

Вариант 63

№ 1.

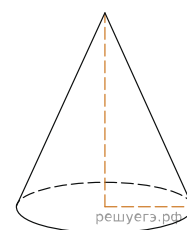
В треугольнике ABC $AC = BC = 27$, AH — высота, $\sin BAC = \frac{2}{3}$. Найдите BH .

№ 2.

Даны векторы $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (2; -4)$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a} + \vec{b}$ и $7\vec{a} - \vec{b}$.

№ 3.

Высота конуса равна 6, образующая равна 10. Найдите площадь его полной поверхности, деленную на π .



№ 4.

В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.

№ 5.

Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

№ 6.

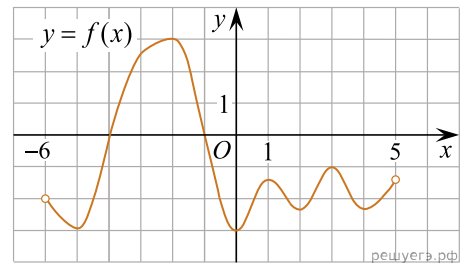
Решите уравнение $\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

№ 7.

Найдите значение выражения $\frac{(3x+2y)^2 - 9x^2 - 4y^2}{6xy}$.

№ 8.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -6$.



№ 9.

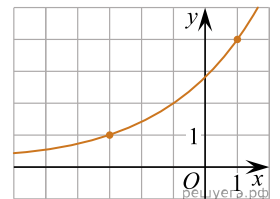
Расстояние (в км) от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров?

№ 10.

Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = a^{x+b}$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 16$.



№ 12.

Найдите точку максимума функции $y = 7 + 12x - x^3$.

№ 13.

- Решите уравнение $\frac{(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) \cdot \log_{13}(2 \sin^2 x)}{\log_{47}(\sqrt{2} \cos x)} = 0$.
- Укажите корни этого уравнения, принадлежащие интервалу $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

№ 14.

Основанием пирамиды является трапеция с основаниями 25 и 7 и острым углом $\arccos 0,6$. Каждое боковое ребро пирамиды наклонено к основанию под углом 60° .

- Докажите, что существует точка M , одинаково удаленная от всех вершин пирамиды (центр описанной сферы).
- Найдите объем данной пирамиды.

№ 15.

Решите неравенство: $\lg(5x^2 - 15) - \lg x < \lg\left(5x^2 + \frac{5}{x} - 10x\right)$.

№ 16.

По бизнес-плану предполагается изначально вложить в четырёхлетний проект 10 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 15% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по целому числу n млн рублей в первый и второй годы, а также по целому числу m млн рублей в третий и четвёртый годы.

Найдите наименьшие значения n и m , при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утроятся.

№ 17.

В четырёхугольнике $ABCD$, вписанном в окружность, биссектрисы углов A и B пересекаются в точке E , лежащей на стороне CD . Известно, что $CD : BC = 3 : 1$.

- Докажите, что точка E равноудалена от прямых AD и AB .
- Найдите отношение площадей треугольников ADE и BCE .

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых решением системы

$$\begin{cases} |x - a + 4| + |x + 3a + 8| = 4a + 4, \\ a^2 + x^2 + 2a \leq 24 \end{cases}$$

является отрезок, длина которого равна двум.

№ 19.

В новогоднюю ночь Дед Мороз и Баба Яга устроили математическое соревнование. Дед Мороз написал на волшебной доске число 8 (по количеству своих оленей), а затем каждую минуту дописывал новое число, которое получалось либо удвоением какого-то из уже написанных чисел, либо сложением двух любых имеющихся на доске чисел.

- Могло ли на доске появиться число 2028?
- Могла ли в какой-то момент сумма всех чисел на доске равняться 96?
- Через какое наименьшее время (в минутах) на доске могло появиться число 896?

