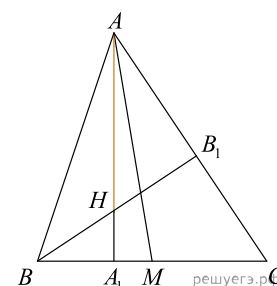
$$AH = (AM^2 - BM^2) : AA_1 = (148 - 49) : 12 = \frac{33}{4}.$$

Ответ: б) $\frac{33}{4}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы

Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Пусть BB_1 — высота треугольника ABC . Тогда подобны пары треугольников: $AH B_1$ и ACA_1 , $BH A_1$ и BCB_1 . Из этих подобий и теоремы Пифагора следуют две цепочки равенств:



$$\begin{aligned}
 AM^2 - BM^2 &= (AA_1^2 + A_1M^2) - BM^2 = AA_1^2 - (BM - A_1M)(BM + A_1M) = \\
 &= AA_1^2 - A_1B \cdot A_1C = AC^2 - A_1C^2 - A_1B \cdot A_1C = AC^2 - A_1C \cdot BC, \quad AM^2 - BM^2 = (AA_1^2 + A_1M^2) - BM^2 = \\
 &= AA_1^2 - (BM - A_1M)(BM + A_1M) = AA_1^2 - A_1B \cdot A_1C = \\
 &= AC^2 - A_1C^2 - A_1B \cdot A_1C = AC^2 - A_1C \cdot BC, \quad AM^2 - BM^2 = (AA_1^2 + A_1M^2) - BM^2 = \\
 &= AA_1^2 - (BM - A_1M)(BM + A_1M) = \\
 &= AA_1^2 - A_1B \cdot A_1C = \\
 &= AC^2 - A_1C^2 - A_1B \cdot A_1C = AC^2 - A_1C \cdot BC,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AH \cdot AA_1 &= AB_1AC = (AC - CB_1) \cdot AC = AC^2 - CB_1 \cdot CA = AC^2 - CA_1 \cdot CB, \quad AH \cdot AA_1 = AB_1AC = (AC - CB_1) \cdot AC = \\
 &= AC^2 - CB_1 \cdot CA = AC^2 - CA_1 \cdot CB,
 \end{aligned}$$

откуда $AH \cdot AA_1 = AM^2 - BM^2$. Что и требовалось доказать.

б) По формуле длины медианы для треугольника ABC получим, что

$$4AM^2 = 2AB^2 + 2AC^2 - BC^2,$$

откуда

$$BC^2 = 2 \cdot 15^2 + 2 \cdot 13^2 - 4 \cdot 4 \cdot 37 = 196 = 14^2.$$

По формуле Герона находим:

$$S_{ABC} = \sqrt{21(21-15)(21-14)(21-13)} = 84.$$

Следовательно, $AA_1 \cdot BC = 168$, то есть $AA_1 = 12$. Используя результат пункта а), получаем, что

$$AH = (AM^2 - BM^2) : AA_1 = (148 - 49) : 12 = \frac{33}{4}.$$

Ответ: б) $\frac{33}{4}$.

№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4

Обосновано получен ответ отличающийся от верного только исключением и/или включением ГРАНИЧНЫХ точек ИЛИ Ответ неверен вследствие одной вычислительной ошибки (описки), не повлиявшей на ход решения и не упростившей задачу.	3
С помощью верного рассуждения получены искомые значения a , возможно неверные, из-за неверной оценки введенной переменной t .	2
Задача сведена к исследованию взаимного расположения графика функций $ x+2 $ и $ x+a -b$.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Решение. Пусть $t = |x+2| + |x-a|$, тогда исходное уравнение принимает вид:

$$t^2 - 5t + 3a(5-3a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3a, \\ t = 5-3a, \end{cases}$$

откуда

$$\begin{cases} |x+2| + |x-a| = 3a, \\ |x+2| + |x-a| = 5-3a. \end{cases}$$

Значит, решение исходного уравнения — это решение уравнений $|x+2| + |x-a| = 3a$ или $|x+2| + |x-a| = 5-3a$.

