

Вариант 70

[illegible]

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27271	17,5
2	644820	-1
3	27163	10
4	283579	0,995
5	320212	0,0625
6	510936	-0,4
7	502014	9,5
8	27504	0,25
9	42849	0,5
10	99612	300
11	508943	11
12	628748	-2

№ 13.

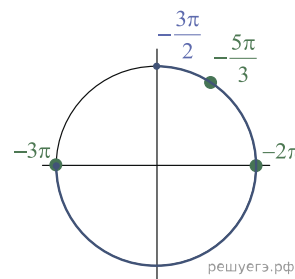
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а и пункта б.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Решение. а) Используя формулу приведения $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin x$, уравнение можно записать в виде

$$2\sin^2 x = \sqrt{3}\sin x \Leftrightarrow \sin x \cdot \left(\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0, \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi n, \\ x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \\ x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}.$$

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$. Получим корни (см. рис.): $-3\pi, -2\pi, -\frac{5\pi}{3}$.



Ответ: а) $\left\{ \pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n : n \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $-3\pi, -2\pi, -\frac{5\pi}{3}$.

№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Пусть H — середина AC , тогда прямая BH перпендикулярна прямой AC по свойству равносоставленного треугольника, прямая BH перпендикулярна AA_1 по свойству правильной призмы, таким образом, прямая BH перпендикулярна плоскости ACC_1 по признаку перпендикулярности прямой и плоскости, значит, точка H — ортогональная проекция точки B на плоскость ACC_1 .

Прямоугольные треугольники AMH и A_1MN равны по двум катетам ($AH = A_1M = 3$, $AM = A_1N = 2$), значит,

$$\angle AMH + \angle A_1MN = 90^\circ,$$

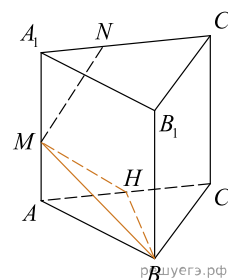
$$\angle NMH = 180^\circ - \angle AMH - \angle A_1MN = 90^\circ.$$

Таким образом, проекция прямой BM на плоскость ACC_1 перпендикулярна прямой MN , значит, прямая BM перпендикулярна MN по теореме о трех перпендикулярах.

б) Из рассуждения п. а) угол BMH — искомый, а его тангенс равен отношению BH к MH . Из треугольников ABH , AMH и BMH соответственно находим: $BH = AB \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$, $MH = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$, откуда

$$\operatorname{tg} \angle BMH = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{39}}{13}.$$

Искомый угол равен $\operatorname{arctg} \frac{3\sqrt{39}}{13}$.



Приведем другое решение.

а) Найдем координаты необходимых точек. $M(0; 0; 2)$, $B(3; 3\sqrt{3}; 0)$, $N(2; 0; 5)$. Координатой точки B по оси y является длина высоты треугольника, которая находится по следующей формуле: $h = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (только равносторонний треугольник).

Теперь зададим прямые векторами и найдем скалярное произведение:

$$\vec{BM} = (3; 3\sqrt{3}; -2),$$

$$\vec{MN} = (2; 0; 3),$$

$$\vec{BM} \cdot \vec{MN} = 6 - 6 = 0,$$

прямые перпендикулярны, что и требовалось доказать.

б) Найдем уравнение плоскости BMN

$$ax + by + cz + d = 0,$$

$$\begin{cases} 2c + d = 0, \\ 3a + 3\sqrt{3}b + d = 0, \\ 2a + 5c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -2c, \\ 3\sqrt{3}b = \frac{9}{2}c + 2c, \\ 2a = -3c \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d = -2c, \\ b = \frac{13}{6\sqrt{3}}, \\ a = -\frac{3}{2}c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 6\sqrt{3}, \\ d = 12\sqrt{3}, \\ b = 13, \\ a = -9\sqrt{3}. \end{cases}$$

Получаем вектор нормали: $\vec{n}_1 = (-9\sqrt{3}; 13; 6\sqrt{3})$.

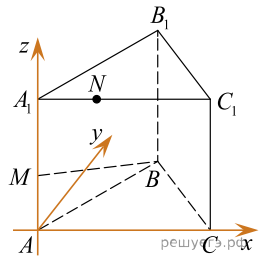
Теперь найдем вектор нормали плоскости ACC_1 . Можно сразу его написать, так как из чертежа видно, что ось Oy по сути является нормалью к плоскости $\vec{n}_2 = (0; 1; 0)$.

