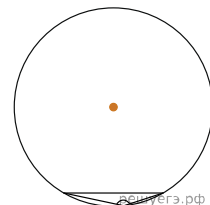


Вариант 95

№ 1.

Чему равен тупой вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.

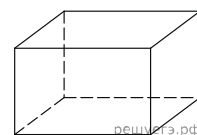


№ 2.

Даны векторы $\vec{a}(3; -2)$ и $\vec{b}(0; 1)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

№ 3.

Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.



№ 4.

У Вити в копилке лежит 12 рублёвых, 6 двухрублёвых, 4 пятирублёвых и 3 десятирублёвых монеты. Витя наугад достаёт из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит более 70 рублей.

№ 5.

Стрелок стреляет в тире по восьми одинаковым мишеням. Вероятность попасть в каждую мишень при каждом выстреле одна и та же. Чтобы сбить все восемь мишеней, стрелку потребовалось 11 выстрелов. Какова вероятность того, что первыми пятью выстрелами стрелок сбил хотя бы четыре мишени?

№ 6.

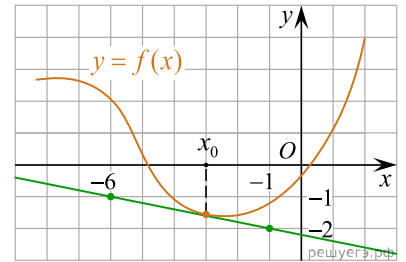
Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x-4} = 3$.

№ 7.

Найдите значение выражения $5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9}$.

№ 8.

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке $x_0 = -3$. Найдите значение производной функции $g(x) = x^3 + f(x)$ в точке x_0 .

**№ 9.**

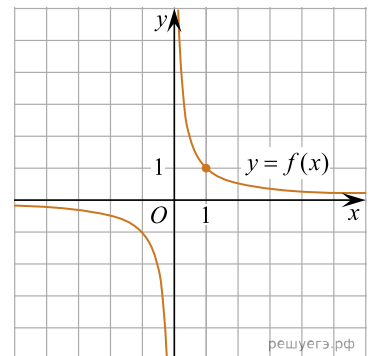
Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_{\text{н}} = 20^\circ\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_{\text{в}} = 60^\circ\text{C}$ до температуры $T(^\circ\text{C})$, причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{в}} - T_{\text{н}}}{T - T_{\text{н}}}$, где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — теплоемкость воды, $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 0,7$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 84 м.

№ 10.

Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, вторую треть — со скоростью 120 км/ч, а последнюю — со скоростью 110 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

№ 11.

На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите $f(10)$.

**№ 12.**

Найдите наименьшее значение функции $y = 6 \cos x + \frac{24}{\pi} x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

№ 13.

- Решите уравнение $\sqrt{1 - \cos^2 x} + \sqrt{3} \cos 2x = 0$.
- Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

№ 14.

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ отметили точки M и K на ребрах AA_1 и A_1B_1 соответственно. Известно, что $AM = 5MA_1$, $A_1K = KB_1$. Через точки M и K провели плоскость α перпендикулярно плоскости ABB_1 .

- Докажите, что плоскость α проходит через вершину C_1 .
 - Найдите площадь сечения призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью α , если все ребра призмы равны 12.
-

№ 15.

Решите неравенство: $\frac{\log_{2025}(x^2 - 2026x + 2025) - 1}{2026^x - 2026^{2027}} \geq 0$.

№ 16.

В одной стране в обращении находилось 1000000 долларов, 20% из которых были фальшивыми. Некая криминальная структура стала ввозить в страну по 100000 долларов в месяц, 10% из которых были фальшивыми. В это же время другая структура стала вывозить из страны 50 000 долларов ежемесячно, из которых 30% оказались фальшивыми. Через сколько месяцев содержание фальшивых долларов в стране составит 5% от общего количества долларов?

№ 17.

Дан прямоугольный треугольник ABC . На катете AC отмечена точка M , а на продолжении катета BC за точку C — точка N так, что $CM = CB$ и $CA = CN$.

- Пусть CH и CF — высоты треугольников ABC и NMC соответственно. Докажите, что CF и CH перпендикулярны.
 - Пусть L — это точка пересечения BM и AN , $BC = 2$, $AC = 5$. Найдите ML .
-

№ 18.

Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a, \\ \sin(\pi x + \pi y) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.

№ 19.

За новогодним столом дети ели бутерброды и конфеты, причем каждый что-то ел, и может быть так, что кто-то ел и то и другое. Известно, что мальчиков, евших бутерброды, было не более чем $\frac{5}{16}$ от общего числа детей, евших бутерброды, а мальчиков, евших конфеты, было не более $\frac{2}{5}$ от общего числа детей, евших конфеты.

- Могло ли за столом быть 13 мальчиков, если дополнительно известно, что всего за столом было 25 детей?
 - Какое наибольшее количество мальчиков могло быть за столом, если дополнительно известно, что всего за столом было 25 детей?
 - Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа детей без дополнительного условия пунктов а и б?
-

Ответы

Номер	Задание	Ответ
1	27859	150
2	649891	-2
3	27054	5
4	509412	0,72
5	663475	0,5
6	27466	31
7	26752	15
8	525700	26,8
9	27995	30
10	99605	88
11	660801	0,1
12	26698	-14

№ 13.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Решение. а) Преобразуем уравнение:

$$\sqrt{12 \sin x - \frac{9}{2} \cos 2x + \frac{17}{2}} = \frac{9}{8} + 4 \sin x + \frac{1}{2} \cos^2 x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{9 \sin^2 x + 12 \sin x + 4} = \frac{13}{8} + 4 \sin x - \frac{1}{2} \sin^2 x \Leftrightarrow |3 \sin x + 2| = \frac{13}{8} + 4 \sin x - \frac{1}{2} \sin^2 x.$$

Сделаем замену переменной $t = \sin x$, получим:

$$\begin{cases} |3t+2| = \frac{13}{8} + 4t - \frac{1}{2}t^2, \\ |t| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 3t+2 = \frac{13}{8} + 4t - \frac{1}{2}t^2, \\ 3t+2 = -\frac{13}{8} - 4t + \frac{1}{2}t^2, \end{cases} \\ \frac{13}{8} + 4t - \frac{1}{2}t^2 \geq 0, \\ |t| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 4t^2 - 8t + 3 = 0, \\ 4t^2 - 56t - 29 = 0, \\ 4t^2 - 32t - 13 \leq 0, \\ |t| \leq 1 \end{cases} \\ \begin{cases} t = \frac{1}{2}, \\ t = \frac{3}{2}, \\ t = -\frac{1}{2}, \\ t = \frac{29}{2}, \\ 4t^2 - 32t - 13 \leq 0, \\ |t| \leq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

Вернемся к исходной переменной:

Ответ: а) $\left\{ \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{5\pi}{6}$.

Приведем решение Александра Турбанова (Липецк).

а) Пусть $AA_1 = a$, $AB = b$. Введем прямоугольную систему координат, как показано на рисунке. В этой системе координат:

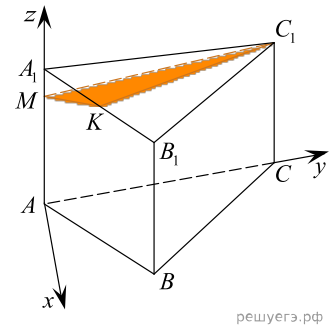
$$A(0; 0; 0),$$

$$M\left(0; 0; \frac{5b}{6}\right),$$

$$B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 0\right),$$

$$K\left(\frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{a}{4}; b\right),$$

$$C_1(0; a; b).$$



Плоскость AMB совпадает с плоскостью AA_1B . Найдем уравнение этой плоскости. Она проходит через ось аппликс, а потому уравнение следует искать в виде $Ax + By = 0$. Подставляя координаты точки B , находим:

$$\frac{a\sqrt{3}}{2}A + \frac{a}{2}B = 0 \Leftrightarrow A = -\frac{\sqrt{3}}{3}B.$$

Значит, уравнение плоскости имеет вид $-\frac{\sqrt{3}}{3}Bx + By = 0$, то есть $x - \sqrt{3}y = 0$. Нормаль этой плоскости— вектор $\vec{n}_1 = (1; -\sqrt{3}; 0)$.