Исследуем сколько решений имеет уравнение $|x+2| + |x-a| = b$ в зависимости от a и b . Заметим, что слева стоит сумма модулей, то есть при $b < 0$ решений нет. Запишем уравнение в виде $|x+2| = -|x-a| + b$. График левой части этого уравнения — график модуля с вершиной в точке $(-2, 0)$, график правой части — график модуля, отражённый относительно оси Ox , с вершиной в точке (a, b) . Это уравнение будет иметь два решения, если одновременно прямая $y = -x+a+b$ лежит правее (выше) прямой $y = -x-2$ и прямая $y = x-a+b$ лежит левее (выше) прямой $y = x+2$. Это достигается условиями $-x+a+b > -x-2$ и $x-a+b > x+2$. Таким образом, уравнение совокупности имеет два решения при условии:

$$\begin{cases} a+b > -2, \\ a-b < -2, \\ b \geq 0. \end{cases}$$

Если вершина (a, b) находится внутри части плоскости отсекаемой графиком $y = |x+2|$, то уравнение имеет два решения, если прямые $y = -x-2$ и $y = -x+a+b$ совпадают или прямые $y = x+2$ и $y = x-a+b$ совпадают, то уравнение имеет бесконечно много решений, если вершина (a, b) совпадает с точкой $(-2, 0)$, то уравнение имеет одно решение.

Таким образом, исходное уравнение имеет ровно два решения, если одно из уравнений совокупности имеет два решения, а второе не имеет решений, либо если каждое из уравнений совокупности имеет два решения, но эти решения совпадают. Разберём каждый из этих случаев.

Первый случай. При $a+b < -2$ или $a-b > -2$, или $b < 0$ уравнение совокупности решений не имеет. Таким образом, исходное уравнение имеет два решения, если первое уравнение имеет два решения, а второе — не имеет, либо наоборот. В случае, когда первое уравнение верно, система условий имеет вид:

$$\begin{cases} \begin{cases} a+3a > -2, \\ a-3a < -2, \\ 3a \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} a+5-3a < -2, \\ a-5+3a > -2, \\ 5-3a < 0, \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a > -\frac{1}{2}, \\ a > 1, \\ a \geq 0, \end{cases} \\ \begin{cases} a > \frac{7}{2}, \\ a > \frac{3}{4}, \\ a > \frac{5}{3} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow a > 1.$$

В случае, когда второе уравнение верно, система условий имеет вид:

$$\begin{cases} \begin{cases} a+3a < -2, \\ a-3a > -2, \\ 3a < 0, \end{cases} \\ \begin{cases} a+5-3a > -2, \\ a-5+3a < -2, \\ 5-3a \geq 0, \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a < -\frac{1}{2}, \\ a < 1, \\ a < 0, \end{cases} \\ \begin{cases} a < \frac{7}{2}, \\ a < \frac{3}{4}, \\ a \leq \frac{5}{3} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow a < \frac{3}{4}.$$

Второй случай. Решения совпадут, если совпадают уравнения, то есть, если $3a = 5 - 3a$, откуда $a = \frac{5}{6}$. При данном значении a оба уравнения принимают вид:

$$|x+2| + \left|x - \frac{5}{6}\right| = \frac{5}{2}$$

Данное уравнение не имеет решений, то есть исходное уравнение не имеет решений при a равно $\frac{5}{6}$.

Таким образом, уравнение имеет ровно два решения при $a \in \left(-\infty, \frac{3}{4}\right) \cup (1, +\infty)$.

Ответ: $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right) \cup (1, +\infty)$.

Приведём другое решение.

Пусть $t = |x+2| + |x-a|$, тогда исходное уравнение принимает вид:

$$t^2 - 5t + 3a(5-3a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3a, \\ t = 5-3a \end{cases}$$

откуда

$$\begin{cases} |x+2| + |x-a| = 3a, \\ |x+2| + |x-a| = 5-3a. \end{cases} \quad (*)$$

Прямые $x = -2$ и $a = x$ (изображены синим пунктиром) разбивают плоскость xOa на четыре части, в каждой из которых модули снимаются одинаково.