Подставляем все в формулу для угла:

$$\cos \alpha = \frac{13}{\sqrt{81 \cdot 3 + 13^2 + 36 \cdot 3}} = \frac{13}{\sqrt{169 + 117 \cdot 3}} = \frac{13}{\sqrt{520}} = \frac{13}{2\sqrt{130}} = \frac{\sqrt{13}}{2\sqrt{10}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{13}{10}}. \cos \alpha = \frac{13}{\sqrt{81 \cdot 3 + 13^2 + 36 \cdot 3}} = \frac{13}{\sqrt{169 + 117 \cdot 3}} =$$

$$= \frac{13}{\sqrt{520}} = \frac{13}{2\sqrt{130}} = \frac{\sqrt{13}}{2\sqrt{10}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{13}{10}}.$$

Ответ: б) $\arctg \frac{3\sqrt{39}}{13}$.



№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, или получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

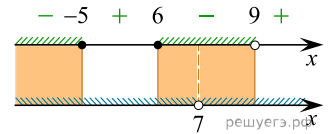
Решение. Применяем метод интервалов:

$$x + \frac{8x - 45}{x - 7} + \frac{x^2 + 15x - 132}{x^2 - 16x + 63} \leq 1 \Leftrightarrow x + \frac{8x - 45}{x - 7} + \frac{31x - 195}{(x - 7)(x - 9)} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x-7)(x-9)+8x^2-86x+210}{(x-7)(x-9)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x(x-7)(x-9)+(x-7)(8x-30)}{(x-7)(x-9)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x(x-7)(x-9)+8x^2-86x+210}{(x-7)(x-9)} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x-7)(x-9)+(x-7)(8x-30)}{(x-7)(x-9)} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x-6)(x+5)}{x-9} \leq 0, \\ x \neq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5, \\ 6 \leq x < 7, \\ 7 < x < 9. \end{cases}$$



Ответ: $(-\infty; -5] \cup [6; 7) \cup (7; 9)$.

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. Пусть общая сумма инвестиций равна x млн руб., а доля первого инвестора в общем бизнесе составляла ω . По условию задачи должна выполняться система

$$\begin{cases} \frac{\omega x + 1}{x + 1} = \omega + 0,05, \\ \frac{\omega x + 2}{x + 2} = \omega + 0,09 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega x + 1 = \omega x + \omega + 0,05x + 0,05, \\ \omega x + 2 = \omega x + 2\omega + 0,09x + 0,18 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2\omega + 0,1x + 0,1, \\ 2 = 2\omega + 0,09x + 0,18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0,01x - 0,08, \\ 1 = \omega + 0,05x + 0,05 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8, \\ \omega = 0,55. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\omega x + 1}{x + 1} = \omega + 0,05, \\ \frac{\omega x + 2}{x + 2} = \omega + 0,09 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega x + 1 = \omega x + \omega + 0,05x + 0,05, \\ \omega x + 2 = \omega x + 2\omega + 0,09x + 0,18 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2\omega + 0,1x + 0,1, \\ 2 = 2\omega + 0,09x + 0,18 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0,01x - 0,08, \\ 1 = \omega + 0,05x + 0,05 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8, \\ \omega = 0,55. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \omega x + 1 = \omega x + \omega + 0,05x + 0,05, \\ \omega x + 2 = \omega x + 2\omega + 0,09x + 0,18 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2\omega + 0,1x + 0,1, \\ 2 = 2\omega + 0,09x + 0,18 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0,01x - 0,08, \\ 1 = \omega + 0,05x + 0,05 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8, \\ \omega = 0,55. \end{cases}$$

После дополнительных вложений в 2 млн руб. доля первого инвестора стала равна $0,55 + 0,05 + 0,04 = 0,64$, а общая сумма инвестиций достигла $8 + 2 = 10$ млн руб. Чтобы доля первого инвестора увеличилась ещё на 0,06, ему дополнительно нужно внести y млн руб., а потому

$$\frac{10 \cdot 0,64 + y}{10 + y} = 0,64 + 0,06 \Leftrightarrow 6,4 + y = 7 + 0,7y \Leftrightarrow 0,3y = 0,6 \Leftrightarrow y = 2.$$

$$\frac{10 \cdot 0,64 + y}{10 + y} = 0,64 + 0,06 \Leftrightarrow 6,4 + y = 7 + 0,7y \Leftrightarrow 0,3y = 0,6 \Leftrightarrow y = 2.$$

Ответ: 2.

№ 17.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Пусть две хорды равны $3x$ и $3y$. По теореме о произведении пересекающихся хорд $2x \cdot x = 2y \cdot y$. Отсюда находим, что $x = y$, значит, эти хорды равны. Аналогично докажем, что третья хорда равна каждой из первых двух.

