

Вариант 75

"

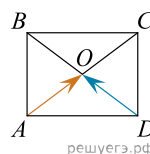
№ 1.

Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 3 и 5. Найдите среднюю линию трапеции.

" "

№ 2.

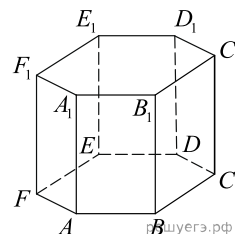
Две стороны изображенного на рисунке прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8. Диагонали пересекаются в точке O . Найдите длину суммы векторов $\vec{AO}$ и $\vec{DO}$.



" "

№ 3.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, D_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 2.



" "

№ 4.

За круглый стол на 5 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки будут сидеть рядом.

" "

№ 5.

Какова вероятность того, что случайно выбранный телефонный номер оканчивается двумя чётными цифрами?

" "

№ 6.

Найдите корень уравнения $(x - 1)^3 = -8$.

" "

№ 7.

Найдите значение выражения $2\sqrt{3}\operatorname{tg}(-300^\circ)$.

" "

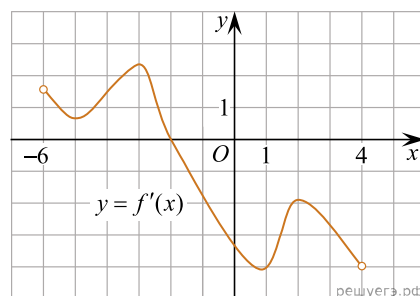
№ 8.

Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-6; 4)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите абсциссу точки, в которой функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение.

" "

№ 9.

Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = \text{const}$, где p (Па) — давление газа, V — объем газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение в два раза объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 4 раза?



" "

№ 10.

Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

" "

№ 11.

На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx + d$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .

" "

№ 12.

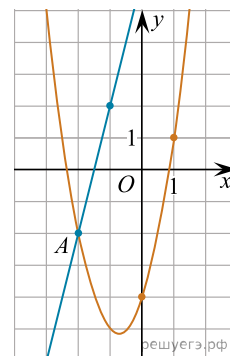
Найдите наибольшее значение функции $y = (x - 2)^2(x - 4) + 5$ на отрезке $[1; 3]$.

" "

№ 13.

а) Решите уравнение $2\cos x - \sqrt{3}\sin^2 x = 2\cos^3 x$.

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.



" "

№ 14.

В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 1.

а) Докажите, что точки F и C равноудалены от плоскости BED_1 .

б) Найдите расстояние между прямыми ED_1 и FE_1 .

" "

№ 15.

Решите неравенство $\frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^2 - 2x - 3} \leq x + 2$.

" "

№ 16.

В начале года $\frac{5}{6}$ некоторой суммы денег вложили в банк A , а то, что осталось — в банк B . Если вклад находится в банке с начала года, то к концу года он возрастает на определённый процент, величина которого зависит от банка. Известно, что к концу первого года сумма вкладов стала равна 670 у. е., к концу следующего — 749 у. е. Если первоначально $\frac{5}{6}$ суммы было бы вложено в банк B , а оставшуюся вложили бы в банк A , то по истечении одного года сумма выросла бы до 710 у. е. Определите сумму вкладов по истечении второго года в этом случае.

" "

№ 17.

В угол вписано несколько окружностей, радиусы которых возрастают. Каждая следующая окружность касается предыдущей окружности. Длина радиуса первой окружности равна 1, а площадь круга, ограниченного четвертой окружностью, равна 64π .

а) Докажите, что длины радиусов окружностей образуют геометрическую прогрессию.

б) Найдите сумму длин второй и третьей окружностей.

" "

№ 18.

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 8x + y^2 + 4y + 15 = 4|2x - y - 10|, \\ x + 2y = a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

" "

№ 19.

Из первых 22 натуральных чисел 1, 2, ..., 22 выбрали 2 различных чисел. Выбранные числа разбили на пары и

посчитали суммы чисел в каждой паре. Оказалось, что все полученные суммы различны и не превосходят 27.

а) Может ли получиться так, что сумма всех $2k$ выбранных чисел равняется 170 и в каждой паре одно из чисел ровно в три раза больше другого?