I случай: $x \geq -2$ и $x \geq a$. Получаем

$$\begin{cases} x+2+x-a = 3a, \\ x+2+x-a = 5-3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0,5x + 0,5, \\ a = -x + 1,5. \end{cases}$$

II случай: $x \geq -2$ и $x \leq a$. Тогда

$$\begin{cases} x+2-x+a = 3a, \\ x+2-x+a = 5-3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1, \\ a = 0,75. \end{cases}$$

III случай: $x \leq -2$ и $x \leq a$. Совокупность принимает вид

$$\begin{cases} -x-2-x+a = 3a, \\ -x-2-x+a = 5-3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -x-1, \\ a = 0,5x + 1,75. \end{cases}$$

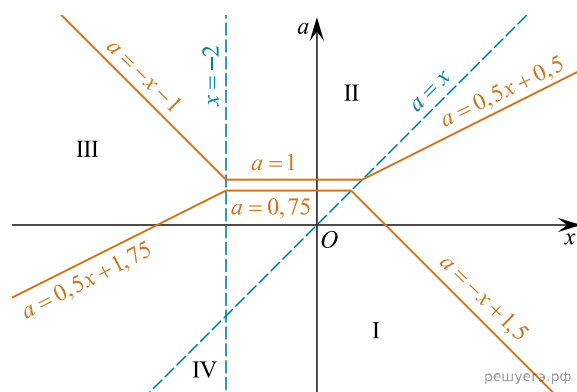
IV случай: $x \leq -2$ и $x \geq a$. Получаем

$$\begin{cases} -x-2+x-a = 3a, \\ -x-2+x-a = 5-3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -0,5, \\ a = 3,5. \end{cases}$$

Графиком совокупности (*) являются две ломаные (изображены оранжевым).

Значит, при $a < 0,75$ или $a > 1$ исходное уравнение имеет два решения, при $a = 0,75$ или $a = 1$ исходное уравнение имеет бесконечное число решений, при $0,75 < a < 1$ исходное уравнение не имеет решений.

Ответ: $(-\infty, 0,75) \cup (1, +\infty)$.



№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4

Обосновано получен ответ отличающийся от верного только исключением и/или включением ГРАНИЧНЫХ точек ИЛИ Ответ неверен вследствие одной вычислительной ошибки (описки), не повлиявшей на ход решения и не упростившей задачу.	3
С помощью верного рассуждения получены искомые значения a , возможно неверные, из-за неверной оценки введенной переменной t .	2
Задача сведена к исследованию взаимного расположения графика функций $ x+2 $ и $ x+a -b$.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Решение. Пусть $t = |x+2| + |x-a|$, тогда исходное уравнение принимает вид:

$$t^2 - 5t + 3a(5-3a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3a, \\ t = 5-3a, \end{cases}$$

откуда

$$\begin{cases} |x+2| + |x-a| = 3a, \\ |x+2| + |x-a| = 5-3a. \end{cases}$$

Значит, решение исходного уравнения — это решение уравнений $|x+2| + |x-a| = 3a$ или $|x+2| + |x-a| = 5-3a$.

Исследуем сколько решений имеет уравнение $|x+2| + |x-a| = b$ в зависимости от a и b . Заметим, что слева стоит сумма модулей, то есть при $b < 0$ решений нет. Запишем уравнение в виде $|x+2| = -|x-a| + b$. График левой части этого уравнения — график модуля с вершиной в точке $(-2, 0)$, график правой части — график модуля, отражённый относительно оси Ox , с вершиной в точке (a, b) . Это уравнение будет иметь два решения, если одновременно прямая $y = -x+a+b$ лежит правее (выше) прямой $y = -x-2$ и прямая $y = x-a+b$ лежит левее (выше) прямой $y = x+2$. Это достигается условиями $-x+a+b > -x-2$ и $x-a+b > x+2$. Таким образом, уравнение совокупности имеет два решения при условии:

$$\begin{cases} a+b > -2, \\ a-b < -2, \\ b \geq 0. \end{cases}$$

Если вершина (a, b) находится внутри части плоскости отсекаемой графиком $y = |x+2|$, то уравнение имеет два решения, если прямые $y = -x-2$ и $y = -x+a+b$ совпадают или прямые $y = x+2$ и $y = x-a+b$ совпадают, то уравнение имеет бесконечно много решений, если вершина (a, b) совпадает с точкой $(-2, 0)$, то уравнение имеет одно решение.