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27327	30
2	680501	15
3	27159	144
4	500250	0,92
5	319355	0,156
6	77377	0,5
7	26809	2
8	510938	7
9	27986	7

10	99575	100
11	509107	5
12	77435	2

№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

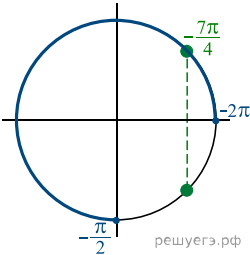
Решение. а) Пусть $t = \log_2(2\cos x)$, тогда имеем:

$$2t^2 - 9t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2}, \\ t = 4. \end{cases}$$

Вернёмся к исходной переменной:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} \log_2(2\cos x) = \frac{1}{2}, \\ \log_2(2\cos x) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos x = \sqrt{2}, \\ 2\cos x = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \cos x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad \begin{cases} \log_2(2\cos x) = \frac{1}{2}, \\ \log_2(2\cos x) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos x = \sqrt{2}, \\ 2\cos x = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \cos x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

б)С помощью числовой окружности отберём корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$. Получим число $-\frac{7\pi}{4}$.



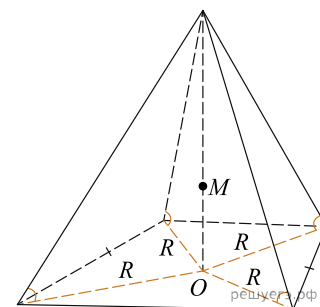
Ответ: а) $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{4}$.

№ 14.

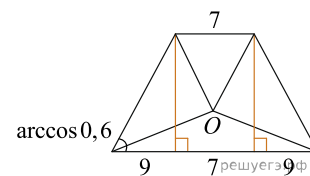
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2

Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Если все ребра пирамиды одинаково наклонены к основанию, следовательно, они вместе со своими проекциями и высотой пирамиды образуют четыре равных прямоугольных треугольника. Таким образом, проекцией вершины является центр описанной окружности основания. Проведем через этот центр прямую, перпендикулярную основанию (она будет содержать высоту пирамиды). Построенная прямая — множество точек, равноудаленных от вершин основания. Рассмотрим плоскость, перпендикулярную боковому ребру и проходящую через его середину. Все точки этой плоскости равноудалены от концов ребра. Точка пересечения этой плоскости и ранее построенной прямой будет равноудалена от всех вершин пирамиды и потому является центром описанной сферы.



б) Поскольку трапеция вписанная, то она равнобедренная. Опустим из вершины меньшего основания высоту h на большее основание, она разобьет основание на отрезки длиной 9 и 16. Тогда боковая сторона $b = \frac{9}{0,6} = 15$. Чтобы найти радиус окружности, описанной вокруг трапеции, удалим мысленно одну из вершин меньшего основания и найдем радиус окружности, описанной вокруг треугольника, вершинами которого являются три оставшиеся вершины трапеции. Высота трапеции $h = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$. Диагональ $d = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$. Значит, окружность описана около треугольника со сторонами 25, 15, 20. Он прямоугольный, значит, центр описанной окружности трапеции находится на большем основании, а ее радиус $R = 12,5$.



Таким образом, высота пирамиды падает в середину большого основания и вершина пирамиды вместе с концами большого основания образует равносторонний треугольник (два его угла по 60°), поэтому высота пирамиды $H = 25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$. Тогда объем пирамиды

$$V = \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (25 + 7) = 32 \cdot 25 \sqrt{3} = 800\sqrt{3}.$$

Ответ: б) $800\sqrt{3}$.

№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Левая часть неравенства определена, если одновременно верны неравенства $5x^2 - 15 > 0$ и $x > 0$, то есть при $x > \sqrt{3}$. Перенесем $\lg x$ в правую часть, воспользуемся формулой суммы логарифмов и возрастанием логарифмической функции с основанием, большим 1. Получаем:

$$\lg(5x^2 - 15) - \lg x < \lg \left(5x^2 + \frac{5}{x} - 10x \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \lg(5x^2 - 15) < \lg\left(5x^2 + \frac{5}{x} - 10x\right) + \lg x \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 - 15 > 0, & (1) \\ x > 0, & (2) \\ 5x^2 + \frac{5}{x} - 10x > 0, & (3) \\ 5x^2 - 15 < \left(5x^2 + \frac{5}{x} - 10x\right)x. & (4) \end{cases} \Leftrightarrow \lg(5x^2 - 15) < \lg\left(5x^2 + \frac{5}{x} - 10x\right) + \lg x \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 - 15 > 0, & (1) \\ x > 0, & (2) \\ 5x^2 + \frac{5}{x} - 10x > 0, & (3) \\ 5x^2 - 15 < \left(5x^2 + \frac{5}{x} - 10x\right)x. & (4) \end{cases}$$