б) Может ли число k быть равным 11?

в) Найдите наибольшее возможное значение числа k .

"

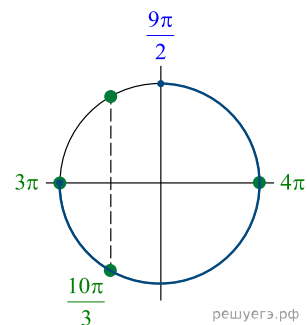
Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27936	4
2	27711	6
3	245346	6
4	325905	0,5
5	509352	0,25
6	282850	-1
7	26762	6
8	508310	-2
9	27992	2
10	26579	52
11	642371	2,5
12	282862	5

№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. а) Преобразуем уравнение: $-2 \sin x \cdot \cos x = \sin x \Leftrightarrow \sin x(1 + 2 \cos x) = 0$. Получаем $\sin x = 0$ или $\cos x = -\frac{1}{2}$, откуда $x = \pi n$, $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ или $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, где $n, k, m \in \mathbb{Z}$.
 б) На отрезке $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ корни отберем с помощью единичной окружности. Получаем $x = 3\pi$, $x = \frac{10\pi}{3}$ и $x = 4\pi$.



Ответ: а) πn , $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi m$, $n, k, m \in \mathbb{Z}$; б) 3π , $\frac{10\pi}{3}$, 4π .

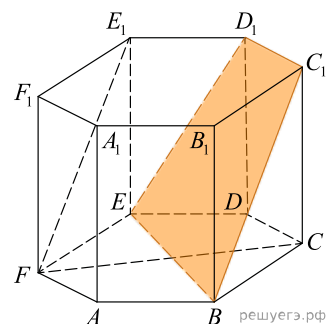
№ 14.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы

Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Заметим, что прямые BE и CD параллельны C_1D_1 , следовательно, сечение проходит через точку C_1 . Отрезок CF пересекает BE , а следовательно, и плоскость сечения в точке O — центре основания. Таким образом, $CO = FO$. Проекция равных отрезков на одну плоскость равны, следовательно, $CO = FO$, где C и F — проекции точек C и F на сечение BED_1C_1 . Треугольники CCO и FFO равны по гипотенузе и катету. Поэтому $CC = FF$.

б) Заметим, что FE_1 параллельно BC_1 , следовательно, прямая FE_1 параллельна сечению BED_1C_1 . Таким образом, искомое расстояние равно расстоянию от прямой FE_1 до сечения BED_1C_1 . Следовательно, искомое расстояние, это, например, $FF = CC$. Найдем последнее как высоту пирамиды $BECC_1$, опущенную из вершины C . Объем пирамиды $BECC_1$:



$$V = \frac{1}{3} S_{BCE} \cdot CC_1 = \frac{1}{3} S_{BEC_1} \cdot CC',$$

откуда $CC' = \frac{S_{BCE}}{S_{BEC_1}} \cdot CC_1$.

Из свойств правильного шестиугольника $S_{BCE} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Очевидно, что сечение BED_1C_1 — равнобедренная трапеция в которой боковая сторона $BC_1 = \sqrt{2}$, а высота равна

$$C_1H = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

Таким образом,

$$S_{BEC_1} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{\sqrt{7}}{2},$$

$$CC' = \sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Ответ: б) $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

Приведем решение Александра Турбанова (Липецк).

Введем прямоугольную систему координат с началом в точке B , как показано на рисунке. В этой системе координат:

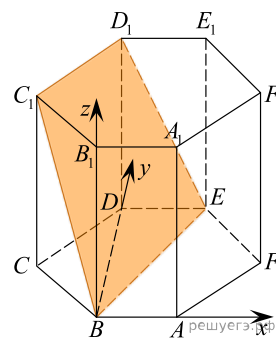
$$B(0; 0; 0),$$

$$E(1; \sqrt{3}; 0),$$

$$D_1(0; \sqrt{3}; 1),$$

$$F\left(\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right),$$

$$C\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right).$$



Найдем уравнение плоскости BED_1 в виде $Ax + By + Cz + D = 0$. Плоскость проходит через начало координат, а потому $D = 0$. Подставляя координаты точек E и D_1 , находим:

$$\begin{cases} A + \sqrt{3}B = 0, \\ \sqrt{3}B + C = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3}B = -A, \\ \sqrt{3}B = -C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = C, \\ B = -\frac{C}{\sqrt{3}}, \end{cases}$$