Таким образом, исходное уравнение имеет ровно два решения, если одно из уравнений совокупности имеет два решения, а второе не имеет решений, либо если каждое из уравнений совокупности имеет два решения, но эти решения совпадают. Разберём каждый из этих случаев.

Первый случай. При $a+b < -2$ или $a-b > -2$, или $b < 0$ уравнение совокупности решений не имеет. Таким образом, исходное уравнение имеет два решения, если первое уравнение имеет два решения, а второе — не имеет, либо наоборот. В случае, когда первое уравнение верно, система условий имеет вид:

$$\begin{cases} \begin{cases} a+3a > -2, \\ a-3a < -2, \\ 3a \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} a+5-3a < -2, \\ a-5+3a > -2, \\ 5-3a < 0, \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a > -\frac{1}{2}, \\ a > 1, \\ a \geq 0, \end{cases} \\ \begin{cases} a > \frac{7}{2}, \\ a > \frac{3}{4}, \\ a > \frac{5}{3} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow a > 1.$$

В случае, когда второе уравнение верно, система условий имеет вид:

$$\begin{cases} \begin{cases} a+3a < -2, \\ a-3a > -2, \\ 3a < 0, \end{cases} \\ \begin{cases} a+5-3a > -2, \\ a-5+3a < -2, \\ 5-3a \geq 0, \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a < -\frac{1}{2}, \\ a < 1, \\ a < 0, \end{cases} \\ \begin{cases} a < \frac{7}{2}, \\ a < \frac{3}{4}, \\ a \leq \frac{5}{3} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow a < \frac{3}{4}.$$

Второй случай. Решения совпадут, если совпадают уравнения, то есть, если $3a = 5 - 3a$, откуда $a = \frac{5}{6}$. При данном значении a оба уравнения принимают вид:

$$|x+2| + \left|x - \frac{5}{6}\right| = \frac{5}{2}$$

Данное уравнение не имеет решений, то есть исходное уравнение не имеет решений при a равно $\frac{5}{6}$.

Таким образом, уравнение имеет ровно два решения при $a \in \left(-\infty, \frac{3}{4}\right) \cup (1, +\infty)$.

Ответ: $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right) \cup (1, +\infty)$.

Приведём другое решение.

Пусть $t = |x+2| + |x-a|$, тогда исходное уравнение принимает вид:

$$t^2 - 5t + 3a(5-3a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3a, \\ t = 5-3a \end{cases}$$

откуда

$$\begin{cases} |x+2| + |x-a| = 3a, \\ |x+2| + |x-a| = 5-3a. \end{cases} \quad (*)$$

Прямые $x = -2$ и $a = x$ (изображены синим пунктиром) разбивают плоскость xOa на четыре части, в каждой из которых модули снимаются одинаково.

I случай: $x \geq -2$ и $x \geq a$. Получаем

$$\begin{cases} x+2+x-a = 3a, \\ x+2+x-a = 5-3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0,5x + 0,5, \\ a = -x + 1,5. \end{cases}$$

II случай: $x \geq -2$ и $x \leq a$. Тогда

$$\begin{cases} x+2-x+a = 3a, \\ x+2-x+a = 5-3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1, \\ a = 0,75. \end{cases}$$

III случай: $x \leq -2$ и $x \leq a$. Совокупность принимает вид

$$\begin{cases} -x-2-x+a = 3a, \\ -x-2-x+a = 5-3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -x-1, \\ a = 0,5x + 1,75. \end{cases}$$