Заметим, что неравенство(3) является следствием остальных неравенств, а потому его можно опустить. Действительно, неравенство(1) означает, что левая часть неравенства(4) положительна. Правая часть неравенства(4) на множестве его решений больше левой, а значит, она также положительна: $\left(5x^2 + \frac{5}{x} - 10x\right)x > 0$. Но $x > 0$ в силу неравенства(2). Это и означает, что $5x^2 + \frac{5}{x} - 10x > 0$, то есть неравенство(3) автоматически выполнено на множестве решений системы неравенств (1), (2) и (4). В силу сказанного получаем:

$$\begin{aligned} \lg(5x^2 - 15) < \lg\left(5x^2 + \frac{5}{x} - 10x\right) + \lg x &\Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 - 15 > 0, \\ x > 0, \\ 5x^2 - 15 < \left(5x^2 + \frac{5}{x} - 10x\right)x \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{3}, \\ 5x^2 - 15 < 5x^3 + 5 - 10x^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{3}, \\ x^3 - 3x^2 + 4 > 0. \end{cases} \lg(5x^2 - 15) < \lg\left(5x^2 + \frac{5}{x} - 10x\right) + \lg x \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 - 15 > 0, \\ x > 0, \\ 5x^2 - 15 < \left(5x^2 + \frac{5}{x} - 10x\right)x \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{3}, \\ 5x^2 - 15 < 5x^3 + 5 - 10x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{3}, \\ x^3 - 3x^2 + 4 > 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Разложим на множители выражение $x^3 - 3x^2 + 4$:

$$\begin{aligned} x^3 - 3x^2 + 4 &= (x^3 + x^2) - 4(x^2 - 1) = x^2(x+1) - 4(x-1)(x+1) = \\ &= (x+1)(x^2 - 4x + 4) = (x+1)(x-2)^2. \quad x^3 - 3x^2 + 4 = (x^3 + x^2) - 4(x^2 - 1) = \\ &= x^2(x+1) - 4(x-1)(x+1) = \\ &= (x+1)(x^2 - 4x + 4) = (x+1)(x-2)^2. \end{aligned}$$

При $x > \sqrt{3}$ сумма $x+1$ положительна, а потому

$$\begin{cases} x > \sqrt{3}, \\ (x+1)(x-2)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{3}, \\ (x-2)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{3}, \\ x \neq 2. \end{cases}$$

Ответ: $(\sqrt{3}; 2) \cup (2; +\infty)$.

Приведем другое решение:

Воспользуемся свойствами логарифмов и выполним равносильные преобразования:

$$\begin{aligned} \lg(5x^2 - 15) - \lg x < \lg\left(5x^2 + \frac{5}{x} - 10x\right) &\Leftrightarrow \lg 5 + \lg(x^2 - 3) - \lg x < \lg 5 + \lg \frac{x^3 + 1 - 2x^2}{x} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \lg(x^2 - 3) - \lg x < \lg(x^3 + 1 - 2x^2) - \lg x \Leftrightarrow \begin{cases} \lg(x^2 - 3) < \lg(x^3 + 1 - 2x^2), \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3 < x^3 + 1 - 2x^2, \\ x^2 - 3 > 0, \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 4 > 0, \\ (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) > 0, \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(x^2 - 4x + 4) > 0, \\ x > \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 > 0, \\ x > \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2, \\ x > \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3} < x < 2, \\ x > 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. К началу 2-го года получится $1,15 \cdot 10 + n = 11,5 + n$ млн вложений, а к началу 3-го года —

$$1,15(11,5 + n) + n = 13,225 + 2,15n.$$

По условию $13,225 + 2,15n \geq 20$. Наименьшее целое решение $n = 4$. Тогда к началу 3-го года получится

$$13,225 + 8,6 = 21,825 \text{ млн.}$$

К началу 4-го года имеем $1,15 \cdot 21,825 + m$ млн, а в конце проекта

$$1,15(1,15 \cdot 21,825 + m) + m = 1,3225 \cdot 21,825 + 2,15m = 28,8635625 + 2,15m. \quad 1,15(1,15 \cdot 21,825 + m) + m = 1,3225 \cdot 21,825 + 2,15m = 28,8635625 + 2,15m.$$

По условию $28,8635625 + 2,15m \geq 30$. Получаем, что $m = 1$ — наименьшее целое решение.