б) Равные хорды равноудалены от центра окружности, поэтому центр равностороннего треугольника с вершинами в точках попарного пересечения хорд совпадает с центром данной окружности. Пусть хорды BE и CF пересекают хорду AD в точках P и Q соответственно, хорды BE и FC пересекаются в точке T , а H — проекция центра O на хорду AD . Тогда H — общая середина отрезков AD и PQ , а OH — радиус вписанной окружности равностороннего треугольника PQT со стороной PQ .

Через точку T проведём прямую, параллельную AD , через точку P — прямую, параллельную CF , а через точку Q — прямую, параллельную BE . Эти прямые и хорды AD , BE и CF разбивают шестиугольник $ABCDEF$ на 13 одинаковых равносторонних треугольников.

Обозначим $PQ = 2a$. Тогда

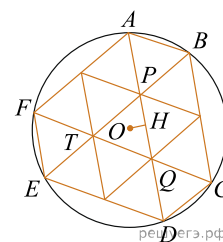
$$OH = \frac{2a\sqrt{3}}{6} = \frac{a\sqrt{3}}{3}, \quad 2\sqrt{21} = OA = \sqrt{OH^2 + AH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + 9a^2} = \frac{2a\sqrt{7}}{\sqrt{3}}. \quad OH = \frac{2a\sqrt{3}}{6} = \frac{a\sqrt{3}}{3}, \quad 2\sqrt{21} = OA = \sqrt{OH^2 + AH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + 9a^2} = \frac{2a\sqrt{7}}{\sqrt{3}}.$$

Отсюда находим, что $a = 3$, значит, $PQ = 2a = 6$, $S_{PQT} = a^2\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$.

Следовательно,

$$S_{ABCDEF} = 13S_{PQT} = 13 \cdot 9\sqrt{3} = 117\sqrt{3}.$$

Ответ: $117\sqrt{3}$.



№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены верные значения параметра, но допущен недочет	3

С помощью верного рассуждения получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом верно выполнены все шаги решения, ИЛИ в решении верно найдены все граничные точки множества значений параметра, но неверно определены промежутки значений	2
В случае аналитического решения: задача верно сведена к набору решенных уравнений и неравенств с учетом требуемых ограничений, ИЛИ в случае графического решения: задача верно сведена к исследованию взаимного расположения линий (изображены необходимые фигуры, учтены ограничения, указана связь исходной задачи с построенными фигурами)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Решение. Пусть $\sqrt{4-7a^2} = b$, где $0 \leq b \leq 2$ и $3a - 0,5 = c$. Возведем оба уравнения системы в квадрат и сложим полученные уравнения — получим следствие системы:

$$1 = \cos^2 x + \sin^2 x = \sin^2 bx + c^2 \cos^2 bx = \sin^2 bx + c^2(1 - \sin^2 bx) = c^2 + (1 - c^2) \sin^2 bx.$$

Тогда

$$\begin{cases} \cos x = \sin bx, \\ \sin x = c \cdot \cos bx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - c^2 = (1 - c^2) \sin^2 bx, \\ \cos x = \sin bx, \\ \sin x = c \cdot \cos bx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c^2 = 1, \\ \sin^2 bx = 1, \\ \cos x = \sin bx, \\ \sin x = c \cdot \cos bx. \end{cases}$$

Рассмотрим четыре случая.

1. Если $\sin bx = 1$, то $\cos bx = 0$ и на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ получаем:

$$\begin{cases} \sin bx = 1, \\ \cos x = 1, \\ \sin x = 0, \\ \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} bx = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \\ x = 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{4} + k, \quad k \in \mathbb{Z}, \\ x = 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow_{0 \leq b \leq 2} \begin{cases} b = \frac{1}{4}, \\ b = \frac{5}{4}, \\ x = 2\pi. \end{cases}$$

Найдём соответствующие значения параметра a :

$$b = \frac{1}{4}: \quad \sqrt{4-7a^2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4-7a^2 = \frac{1}{16} \Leftrightarrow a^2 = \frac{9}{16} \Leftrightarrow a = \pm \frac{3}{4},$$

$$b = \frac{5}{4}: \quad \sqrt{4-7a^2} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow 4-7a^2 = \frac{25}{16} \Leftrightarrow a^2 = \frac{39}{16 \cdot 7} \Leftrightarrow a = \pm \frac{39}{4\sqrt{7}}.$$

2. Если $\sin bx = -1$, то $\cos bx = 0$ и на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ получаем:

$$\begin{cases} \sin bx = -1, \\ \cos x = -1, \\ \sin x = 0, \\ \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} bx = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, \\ x = \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{3}{2} + 2k, \quad k \in \mathbb{Z}, \\ x = \pi \end{cases} \Leftrightarrow_{0 \leq b \leq 2} \begin{cases} b = \frac{3}{2}, \\ x = \pi. \end{cases}$$