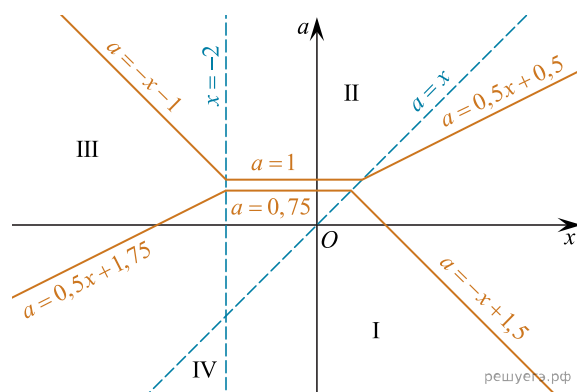
IV случай: $x \leq -2$ и $x \geq a$. Получаем

$$\begin{cases} -x-2+x-a = 3a, \\ -x-2+x-a = 5-3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -0,5, \\ a = 3,5. \end{cases}$$

Графиком совокупности (*) являются две ломаные (изображены оранжевым).

Значит, при $a < 0,75$ или $a > 1$ исходное уравнение имеет два решения, при $a = 0,75$ или $a = 1$ исходное уравнение имеет бесконечное число решений, при $0,75 < a < 1$ исходное уравнение не имеет решений.

Ответ: $(-\infty, 0,75) \cup (1, +\infty)$.



№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты.	4

Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	2
Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение пункта <i>а</i> ; — обоснованное решение пункта <i>б</i> ; — оценка в пункте <i>в</i> ; — пример в пункте <i>в</i> , обеспечивающий точность найденной оценки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Решение. Пусть нужно найти наименьшее число с суммой цифр $a+9b$, где $1 \leq a \leq 9$. Тогда в нем не менее $b+1$ цифры, поскольку сумма b цифр не превосходит $9b$. Построим $(b+1)$ -значное число. Его первая цифра не меньше a , поскольку иначе сумма остальных b цифр больше $9b$. Если взять первую цифру равной a , то остальные придется взять девятками. Такое число подойдет и оно наименьшее— оно выигрывает у остальных либо по числу цифр, либо по первой цифре у тех, какие одной с ним длины. Очевидно, эти числа упорядочены так, что

$$1 < 2 < \dots < 9 < 19 < 29 < \dots < 99 < 199 < \dots$$

а) Из вышесказанного ясно, что сумма равна 2015, поскольку замечательные числа упорядочены по возрастанию суммы цифр.

б) Это числа 19, 29, ..., 99. Всего 9 чисел.

в) Искомый номер $5 + 9 + 9 + 9 = 32$.

г) Сумма равна

$$1999 + 2999 + \dots + 9999 = 9 \cdot \frac{1999 + 9999}{2} = 53\,991.$$

Ответ: а) 2015; б) 9; в) 32; г) 53 991.

№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты.	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	2
Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение пункта <i>а</i> ; — обоснованное решение пункта <i>б</i> ; — оценка в пункте <i>в</i> ; — пример в пункте <i>в</i> , обеспечивающий точность найденной оценки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Решение. Пусть нужно найти наименьшее число с суммой цифр $a+9b$, где $1 \leq a \leq 9$. Тогда в нем не менее $b+1$ цифры, поскольку сумма b цифр не превосходит $9b$. Построим $(b+1)$ -значное число. Его первая цифра не меньше a , поскольку иначе сумма остальных b цифр больше $9b$. Если взять первую цифру равной a , то остальные придется взять девятками. Такое число подойдет и оно наименьшее— оно выигрывает у остальных либо по числу цифр, либо по первой цифре у тех, какие одной с ним длины. Очевидно, эти числа упорядочены так, что

$$1 < 2 < \dots < 9 < 19 < 29 < \dots < 99 < 199 < \dots$$

а) Из вышесказанного ясно, что сумма равна 2015, поскольку замечательные числа упорядочены по возрастанию суммы цифр.

б) Это числа 19, 29, ..., 99. Всего 9 чисел.

в) Искомый номер $5 + 9 + 9 + 9 = 32$.

г) Сумма равна

$$1999 + 2999 + \dots + 9999 = 9 \cdot \frac{1999 + 9999}{2} = 53\,991.$$

Ответ: а) 2015; б) 9; в) 32; г) 53 991.