Плоскость α перпендикулярна к плоскости AA_1B , а потому нормаль $\vec{n}_2$ к плоскости α перпендикулярна вектору $\vec{n}_1$. Подставляя координаты точек M и K в уравнение $Ax + By + Cz + D = 0$ плоскости α и записывая условие перпендикулярности нормалей $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$ в координатах, получаем систему:

$$\begin{cases} \frac{5b}{6}C + D = 0, \\ \frac{a\sqrt{3}}{4}A + \frac{a}{4}B + bC + D = 0, \\ A - \sqrt{3}B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = -\frac{5b}{6}C, \\ \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3}B + \frac{a}{4}B + bC - \frac{5b}{6}C = 0, \\ A = \sqrt{3}B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = -\frac{5b}{6}C, \\ aB + \frac{b}{6}C = 0, \\ A = \sqrt{3}B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = -\frac{5b}{6}bC, \\ C = -\frac{6aB}{b}, \\ A = \sqrt{3}B. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = -\frac{5b}{6}C, \\ \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3}B + \frac{a}{4}B + bC - \frac{5b}{6}C = 0, \\ A = \sqrt{3}B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = -\frac{5b}{6}C, \\ aB + \frac{b}{6}C = 0, \\ A = \sqrt{3}B. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = -\frac{5b}{6}bC, \\ C = -\frac{6aB}{b}, \\ A = \sqrt{3}B. \end{cases}$$

Значит, уравнение плоскости α имеет вид

$$\sqrt{3}Bx + By - \frac{6aB}{b}z + \frac{5b}{6} \cdot \frac{6aB}{b} = 0,$$

то есть $\sqrt{3}bx + by - 6az + 5ab = 0$.

Координаты точки C_1 удовлетворяют найденному уравнению:

$$\sqrt{3}b \cdot 0 + b \cdot a - 6a \cdot b + 5ab = ab - 6ab + 5ab = 6ab - 6ab \equiv 0,$$

а значит, точка C_1 лежит в плоскости α .

б) По условию $a = b = 12$. Треугольник C_1KM — искомое сечение. В выбранной системе координат находим:

$$C_1(0; 12; 12),$$

$$K(3\sqrt{3}; 3; 12),$$

$$M(0; 0; 10),$$

$$\overrightarrow{C_1K} = (3\sqrt{3}; -9; 0),$$

$\overrightarrow{C_1M} = (0; -12; -2).$

Площадь треугольника, построенного на векторах, равна половине модуля их векторного произведения. Последовательно получаем:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{C_1K} \times \overrightarrow{C_1M} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3\sqrt{3} & -9 & 0 \\ 0 & -12 & -2 \end{vmatrix} = \vec{i} \cdot 18 - \vec{j} \cdot (-6\sqrt{3}) + \vec{k} \cdot (-36\sqrt{3}) = (18; 6\sqrt{3}; -36\sqrt{3}). \quad \overrightarrow{C_1K} \times \overrightarrow{C_1M} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3\sqrt{3} & -9 & 0 \\ 0 & -12 & -2 \end{vmatrix} = \\ &= \vec{i} \cdot 18 - \vec{j} \cdot (-6\sqrt{3}) + \vec{k} \cdot (-36\sqrt{3}) = (18; 6\sqrt{3}; -36\sqrt{3}). \quad \overrightarrow{C_1K} \times \overrightarrow{C_1M} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3\sqrt{3} & -9 & 0 \\ 0 & -12 & -2 \end{vmatrix} = \\ &= \vec{i} \cdot 18 - \vec{j} \cdot (-6\sqrt{3}) + \vec{k} \cdot (-36\sqrt{3}) = \\ &= (18; 6\sqrt{3}; -36\sqrt{3}). \end{aligned}$$

Модуль этого произведения равен

$$\begin{aligned} \sqrt{18^2 + (6\sqrt{3})^2 + (-36\sqrt{3})^2} &= \sqrt{324 + 108 + 3888} = \sqrt{4320} = 12\sqrt{30}, \quad \sqrt{18^2 + (6\sqrt{3})^2 + (-36\sqrt{3})^2} = \\ &= \sqrt{324 + 108 + 3888} = \sqrt{4320} = 12\sqrt{30}, \end{aligned}$$

а искомая площадь равна $6\sqrt{30}$.