Найдём соответствующие значения параметра a :

$$b = \frac{3}{2}: \quad \sqrt{4-7a^2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 4-7a^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = \pm \frac{1}{2}.$$

3. Если $c = 1$, то $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{2}$ и на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ получаем:

$$\begin{cases} \cos x = \sin \frac{3x}{2}, \\ \sin x = \cos \frac{3x}{2}, \\ \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{2}. \end{cases}$$

Решим первое уравнение системы на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ и проверим найденные корни подстановкой:

$$\begin{aligned} \cos x = \sin \frac{3x}{2} &\Leftrightarrow \cos x = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3x}{2} \right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - \frac{3x}{2} + 2\pi k, \\ -x = \frac{\pi}{2} - \frac{3x}{2} + 2\pi k \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + \frac{4\pi k}{5}, \\ x = \pi + 4\pi k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi, \\ x = \frac{9\pi}{5}. \end{cases} \end{aligned}$$

В силу справедливости равенств

$$\sin \pi = 0 = \cos \frac{3\pi}{2},$$

$$\sin \frac{9\pi}{5} = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{9\pi}{5} \right) = \cos \left(-\frac{13\pi}{10} \right) = \cos \left(4\pi - \frac{13\pi}{10} \right) = \cos \frac{27\pi}{10} = \cos \frac{3 \cdot \frac{9\pi}{5}}{2},$$

оба найденных числа обращают второе уравнение системы в верное равенство и являются решениями системы. Значит, при $a = \frac{1}{2}$ система имеет два решения на заданном отрезке.

4. Если $c = -1$, то $a = -\frac{1}{6}$, $b = \frac{\sqrt{137}}{6}$ и на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ получаем:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \cos x = \sin bx, \\ \sin x = -\cos bx, \\ \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \cos \left(\frac{\pi}{2} - bx \right), \\ \cos \left(\frac{\pi}{2} + x \right) = \cos bx, \\ \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - bx + 2\pi k, \\ -x = \frac{\pi}{2} - bx + 2\pi k, \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{\pi}{2} + x = bx + 2\pi n, \\ -\frac{\pi}{2} - x = bx + 2\pi n, \end{cases} \\ \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} (b+1)x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \\ (b-1)x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \end{cases} \\ \begin{cases} (b+1)x = -\frac{\pi}{2} - 2\pi n, \\ (b-1)x = \frac{\pi}{2} - 2\pi n, \end{cases} \\ \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} (b-1)x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \\ \frac{(b-1)\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} \leq (b-1)x \leq \frac{5(b-1)\pi}{2} < \frac{5\pi}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (b-1)x = \frac{\pi}{2}, \\ \frac{(b-1)\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} \leq \frac{5(b-1)\pi}{2} < \frac{5\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{\sqrt{137}-6}. \end{cases} \end{aligned}$$

Решения системы найденные в первом, втором и четвёртом случаях не совпадают. Таким образом, исходная система имеет ровно одно решение на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ при $a = -\frac{1}{6}$, $a = -\frac{1}{2}$, $a = \pm \frac{3}{4}$, $a = \pm \frac{39}{4\sqrt{7}}$.

Ответ: $\left\{ -\frac{39}{4\sqrt{7}}; -\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{6}; \frac{3}{4}; \frac{39}{4\sqrt{7}} \right\}$.

№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2

Верно получен один из следующий результатов: — обоснованное решение в п. а; — пример в п. б; — искомая оценка в п. в; — пример в п. в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Решение. а) Поскольку 20 делится на $20 - 19$ и $20 - 18$, а 19 делится на $19 - 18$, это невозможно.

б) Рассмотрим остатки от деления данных чисел на 17. Всего разных остатков 17, поэтому среди 25 чисел найдутся два числа с одинаковыми остатками. Их разность будет кратна 17. Ситуация невозможна.

в) Рассмотрим числа 35, 37, ..., 99. Разность любых двух из них четна, а они все нечетны, поэтому не могут делиться на разность. При этом максимальная разность равна $99 - 35 = 64 = 2 \cdot 32$, значит, все разности имеют вид $2n$ при $n \leq 32$. Поскольку все числа нечетны, $2n$ может делиться на них, только если n делится. Но n меньше любого из них. В этом примере 33 числа.

Допустим, есть пример с 34 числами (если их больше— выкинем любые из них, оставив только 34). Рассуждения пункта б) показывают, что чисел, меньших 34, там быть не может, а рассуждения пункта а)— что среди чисел не может быть соседних. Значит, из каждой пары (34, 35), (36, 37), ..., (98, 99) есть максимум одно число. Тогда чисел не более чем количество пар, а их 33.

Ответ: а) нет, не могло; б) нет, не может; в) 33.