Ответ: 4 и 1 млн руб.

№ 17.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

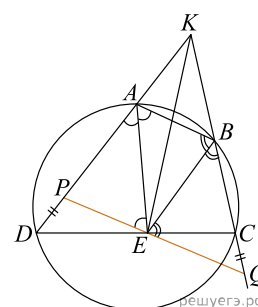
Решение. а) Из условия следует, что точка E равноудалена от прямых AD и AB , а также от прямых AB и BC . Следовательно, точка E равноудалена от прямых AD и BC .

б) Продлим лучи DA и CB до пересечения в точку K . Из пункта а) следует, что луч KE — биссектриса треугольника DKC . Проведем через точку E прямую PQ параллельно отрезку AB ($P \in AD$, $Q \in KB$). Тогда $\angle KPE = \angle KAB = \angle KCD$, откуда следует равенство треугольников KPE и KCE и отрезков PE и CE как соответственных элементов. Аналогично равны треугольники DPE и QCE и отрезки DP и CQ . Заметим, что

$$\angle PEA = \angle BAE = \angle PAE,$$

$$\angle BEQ = \angle ABE = \angle EBQ,$$

то есть $AP = PE$ и $BQ = QE$. Получаем, что



$$AD + BC = AP + BQ = PE + EQ = PQ = CD.$$

Пусть $BC = 3x$. По условию $CD = 3x$, из доказанного ранее $AD = 2x$. Заметим, что высоты треугольников ADE и BCE , проведенные из вершины E , равны (из пункта а). Тогда $S_{BCE} = AD : BC = 2 : 1$.

Ответ: б) 2:1.

№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены верные значения параметра, но допущен недочет	3
С помощью верного рассуждения получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом верно выполнены все шаги решения, ИЛИ в решении верно найдены все граничные точки множества значений параметра, но неверно определены промежутки значений	2
В случае аналитического решения: задача верно сведена к набору решенных уравнений и неравенств с учетом требуемых ограничений, ИЛИ в случае графического решения: задача верно сведена к исследованию взаимного расположения линий (изображены необходимые фигуры, учтены ограничения, указана связь исходной задачи с построенными фигурами)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Решение. Перепишем первое уравнение системы в виде

$$|x + 3a + 8| + |a - x - 4| = (x + 3a + 8) + (a - x - 4).$$

Отсюда ясно, что первое уравнение выполнено в том и только том случае, когда оба выражения, стоящие под знаком модуля, неотрицательны. Итак, $x + 3a + 8 \geq 0$ и $a - x - 4 \geq 0$, то есть $-3a - 8 \leq x \leq a - 4$.

Второе неравенство перепишем в виде $x^2 \leq 24 - 2a - a^2$, откуда

$$-\sqrt{24 - 2a - a^2} \leq x \leq \sqrt{24 - 2a - a^2},$$

если подкоренное выражение неотрицательно. В противном случае решений у второго неравенства нет.

Значит, решением системы будет пересечение двух полученных отрезков. Требуется, чтобы оно тоже было отрезком и имело длину 2. Тогда разность между одним из найденных правых концов и одним из найденных левых должна быть равна 2, а кроме того, отрезки должны правильно располагаться. Решим все 4 уравнения и проверим расположение отрезков. Сразу заметим, что длина каждого из них должна быть не меньше 2, поэтому

$$a - 4 - (-3a - 8) = 4a + 4 \geq 2 \Leftrightarrow a \geq -\frac{1}{2}.$$

Случай 1: $a - 4 - (-3a - 8) = 2$. Тогда $a = -\frac{1}{2}$, первый отрезок будет $[-6,5; -4,5]$, но $-\sqrt{24 - 2a - a^2} = -\sqrt{25 - \frac{1}{4}} > -6,5$, поэтому второй отрезок не будет содержать первый и пересечение не будет иметь длину 2.