откуда

$$Cx - \frac{C}{\sqrt{3}}y + Cz = 0 \Leftrightarrow_{C \neq 0} \sqrt{3}x - y + \sqrt{3}z = 0.$$

Найдем расстояния от точек F и C до плоскости BED_1 :

$$\rho(F; BED_1) = \frac{|\frac{3}{2} \cdot \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 + 0 \cdot \sqrt{3}|}{\sqrt{3+3+1}} = \sqrt{\frac{3}{7}},$$

$$\rho(C; BED_1) = \frac{|-\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3} + 0 \cdot \sqrt{3}|}{\sqrt{3+3+1}} = \sqrt{\frac{3}{7}}.$$

Таким образом, точки F и C равноудалены от плоскости BED_1 .

б) Прямая BC_1 параллельна прямой E_1F . Докажем, что точка C_1 лежит в плоскости BED_1 . Подставим координаты точки $C_1\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$ в уравнение плоскости, получим: $-\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} = 0$. Это равенство верно, следовательно, точка C_1 действительно принадлежит плоскости BED_1 . Тогда и прямая BC_1 принадлежит плоскости BED_1 , а значит, плоскость BED_1 параллельна прямой E_1F . Найдем расстояние между прямыми ED_1 и FE_1 :

$$\rho(E_1F; ED_1) = \rho(F; BED_1) = \sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, или получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Преобразуем неравенство:

$$\frac{(x+2)(x-3)^2}{x^2-2x-3} \leq x+2 \Leftrightarrow \frac{(x+2)(x-3)^2 - (x+2)(x-3)(x+1)}{(x-3)(x+1)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(x+2)(x-3)^2}{x^2-2x-3} \leq x+2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+2)(x-3)^2 - (x+2)(x-3)(x+1)}{(x-3)(x+1)} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4(x+2)(x-3)}{(x-3)(x+1)} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2, \\ -1 < x < 3, \\ x > 3. \end{cases}$$

Ответ: $(-\infty; -2] \cup (-1; 3) \cup (3; +\infty)$.

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Решение. Пусть в банк А, у которого исходя из годовой процентной ставки коэффициент повышения вклада равен y , вложено $5x$ у. е. денег. Тогда в банк Б, у которого аналогичный коэффициент равен t , вложено x у. е. денег. В соответствии с условием задачи будем иметь:

$$\begin{cases} 5xy + xt = 670, & (1) \\ 5xy^2 + xt^2 = 749. & (2) \end{cases}$$

Если бы те же суммы были вложены в банки Б и А соответственно, то имели бы уравнение $xy + 5xt = 710$. (3)
А искомая сумма будет равна значению выражения $xy^2 + 5xt^2$.

Рассмотрим систему уравнений (1) и (3):

$$\begin{cases} 5xy + xt = 670, \\ xy + 5xt = 710 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -25xy - 5xt = -3350, \\ xy + 5xt = 710 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24xy = 2640, \\ xy + 5xt = 710 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 110, \\ 5xt = 710 - 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5xy + xt = 670, \\ xy + 5xt = 710 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -25xy - 5xt = -3350, \\ xy + 5xt = 710 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 24xy = 2640, \\ xy + 5xt = 710 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 110, \\ 5xt = 710 - 110 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 110, \\ 5xt = 600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 110, \\ xt = 120. \end{cases}$$

Отсюда: $\frac{y}{t} = \frac{11}{12} \Leftrightarrow y = \frac{11t}{12}$.