Ответ: б) $6\sqrt{30}$.

№ 15.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решение. Применим метод рационализации: на ОДЗ знак выражения $\log_x y - \log_x z$ совпадает со знаком выражения $(x-1)(y-z)$, а знак выражения вида $a^x - a^y$ совпадает со знаком выражения $(a-1)(x-y)$. Получим:

$$\begin{aligned} \frac{\log_{2025}(x^2 - 2026x + 2025) - 1}{2026^x - 2026^{2027}} \geq 0 &\Leftrightarrow \frac{\log_{2025}(x^2 - 2026x + 2025) - \log_{2025} 2025}{x - 2027} \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - 2026x + 2025 - 2025}{x - 2027} \geq 0, \\ x^2 - 2026x + 2025 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x(x-2026)}{x-2027} \geq 0, \\ (x-1)(x-2025) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 0 \leq x \leq 2026, \\ x > 2027, \end{cases} \\ \begin{cases} x < 1, \\ x > 2025 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 1, \\ 2025 < x \leq 2026, \\ x > 2027. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $[0; 1) \cup (2025; 2026] \cup (2027; +\infty).$

№ 16.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы

Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решение. Ежемесячное увеличение валютной массы, находящейся в обращении, составляет $100 - 50 = 50$ тыс. долларов, поэтому через n месяцев в стране будет $(1000 + 50n)$ тыс. долларов.

Количество фальшивых долларов ежемесячно уменьшается на $50 \cdot 0,3 - 100 \cdot 0,1 = 15 - 10 = 5$ тыс. долларов. Изначально их было $1000000 \cdot 0,2 = 200000$, поэтому через n месяцев в стране будет $(200 - 5n)$ тыс. фальшивых долларов.

Через n месяцев фальшивые доллары составили 5% от общего количества долларов. Имеем:

$$(1000 + 50n) \cdot 0,05 = 200 - 5n \Leftrightarrow 50 + 2,5n = 200 - 5n \Leftrightarrow 7,5n = 150 \Leftrightarrow n = 20. \quad (1000 + 50n) \cdot 0,05 = 200 - 5n \Leftrightarrow 50 + 2,5n = 200 - 5n \Leftrightarrow 7,5n = 150 \Leftrightarrow n = 20.$$

Ответ: через 20 месяцев.

№ 17.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Решение. а) Треугольники ABC и NMC равны по двум катетам, следовательно,

$$\angle MCF = \angle MNC = \angle BAC = 90^\circ - \angle HCA.$$

Таким образом, $\angle HCF = 90^\circ$.

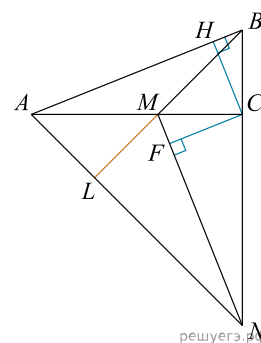
б) Катеты AC и CN равны, поэтому угол CAN равен 45° . Катеты BC и CM также равны, поэтому угол BMC равен 45° . Углы AML и BMC равны как вертикальные, следовательно,

$$\angle MLA = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ.$$

Таким образом,

$$ML = \frac{AM}{\sqrt{2}} = \frac{AC - MC}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Ответ: б) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.



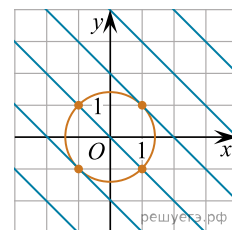
№ 18.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
С помощью верного рассуждения получен ответ, но в решении допущена вычислительная ошибка или оно недостаточно обосновано	3
С помощью верного рассуждения получен ответ, но в ходе решения допущена одна ошибка, отличная от вычислительной	2
Получены некоторые верные значения параметра, однако решение содержит более одной ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Решение. Преобразуем систему:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a, \\ \sin(\pi x + \pi y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = a, \\ \pi x + \pi y = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = a, \\ y = -x + k, \quad k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Графиком второго уравнения является семейство параллельных прямых (см.рис., выделено синим). При $a < 0$ первое уравнение, а значит, и вся система, не имеет решений. При $a \geq 0$ графиком первого уравнения в системе координат xOy является окружность с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом $\sqrt{a}$, при $a = 0$ вырождающаяся в точку. При $a = 0$ система имеет единственное решение $(0; 0)$. Исходная система будет иметь ровно четыре решения тогда и только тогда, когда окружность будет иметь ровно четыре общие точки с семейством прямых.