Случай 2: $\sqrt{24 - 2a - a^2} - (-\sqrt{24 - 2a - a^2}) = 2$. Тогда

$$\begin{aligned} \sqrt{24 - 2a - a^2} = 1 &\Leftrightarrow 24 - 2a - a^2 = 1 \Leftrightarrow a^2 + 2a - 23 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 + \sqrt{24}, \\ a = -1 - \sqrt{24}. \end{cases} \sqrt{24 - 2a - a^2} = 1 \Leftrightarrow 24 - 2a - a^2 = 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow a^2 + 2a - 23 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 + \sqrt{24}, \\ a = -1 - \sqrt{24}. \end{cases} \end{aligned}$$

Корень $a = -1 - \sqrt{24}$ не удовлетворяет условию $a \geq -\frac{1}{2}$, а для $a = -1 + \sqrt{24}$ получим $a - 4 = \sqrt{24} - 5 < 1$, и потому первый отрезок не содержит второй.

Случай 3: $a - 4 - (-\sqrt{24 - 2a - a^2}) = 2$. Тогда

$$\begin{aligned} \sqrt{24 - 2a - a^2} = 6 - a &\Leftrightarrow 24 - 2a - a^2 = 36 - 12a + a^2 \Leftrightarrow 2a^2 - 10a + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2, \\ a = 3. \end{cases} \\ \sqrt{24 - 2a - a^2} = 6 - a &\Leftrightarrow 24 - 2a - a^2 = 36 - 12a + a^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2a^2 - 10a + 12 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2, \\ a = 3. \end{cases} \\ \sqrt{24 - 2a - a^2} = 6 - a &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 24 - 2a - a^2 = 36 - 12a + a^2 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2a^2 - 10a + 12 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2, \\ a = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Оба значения являются корнями рассматриваемого уравнения. Рассмотрим отрезки. При $a = 2$ первый отрезок — $[-14; -2]$, второй — $[-4; 4]$, их пересечение — $[-4; -2]$, что подходит. При $a = 3$ первый отрезок — $[-17; -1]$, второй — $[-3; 3]$, их пересечение — $[-3; -1]$, что подходит.

Случай 4: $\sqrt{24 - 2a - a^2} - (-3a - 8) = 2$. Тогда

$$\sqrt{24 - 2a - a^2} = -6 - 3a \leq -6 - 3\left(-\frac{1}{2}\right) = -4,5,$$

что невозможно.

Ответ: $\{2; 3\}$.

№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а), б) и в).	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в) и обоснованно получен верный ответ в пункте а) или б).	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а) и б) ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в)	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а) или б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Решение. а) Заметим, что все числа делятся на 8: это правда для первого числа, а при удвоении и сложении кратных 8 чисел результаты тоже получаются кратными 8. Но 2028 не кратно 8.

б) Да. Например, так: $8, 16 = 2 \cdot 8, 24 = 8 + 16, 48 = 2 \cdot 24$. При этом $8 + 16 + 24 + 48 = 96$.

в) Заметим, что наибольшее число на доске растет каждую минуту не более чем в два раза. Можно получить 896 так:

$$8, 16 = 2 \cdot 8, 32 = 2 \cdot 16, \dots, 512 = 2 \cdot 256, 768 = 512 + 256, 896 = 768 + 128.$$

Это потребует 8 минут.

Допустим, что можно добиться цели за 7 минут. Если делать за это время только удвоения, получим $8 \cdot 128 = 1024 \neq 896$. Если же хоть один раз сделать не удвоение, а сложение, то при первом этом действии максимальное число вырастет не более чем в полтора раза (если максимальное x , то предыдущее было $\frac{1}{2}x$) и потому максимальное число не превысит $8 \cdot 64 \cdot \frac{3}{2} = 768$.

Ответ: а) нет; б) да; в) 8 минут.