Подставим найденное значение y в уравнение (2):

$$5x \cdot \frac{121t^2}{144} + xt^2 = 749 \Leftrightarrow 605xt^2 + 144xt^2 = 749 \cdot 144 \Leftrightarrow 749xt^2 = 749 \cdot 144 \Leftrightarrow xt^2 = 144. \quad 5x \cdot \frac{121t^2}{144} + xt^2 = 749 \Leftrightarrow 605xt^2 + 144xt^2 = 749 \cdot 144 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 749xt^2 = 749 \cdot 144 \Leftrightarrow xt^2 = 144. \quad 5x \cdot \frac{121t^2}{144} + xt^2 = 749 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 605xt^2 + 144xt^2 = 749 \cdot 144 \Leftrightarrow \Leftrightarrow 749xt^2 = 749 \cdot 144 \Leftrightarrow xt^2 = 144.$$

$$5xy^2 + xt^2 = 749 \Leftrightarrow 5xy^2 = 749 - xt^2 \Leftrightarrow 5xy^2 = 749 - 144 \Leftrightarrow 5xy^2 = 605 \Leftrightarrow xy^2 = 121. \quad 5xy^2 + xt^2 = 749 \Leftrightarrow 5xy^2 = 749 - xt^2 \Leftrightarrow$$

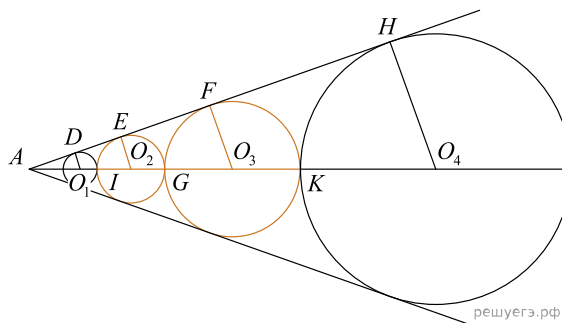
$$\Leftrightarrow 5xy^2 = 749 - 144 \Leftrightarrow 5xy^2 = 605 \Leftrightarrow xy^2 = 121.$$

Искомая сумма имеет вид: $xy^2 + 5xt^2 = 121 + 5 \cdot 144 = 841$.

№ 17.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Площадь большого круга равна 64π , значит, его радиус равен 8. Пусть радиус второй окружности равен x , а третьей — y . Введем обозначения, как показано на рисунке.



Пусть половина угла A равна α . Тогда

$$AO_1 = \frac{1}{\sin \alpha}, AO_2 = \frac{x}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} + 1 + x,$$

откуда $x = \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}$. Далее,

$$AO_3 = \frac{1}{\sin \alpha} + 1 + x + x + y = \frac{y}{\sin \alpha}.$$

Отсюда $y(1 - \sin \alpha) = 1 + \sin \alpha + 2x \sin \alpha$, то есть

$$y = x + \frac{2x \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} = x \left(1 + \frac{2 \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} \right) = x^2.$$

Значит, числа $1, x$ и y составляют геометрическую прогрессию. Аналогично, радиусы второй, третьей и четвертой окружностей образуют геометрическую прогрессию (они получаются из радиусов первой, второй и третьей окружности умножением на число $\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}$). Тогда все четыре радиуса образуют геометрическую прогрессию. Что и требовалось доказать.

б) Если положительные числа $1, x, y$ и 8 образуют геометрическую прогрессию, то $x^3 = 8$ и $x^2 = y$, откуда получаем, что $x = 2$ и $y = 4$, то есть $x + y = 6$, следовательно, сумма длин второй и третьей окружностей составит $2\pi \cdot 6 = 12\pi$.

№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только исключением точек $a = -5$ и/или $a = 5$.	3
При всех значениях a верно найдено количество решений системы в одном из двух случаев, возникающих при раскрытии модуля.	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения дуг окружностей и прямых (аналитически или графически) или получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Решение. Преобразуем первое уравнение системы:

$$\begin{aligned}
 x^2 - 8x + y^2 + 4y + 15 = 4|2x - y - 10| &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + y^2 + 4y + 15 = 4(2x - y - 10), \\ 2x - y - 10 \geq 0, \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 8x + y^2 + 4y + 15 = 4|2x - y - 10| \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + y^2 + 4y + 15 = -4(2x - y - 10), \\ 2x - y - 10 < 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + y^2 + 4y + 15 = 4(2x - y - 10), \\ 2x - y - 10 \geq 0, \end{cases} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + y^2 + 4y + 15 = -4(2x - y - 10), \\ 2x - y - 10 < 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 16x + y^2 + 8y + 55 = 0, \\ y \leq 2x - 10, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 8)^2 + (y + 4)^2 = 25, \\ y \leq 2x - 10, \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y > 2x - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y > 2x - 10. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Тем самым, первое уравнение задаёт объединение дуг ω_1 и ω_2 окружностей радиуса 5 с центрами в точках $O_1(8; -4)$ и $O_2(0; 0)$, лежащих ниже и выше прямой $y = 2x - 10$ соответственно (см.рис.), пересекающихся в точках $A(5; 0)$ и $B(3; -4)$. Заметим, что точка касания $C(\sqrt{5}; 2\sqrt{5})$ лежит на дуге ω_2 и прямая O_2C перпендикулярна прямой O_1O_2 , поскольку произведение угловых коэффициентов данных прямых равно -1 .