Прямая $y = -x$ при любом значении $a > 0$ имеет две общие точки с окружностью. В силу симметрии прямая $y = -x + 1$ и прямая $y = -x - 1$ касаются окружности при одном и том же значении a . Радиус окружности в этом случае равен половине диагонали квадрата со стороной 1, то есть радиус равен $\frac{\sqrt{2}}{2}$, откуда $a = \frac{1}{2}$. Значит, при $a = \frac{1}{2}$ система имеет ровно четыре решения. При других значениях параметра система будет иметь или больше четырех решений, или меньше.

Ответ: $\frac{1}{2}$.

№ 19.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: — искомая оценка в п. а; — пример в п. а, обеспечивающий точность предыдущей оценки; — искомая оценка в п. б; — пример в п. б, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Решение. а) Если за столом было 5 мальчиков, евших только бутерброды, 8 мальчиков, евших только конфеты, и 12 девочек, каждая из которых ела и то и другое, то условие задачи выполнено. Значит, в группе из 25 детей могло быть 13 мальчиков.

б) Предположим, что мальчиков было 14 или больше. Тогда девочек было 11 или меньше. Пусть число мальчиков, евших бутерброды равно m_1 . Тогда число $\frac{m_1}{m_1 + 11}$ не больше, чем доля мальчиков, евших бутерброды среди всех детей, евших бутерброды, а это число не больше, чем $\frac{5}{16}$, откуда $\frac{m_1}{m_1 + 11} \leq \frac{5}{16}$ и, следовательно, $m_1 \leq 5$. Пусть m_2 — число мальчиков, евших конфеты. Аналогично, $\frac{m_2}{m_2 + 11} \leq \frac{2}{5}$, откуда, учитывая, что m_2 число целое, находим: $m_2 \leq 7$. Но тогда общее число мальчиков, евших хоть что-то не больше, чем $5 + 7 = 12$. Следовательно, по крайней мере, 2 мальчика ничего не ели, а это противоречит условию.

В предыдущем пункте было показано, что в группе из 25 учащихся могло быть 13 мальчиков. Значит, наибольшее количество мальчиков в группе — 13.

в) Предположим, что некоторый мальчик ел и конфеты, и бутерброды. Если бы вместо него было два мальчика, один из которых ел только конфеты, а другой — только бутерброды, то доля мальчиков, евших конфеты и доля мальчиков, евших бутерброды, остались бы прежними, а общая доля девочек стала бы меньше. Значит, для оценки наименьшей доли девочек можно считать, что каждый мальчик ел или только конфеты, или только бутерброды.

Пусть, как прежде, m_1 мальчиков ели бутерброды, m_2 ели конфеты, и всего было d девочек. Оценим долю девочек. Будем считать, что каждая девочка ела и конфеты, и бутерброды, поскольку их доля в группе от этого не изменится, а доля среди евших конфеты и доля среди евших бутерброды не станут меньше.

По условию $\frac{m_1}{m_1 + d} \leq \frac{5}{16}$, $\frac{m_2}{m_2 + d} \leq \frac{2}{5}$, значит, $\frac{m_1}{d} \leq \frac{5}{11}$, $\frac{m_2}{d} \leq \frac{2}{3}$.

Тогда $\frac{m_1 + m_2}{d} \leq \frac{37}{33}$, поэтому доля девочек равна

$$\frac{d}{m_1 + m_2 + d} = \frac{1}{\frac{m_1 + m_2}{d} + 1} \geq \frac{1}{\frac{37}{33} + 1} = \frac{33}{70}.$$

Осталось показать, что такая доля девочек действительно могла быть. Например, если из 70 детей 15 мальчиков ели только бутерброды, 22 мальчика ели только конфеты, и еще было 33 девочки, каждая из которых ела и то, и другое, то условие задачи выполнено, а доля девочек в точности равна $\frac{33}{70}$.

Ответ: а) да; б) 13; в) $\frac{33}{70}$.