Рассмотрим второе уравнение системы. Оно задаёт прямую m , параллельную прямой O_1O_2 или совпадающую с ней.

При $a = 5$ прямая m пересекает каждую из дуг ω_1 и ω_2 в точке A и ещё в одной точке, отличной от точки A , то есть исходная система имеет три решения.

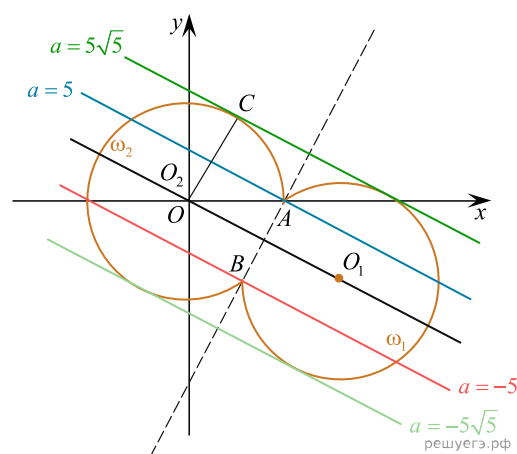
Аналогично, при $a = -5$ прямая m проходит через точку B и исходная система имеет три решения.

При $a = 5\sqrt{5}$ прямая m проходит через точку C , значит, прямая m касается дуг ω_1 и ω_2 , то есть исходная система имеет два решения.

Аналогично, при $a = -5\sqrt{5}$ прямая m касается дуг ω_1 и ω_2 , то есть исходная система имеет два решения.

При $-5\sqrt{5} < a < -5$ или $5 < a < 5\sqrt{5}$ прямая m пересекает каждую из дуг ω_1 и ω_2 в двух точках, отличных от точек A и B , то есть исходная система имеет четыре решения.

При $-5 < a < 5$ прямая m пересекает каждую из дуг ω_1 и ω_2 в точке, отличной от точек A и B , то есть исходная си-



стема имеет два решения.

При $a < -5\sqrt{5}$ или $a > 5\sqrt{5}$ прямая m не пересекает дуги ω_1 и ω_2 , то есть исходная система не имеет решений.
Значит, исходная система имеет более двух решений при $-5\sqrt{5} < a \leq -5$ или $5 \leq a < 5\sqrt{5}$.

Ответ: $-5\sqrt{5} < a \leq -5$; $5 \leq a < 5\sqrt{5}$.

№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены правильные ответы во всех пунктах	4
Обоснованно получены верные ответы в пункте <i>б</i> и в одном из пунктов <i>а</i> или <i>в</i>	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i>	2
Обоснованно получен верный ответ в одном из пунктов <i>а</i> или <i>в</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Решение. а) Если в каждой паре одно число вдвое больше другого, то сумма чисел в каждой паре делится на 4. Значит, сумма всех выбранных чисел делится на 4. Число 170 не делится на 4, поэтому такого быть не может.

б) Если $k = 11$, то выбраны все 22 числа от 1 до 22. Их сумма равна 253. С другой стороны, по условию суммы чисел в каждой паре различны и не превосходят 27. Значит, их сумма не превосходит $27 + 26 + \dots + 17 = 242$. Полученное противоречие показывает, что число k не может быть равным 11.

в) В предыдущем пункте было показано, что k не может равняться 11. Десять пар (13;14), (11;15), (9;16), (7;17), (5;18), (3;19), (1;20), (2;8), (4;10), (6;12) удовлетворяют всем условиям задачи. Значит, наибольшее возможное значение числа k — это 10.

Ответ: а) нет; б) нет; в) 10.
